

## Fonction d'utilité

- On admet que l'on peut évaluer la satisfaction d'un consommateur qui achète deux biens A et B de consommation courante substituables (par exemple du thé ou du café) en quantités  $x$  et  $y$  par la relation  $z = U(x; y)$  où  $U$  est la fonction d'utilité définie pour tous  $x \in ]0;60]$  et  $y \in ]0;80]$  par  $U(x; y) = xy$ .
- Les courbes de niveau  $U(x; y) = k$ , (sections de la surface par des plans parallèles au plan  $(xOy)$ ) correspondant à un même niveau  $k$  de satisfaction, sont appelées « courbes d'indifférence ».  
Quelle est la nature des courbes d'indifférence ? Justifiez puis vérifiez graphiquement votre résultat sur le serveur (question 5).
  - Quelle est la nature des sections de la surface par des plans parallèles au plan  $(xOz)$  ? Justifiez puis vérifiez votre résultat sur le serveur (question 5).
  - Même question pour la nature des sections de la surface avec le plan  $(yOz)$ .  
Vérifiez votre résultat sur le serveur (question 5).
- Le prix unitaire du bien A est 1,28 € celui du bien B est 2 €. Le budget du consommateur pour l'achat de ces deux biens est 96 €. Donner la relation entre les quantités  $x$  et  $y$  donnant ce que le consommateur peut acheter avec son budget puis exprimer  $y$  en fonction de  $x$ .
- Le consommateur cherche à maximiser son utilité tout en satisfaisant sa contrainte de budget. Déduire du 3. l'expression de la satisfaction  $z$  en fonction de  $x$  sous la forme  $z = F(x)$ .  
De l'étude de la fonction  $F$ , déduisez la valeur  $x_0$  de  $x$  qui maximise la fonction  $F$  et donner alors la valeur  $y_0$  de  $y$  et le niveau  $U_0$  de satisfaction du consommateur correspondants.
- Tracer la courbe d'indifférence  $C_0$  de niveau  $U_0$  puis tracez la droite  $\Delta$  d'équation  $y = 48 - 0,64x$ .  
Démontrer que cette droite est tangente à la courbe  $C_0$  au point d'abscisse  $x_0$ .

**Propriété :** Le consommateur maximise sa satisfaction lorsque la courbe d'indifférence est tangente en un point  $M_0$  à la « droite de budget ». Le niveau d'utilité  $U_0$  associé est alors maximal sous la contrainte de budget donnée.

Pour étudier quelques propriétés de cette fonction, ouvrez le navigateur Internet et tapez l'adresse du serveur académique

<http://euler.ac-versailles.fr>

puis cliquez successivement sur :

- Mathématiques en ligne
  - Fonctions de deux variables
- Complétez alors les parties 1 et 3.

