Rédaction proposée pour Exercice 1
Développement décimal

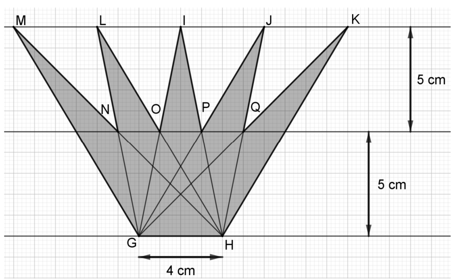
1. La période comporte les trois chiffres 0,3,7. La dix-septième période se termine par 7, cinquante-et-unième décimale. La cinquante-deuxième est 0.
2. La période est la suite 4, 6, 1, 5, 3, 8. Six chiffres la composent. La quatre-vingt-seizième décimale du quotient est 8. La centième est 5.
3. La première décimale, 3, ne fait pas partie de la période, qui est composée des trois chiffres 0, 7, 4. 333 périodes de trois chiffres donnent 999 chiffres. La millième décimale est 4 (999 fois 074 plus le 3 initial) .
4. On pose la division de 1 par 97. À chaque étape de l'algorithme, on place un 0 à la droite du reste. On est arrivé à la fin de la période si le dernier reste est 1. Cherchons un nombre dont le chiffre des unités est 0 et qui soit supérieur de 1 à un produit de 97 par un entier à un chiffre.
On a : $1 \times 97 = 97, 2 \times 97 = 197, \text{etc.}, 7 \times 97 = 679$. Le 96^{e} chiffre de la période est donc 7. Si on veut les chiffres précédents, on cherche un nombre dont le chiffre des unités est 0 et qui soit supérieur de 68 (le reste) à un produit de 97 par un entier à un chiffre. On trouve $6 \times 97 = 582$ et $582 + 68 = 650$. Le reste précédent était donc 65 et le multiple de 97 cherché $5 \times 97 + 65 = 550$

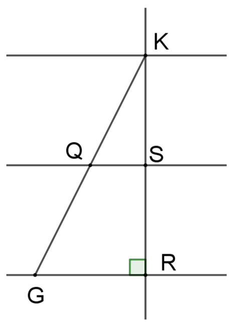
Le livre « *The Book of Numbers* » de John Conway et Richard Guy (ed. Copernicus) donne pour période de $\frac{1}{97}$:
$010309278350515463917525773195876288659793814432989690721649484536082474226804123711340206185567$

Rédaction proposée pour Exercice 2
Code secret

Premier indice
Comptons les suites de quatre chiffres différents commençant par 0 ou 1 : il y en a 2 x 9 x 8 x 7 = 1 008 (à chaque étape d'écriture, les possibilités de choix se réduisent : 0 ou 1 sont interdits pour le deuxième chiffre, ce chiffre est lui aussi interdit pour la troisième place, etc.) Entre 2 000 et 2 018, il y a 2 013, 2 014, 2 015, 2 016, 2 017 et 2 018, soit six nombres formés avec quatre chiffres différents. On parvient à un total de 1 014 possibilités.
Second indice
Les possibilités à examiner sont : 1 206, 1 407, 1 608, 1 809. La solution est donc 1 407.

Rédaction proposée pour Exercice 3
La couronne

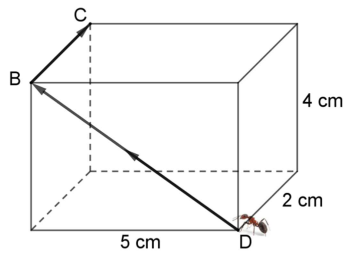


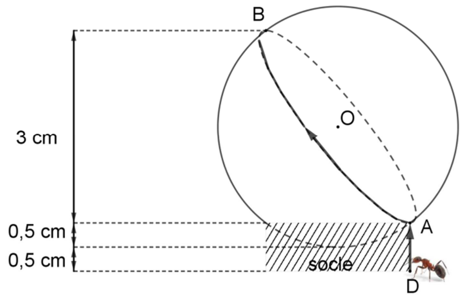


Les quadrilatères GHKJ, GHJI, GHIL et GHLM sont des parallélogrammes, car leurs diagonales respectives ont même milieu. En effet, la perpendiculaire aux trois parallèles passant par K les coupe en K, bien sûr, S et R tels que S soit le milieu de [KR] et on retrouve la situation de la droite des milieux dans le triangle KRG (il en va de manière analogue pour P, O et N). Il s'ensuit que les longueurs JK, IJ, IL, ML sont toutes égales. La couronne peut être interprétée comme un trapèze GHKM dont sont prélevés quatre triangles de même hauteur 5 et de même « base » 4. L'aire de la couronne est donc, en cm² : $\mathcal{A} = \frac{1}{2}(4+16) \times 10 - 4 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 100 - 40 = 60$

Rédaction possible pour Exercice 4

Les fourmis

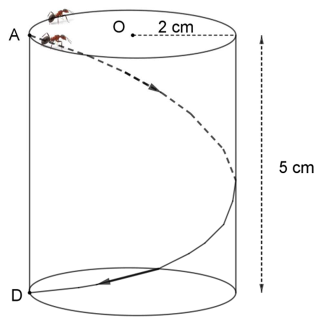




1. La fourmi n°1 parcourt la diagonale d'un rectangle de côtés 5 et 4, puis une arête de longueur 2. D'après le théorème de Pythagore, la longueur de la diagonale est $\sqrt{4^2+5^2}$, c'est-à-dire $\sqrt{41}$. La longueur totale du parcours est $L_1 = \sqrt{41} + 2$

La fourmi n°2 suit une arête de longueur 1 sur le socle, puis un demi-cercle de rayon 2. La longueur de son parcours est donc $L_2 = 1 + 2\pi$

$L_2 \leq 8 \leq L_1$, donc c'est la fourmi n°2 qui effectue le plus court parcours.



2. La surface latérale d'un cylindre de révolution est un rectangle dont la longueur est la circonférence des cercles de base et la largeur la hauteur du cylindre. Le plus court chemin est la diagonale de ce rectangle, dont la longueur est $\sqrt{5^2 + (2 \times 2\pi)^2}$, c'est-à-dire $\sqrt{25 + 16\pi^2}$.

a. Un parcours aller et retour de la fourmi n°2 a pour longueur $C_2 = 2\sqrt{25 + 16\pi^2}$

Un parcours de la fourmi n°1 a pour longueur $C_1 = 4\pi$. Si elle effectue n tours, cette longueur doit être multipliée par n.

L'arrondi au centième de C_1 est 12,57

L'arrondi au centième de C_2 est 27,05.

La fourmi n°2 ne rencontrera pas la fourmi n°1 à son retour en A.

b. Les deux fourmis se rencontreront, le cas échéant, en A, après avoir effectué chacune un nombre entier de fois son parcours élémentaire. Peut-on trouver des entiers m et p tels que : $2m\sqrt{25 + 16\pi^2} = 4p\pi$?

L'égalité précédente conduit à $100m^2 = 16(p^2 - 4m^2)\pi^2$

… qui n'a pas de solution, puisque π^2 n'est pas le quotient de deux entiers.

On cherche donc un niveau d'approximation compatible avec la taille des fourmis, disons qu'une différence inférieure à 1 cm entre le produit de C_1 par un entier et le produit de C_2 par un autre entier sera considérée comme une réponse acceptable. Si on estime que le nombre de parcours à effectuer pour au moins l'une des deux fourmis sera supérieur à 10, l'arrondi au centième peut endommager l'arrondi au dixième final. Nous partons donc de deux arrondis au millième (qui sont 12,566 et 27,049). Utilisons un tableau :

Nombre de parcours de $f1$		10	11	12	13	14	15
Longueur totale		125,66	138,226	150,792	163,358	175,924	188,49
Nombre de parcours de $f2$		5	6	7	8	9	
Longueur totale		135,245	162,294	189,343	216,392	243,441	

La différence entre les distances parcourues entre les deux fourmis est inférieure à 1 cm après 15 tours pour la fourmi 1 et 7 aller et retour pour la fourmi 2 (13 et 6 ne conviennent pas, l'écart est de 1,06).

Le tableau suivant donne des écarts inférieurs obtenus pour des nombres de tours plus importants :

Nombre de parcours de $f1$		28		127		2 949	
Longueur totale		351,848		1 595,882		37 057,134	
Nombre de parcours de $f2$		13		59		1 370	
Longueur totale		351,637		1 595,891		37057,13	
Ecart arrondi au mm		0,2		0,1		0	