

Olympiades inter-académiques de mathématiques

Classes de quatrième

Concours René Merckhoffer

Mardi 28 mars 2023

Durée de l'épreuve : 2 heures

Les calculatrices et le matériel de géométrie sont autorisés.

Les quatre exercices sont à traiter. Les candidats sont invités à *rédigé sur leurs copies* les solutions qu'ils proposent ; ils peuvent y ajouter des traces de leurs recherches et les résultats partiels auxquels ils sont parvenus.

Avec le partenariat de

NUMWORKS

 TEXAS INSTRUMENTS

 CASIO®

Exercice 1

L'esprit de la lettre

Lorsque l'on modifie l'ordre des lettres dans un mot, on arrive quand même à déchiffrer le mot du moment que la première et la dernière lettre du mot restent à la bonne place.

Par exemple, on arrive à déchiffrer la phrase : *Sleon une édtue de l'Uvinertisé de Cmabrigde, l'odrre des lttteers dans un mot n'a pas d'ipmrotncae, la suele coshe ipmrotnate est que la pmeirère et la drenèire soeint à la bnnoe pclae.*

Dans cet exercice, on s'intéresse à un mot. On peut changer de place les lettres du mot, mais **la première lettre et la dernière lettre restent à la bonne place.**

Par exemple, on s'intéresse au mot LIRE. On obtient alors comme écritures : LIRE et LRIE.

1.
 - a. Si l'on s'intéresse au mot ETUDE. Qu'obtient-on comme écritures possibles ?
 - b. Si l'on s'intéresse au mot HUMAIN. Combien obtient-on d'écritures possibles ?
 - c. Combien existe-t-il d'écritures possibles de la phrase suivante, composée de trois mots : LES CHATONS JOUENT ?
2. On s'intéresse ici à un mot qui s'écrit avec n lettres (n étant un nombre entier positif) et ne contenant pas de lettres qui se répètent. Exprimer, en fonction de n , le nombre d'écritures possibles de ce mot.
3. On s'intéresse ici à un mot qui s'écrit avec n lettres (n étant un nombre entier positif) contenant deux fois la même lettre entre la deuxième et l'avant-dernière lettre, **une seule lettre étant doublée.** Exprimer, en fonction de n , le nombre d'écritures possibles de ce mot.

Exercice 2

Lecture inversée

Pour tout nombre entier naturel N de quatre chiffres (le chiffre des milliers est donc non nul), on considère le nombre naturel N' obtenu en inversant l'ordre des chiffres de N .

Par exemple, si $N = 3879$, alors $N' = 9783$.

1. Le nombre N' peut-il s'écrire avec moins de quatre chiffres ?
2. Existe-t-il un nombre N tel que $N' = 5N$?
3. Déterminer un entier naturel N tel que $N' = 4N$.

Exercice 3

Quel est le rayon du cercle ?

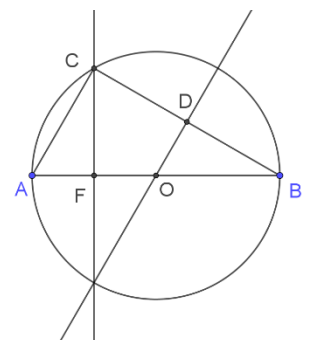
Soit \mathcal{C} un cercle de diamètre $[AB]$ et de centre O .

On considère un point C du cercle \mathcal{C} . On note F le pied de la hauteur issue de C dans le triangle ABC .

La médiatrice du segment $[BC]$ coupe ce segment au point D .

On suppose que $OF = OD = 7$.

1. Déterminer deux triangles isométriques au triangle CFO .
2. Quel est le rayon du cercle \mathcal{C} ?



Exercice 4

Carrément carré

On souhaite recouvrir un sol carré avec des dalles de forme carrée exclusivement. Voici un exemple de dallage en 12 carrés. Ces carrés ont 4 dimensions différentes. Les dalles ne se chevauchent pas et sont parfaitement juxtaposées (les traits n'ont pas d'épaisseur).

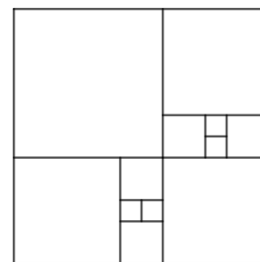


fig. 1

1.
 - a. En partant de la figure 1 ci-contre, proposer un dallage de 24 carrés.
 - b. Construire un dallage de 6 carrés, puis de 7 carrés.
 - c. Montrer qu'un dallage en 2 carrés est impossible puis montrer qu'il en va de même pour un dallage en 3 carrés.
 - d. Montrer que pour tout entier naturel n , on peut réaliser un dallage comprenant $1 + 3n$ carrés.

2. Le dallage de la figure 2 est constitué d'un carré central et de carrés tous identiques sur les côtés.
 - a. Proposer un dallage du même type constitué de 25 carrés.
 - b. S'il y a n carrés sur chaque côté, combien y a-t-il de dalles carrées au total ?

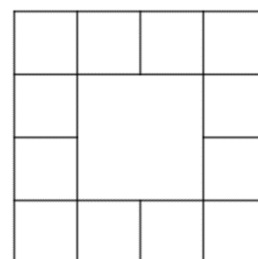


fig. 2