Séance 1 – 2ème (*Généralités sur les fonctions*)

Extraits BO :

Représenter algébriquement et graphiquement les fonctions Contenus

– Fonction à valeurs réelles définie sur un intervalle ou une réunion finie d'intervalles de $\mathbb{R}$.

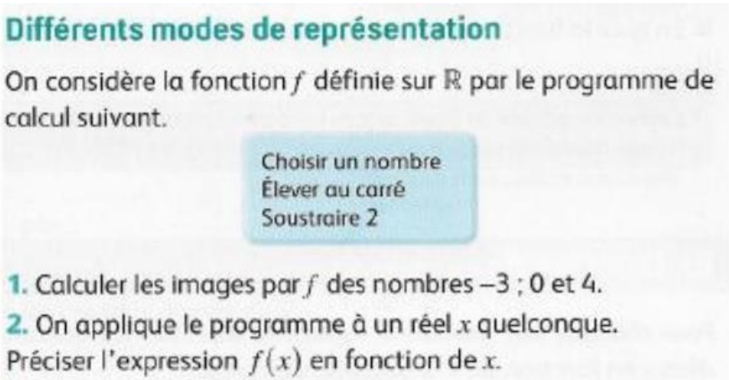
– Courbe représentative : la courbe d'équation $y = f(x)$ est l'ensemble des points du plan dont les coordonnées (x,y) vérifient $y = f(x)$.

– Fonction paire, impaire. Traduction géométrique.

Prérequis :

Au cycle 4, les élèves ont découvert progressivement la notion de fonction, manipulé différents modes de représentation : expression algébrique, tableau de valeurs, représentation graphique, programmes de calcul. Ils connaissent le vocabulaire de base :
variable, fonction, antécédent, image et la notation $f(x)$. Selon le mode de représentation choisi, ils déterminent une image ou des antécédents d'un nombre par une fonction. Ils ont étudié les fonctions linéaires, les fonctions affines et leur représentation graphique.

0-Un travail en amont



Différents modes de représentation

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par le programme de calcul suivant.

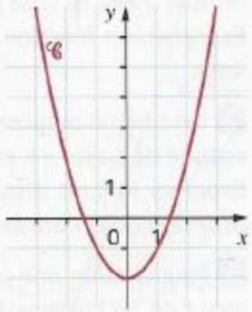
Choisir un nombre
Élever au carré
Soustraire 2

1. Calculer les images par f des nombres -3 ; 0 et 4.
2. On applique le programme à un réel x quelconque. Préciser l'expression $f(x)$ en fonction de x.

Ce travail en amont permet une remobilisation des notions vues au collège.
Ainsi, l'élève est amené à utiliser un programme de calcul pour obtenir l'expression algébrique d'une fonction, ainsi qu'à exploiter son tableau de valeurs ainsi que sa représentation graphique. Le vocabulaire est lui aussi remobilisé.
Cet exercice, extrait du manuel Déclic, maths 2nde des éditions Hachette Education, peut être fait et corrigé à la fin d'une séance qui précède le cours.

3. On admet que la fonction f admet le tableau de valeurs et la courbe représentative $\mathscr{C}$ ci-dessous.

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	2	-1	-2	-1	2	7



En utilisant le mode de représentation le plus adapté, préciser si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

a. L'image de 1 par f est égale à -1.

b. -3 n'a pas d'antécédent par f.

c. 2 admet deux antécédents par f.

d. Le point de coordonnées $(\sqrt{2};0)$ appartient à la courbe $\mathscr{C}$.

e. La courbe $\mathscr{C}$ coupe l'axe des ordonnées en $(-2;0)$.

Ou encore une heure d'AP peut être consacrée au réinvestissement du vocabulaire et des différents modes de représentation si la majorité des élèves présentent des lacunes.

I-Activité rapide (5 minutes)

Une ou deux questions ciblées.

Deux questions (flashs) : Maths mentales

Question 1 :

1) Dans l'écriture $f : -10 \mapsto -16$, quel nombre est l'**image** ?

2) Dans le tableau

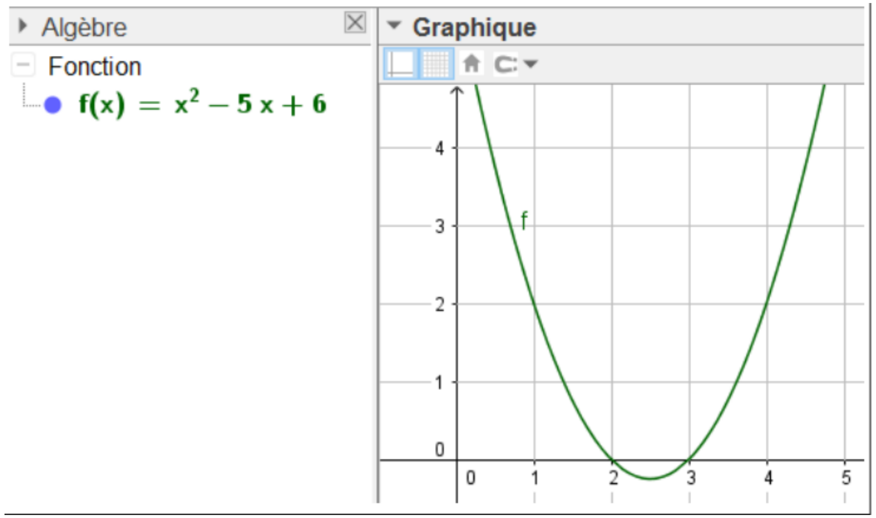
x	7
$f(x)$	-6

quel nombre est un **antécédent** ?

3) Dans l'écriture $f(-27) = -5$, quel nombre est un **antécédent** ?

Question 2 :

L'activité rapide de début de séance permet la ré acquisition d'automatismes de calcul ou de raisonnement, ou bien permet de faire un état des lieux sur les savoirs et savoir-faire des élèves (ce que l'on appelle en didactique une évaluation diagnostique) ou encore d'activer un point de mathématiques qui saura être utilisé dans la séance. C'est ce dernier aspect que nous allons mettre en place dans cette présentation schématique de cours.



Compléter :

$f(1) = \ ...$

$f(4) = \ ...$

$f(...) = \ 0$

II- Activité préparatoire à l’acquisition d’une nouvelle notion (20 minutes) :

Temps 1 : *Découvrir.* **Est-ce toujours possible ?**

<u>Objectif</u> : Déterminer des conditions d’existence d’expressions algébriques.

On considère les algorithmes ci-dessous dans lesquels x désigne un nombre réel.

(1)	(2)	(3)	(4)
$y \leftarrow x - 1$ $y \leftarrow \sqrt{y}$	$y \leftarrow -2x + 6$ $y \leftarrow \frac{1}{y}$	$y \leftarrow \frac{1}{x}$ $y \leftarrow -2y + 6$	$y \leftarrow 2x - 4$ $y \leftarrow y^2$

Répondre aux questions suivantes pour chacun des algorithmes.

a) Qu’affiche une calculatrice quand x a pour valeur : $2; 3; 7; 1; 0$?
b) A quelles valeurs de x peut-on appliquer l’algorithme ?
c) Exprimer en fonction de x le contenu de y après exécution.

Temps 2 : Préparer la trace écrite ?

Dans chaque cas, indiquer les valeurs de x pour lesquelles le calcul est possible :

Un exercice de recherche (d’abord individuellement puis à plusieurs) permet de comprendre l’intérêt et de donner du sens à celle-ci.

Utiliser les algorithmes permet de faire un lien entre les programmes de calculs et la programmation.
Pendant la correction il peut être demandé aux élèves de rappeler le type d’instructions (affection) utilisé dans ces programmes sans pour autant s’attarder sur le sujet.

<table>
<tr><td>

a) $\sqrt{x}$ b) $\frac{2}{x-6}$ c) $\sqrt{x+4}$ d) $(2x-1)^3+5$

</td><td>

Le temps 2 peut être donné aux élèves, dans le cadre d'une différenciation.

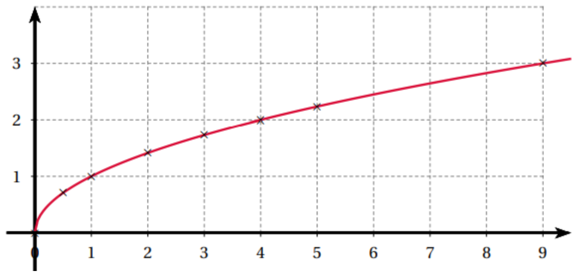
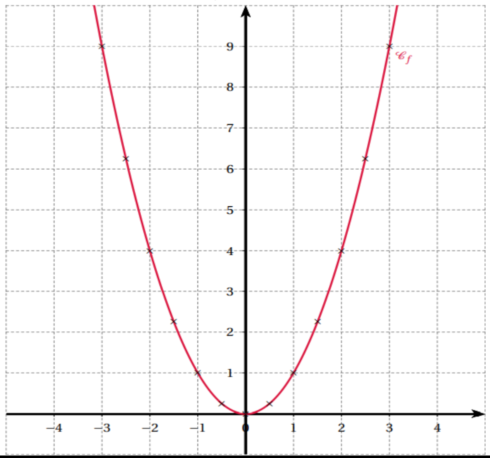
</td></tr>
<tr><td>

III- La trace écrite dans le cahier de cours (10 minutes) :

Définition : L'ensemble des nombres réels qui possèdent une image par la fonction f est appelé **ensemble de définition de la fonction f**. Il est souvent noté D_f.

Définition : Soit E un intervalle de $\mathbb{R}$ et f une fonction de E dans $\mathbb{R}$. On appelle **courbe représentative de la fonction f** dans le plan muni d'un repère $(O\ ;\ I\ ,J)$ l'ensemble des points M du plan pour lesquels il existe x appartenant à E tel que M ait pour coordonnées $(x\ ;\ f(x))$.

Exemples :

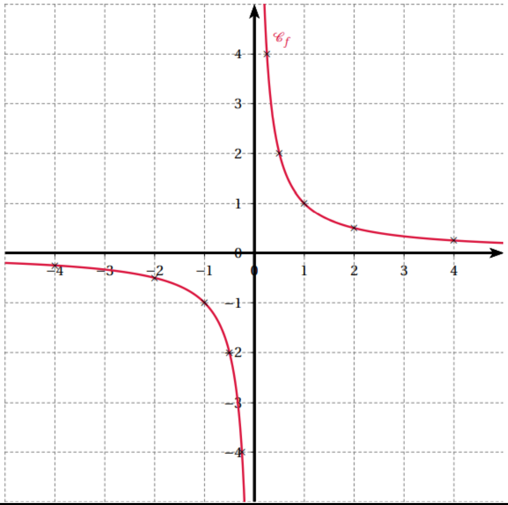
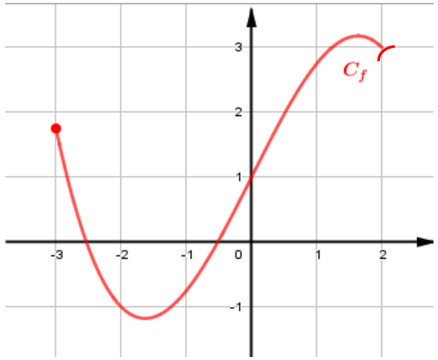
La fonction f est définie sur $[0\ ;\ +\infty[$	La fonction f définie sur $\mathbb{R}$
	

</td><td>

Elle doit être rédigée de façon rigoureuse et exemplaire pour servir de modèle à l'élève. Il est important que chaque élève écrive manuellement afin de mieux retenir le contenu. Cette écriture constitue un élément de mémorisation pour beaucoup d'élèves. Ne pas hésiter en parallèle à faire reformuler deux ou trois élèves sur une définition ou une propriété.

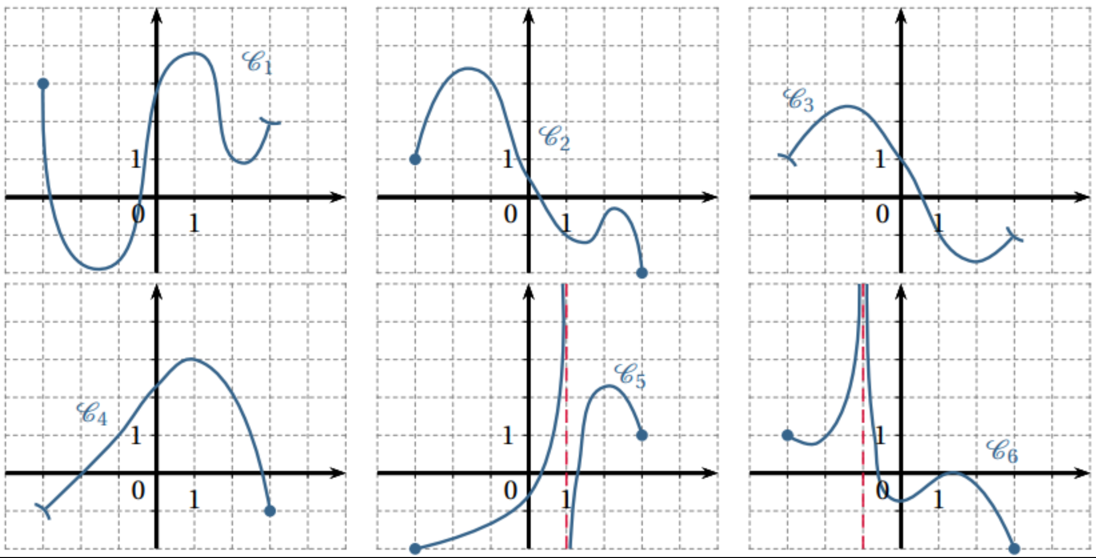
Ici, on peut préciser les enjeux spécifiques à la séance.

</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>La fonction f est définie sur l'ensemble $]-\infty\,;\,0[\cup]0\,;\,+\infty[$ noté également $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ ou $\mathbb{R}^*$
</td>
<td>La fonction f est définie sur l'ensemble de définition $D_f = [-3\,;2[$
</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3">

IV- Deux exercices d'application directe (15 minutes) :

Exercice : On donne les courbes C_1 à C_6 suivantes :



</td>
<td>*Ceux-ci, bien ciblés, permettent aux élèves de se rassurer sur leur compréhension et de figer certains bons réflexes.*</td>
</tr>
</table>

1) Pour chaque courbe, on note l'ensemble dans lequel se trouve la variable. On propose :
$E_a =]-3\,;3[\,;\; E_b =]-3\,;3]\,;\; E_c = [-3\,;1[\cup]1\,;3]\,;\; E_d = [-3\,;3[\,;\; E_e = [-3\,;3]$ et $E_f = [-3\,;\,-1[\cup]-1\,;3]$

Associer à chaque courbe l'ensemble de définition qui lui correspond.

Remarque : Lorsqu'une variable a n'a pas d'image par une fonction donnée, on dit que a est une valeur interdite.

2) Voici des tableaux de valeurs de deux fonctions distinctes parmi celles représentées ci-dessus. A quelles représentations graphiques sont-ils associés ?

a)

x	-3	-2	-1	1	2	3
$f(x)$	$\emptyset$	0	1	3	2	-1

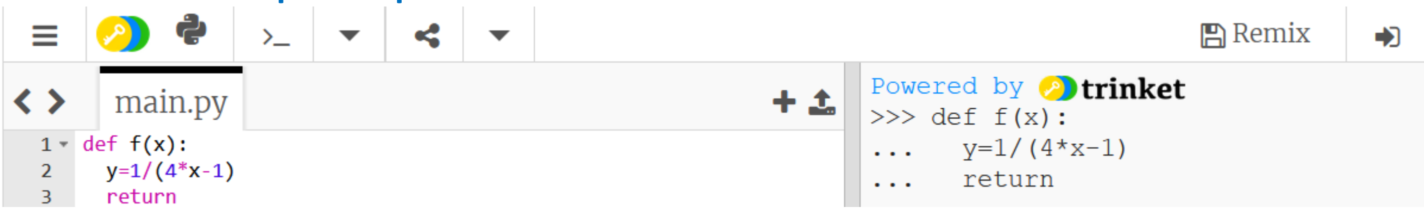
b)

x	-3	-2	-1	$1{,}5$	3
$f(x)$	1	1	$\emptyset$	0	-2

V- Synthèse co-construite avec les élèves (5 minutes)

Proposer à un ou deux élèves de faire une synthèse de la séance.

Travaux à donner pour la prochaine séance :



1) Que fait ce programme ?

2) Reproduire ce programme sur Python et le tester pour les valeurs suivantes : 1 ; 0 et $\frac{1}{4}$.

4) Exprimer le contenu de f en fonction de x.

3) Conjecturer l'ensemble de définition de cette fonction.

Cette dernière phase de synthèse (orale et/ou écrite) est cruciale car elle permet de valoriser la parole de l'élève donc de le rassurer et l'aide à l'avenir à entrer dans la tâche mathématique. Elle rend l'assimilation plus aisée et le professeur entend ce qui a été retenu de sa séance. Il conviendra donc d'interroger quelques élèves en changeant au fil des jours.

Ne pas oublier Euler…