

**Enoncé:**

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $s(n)$  la somme des chiffres de  $n$  (dans l'écriture décimale). Déterminer le nombre  $N$  d'entiers  $n$  tels que  $100 \leq n \leq 999$  et  $7 \leq s(n) \leq 11$ .

**Autre solution :**

Les entiers  $n$  tels que  $100 \leq n \leq 999$  sont tous les entiers naturels de trois chiffres.

Soit  $n$  un nombre de trois chiffres, on note  $m$  le nombre formé par les deux derniers chiffres de  $n$ , on s'autorisera à rajouter un zéro à gauche de ce nombre.

Le premier chiffre de  $n$  étant supérieur ou égal à 1, on ne peut pas avoir  $7 \leq s(n) \leq 11$  si  $s(m) \geq 11$ .

Il y a donc 9 possibilités pour le 1er chiffre de  $n$  : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et il y a 11 valeurs possibles pour  $s(m)$  : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 10.

Dénombrons les valeurs possibles de  $m$  en fonction de leurs sommes  $s(m)$  :

Si  $s(m)=0$ , il y a **une** seule valeur possible pour  $m$  : 00.

Si  $s(m)=1$ , il y a **2** valeurs possibles pour  $m$  : 01 et 10.

Si  $s(m)=2$ , il y a **3** valeurs possibles pour  $m$  : 02, 11 et 20.

Si  $s(m)=3$ , il y a **4** valeurs possibles pour  $m$  : 03, 12, 21 et 30.

Si  $s(m)=4$ , il y a **5** valeurs possibles pour  $m$  : 04, 13, 22, 32 et 40.

Si  $s(m)=5$ , il y a **6** valeurs possibles pour  $m$  : 05, 14, 23, 32, 41 et 50.

Si  $s(m)=6$ , il y a **7** valeurs possibles pour  $m$  : 06, 15, 24, 33, 42, 51 et 60.

Si  $s(m)=7$ , il y a **8** valeurs possibles pour  $m$  : 07, 16, 25, 34, 43, 52, 61 et 70.

Si  $s(m)=8$ , il y a **9** valeurs possibles pour  $m$  : 08, 17, 26, 35, 44, 53, 62, 71 et 80.

Si  $s(m)=9$ , il y a **10** valeurs possibles pour  $m$  : 09, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81 et 90.

Si  $s(m)=10$ , il y a **9** valeurs possibles pour  $m$  : 19, 28, 37, 46, 55, 64, 73, 82 et 91.

On réalise un tableau à double entrée, la première colonne contient le 1er chiffre de  $n$  et la première ligne la somme des chiffres de  $m$ .

On remplit les autres cases du tableau avec le nombre de possibilités pour lesquelles  $7 \leq s(n) \leq 11$  dans chaque cas.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	7	8	9	10	9
2	0	0	0	0	0	6	7	8	9	10	0
3	0	0	0	0	5	6	7	8	9	0	0
4	0	0	0	4	5	6	7	8	0	0	0
5	0	0	3	4	5	6	7	0	0	0	0
6	0	2	3	4	5	6	0	0	0	0	0
7	1	2	3	4	5	0	0	0	0	0	0
8	1	2	3	4	0	0	0	0	0	0	0
9	1	2	3	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	3	8	15	20	25	30	35	32	27	20	9

Il y a donc  $3 + 8 + 15 + 20 + 25 + 30 + 35 + 32 + 27 + 20 + 9$  soit **224** nombres  $n$  tels que  $100 \leq n \leq 999$  et  $7 \leq s(n) \leq 11$ .

