VERBALISER EN MATHEMATIQUES : DES PROPOSITIONS DIDACTIQUES POUR LES CYCLES 2 ET 3

Fouziha Anseur[1], Jérôme Bastong[2], Myriam Becqueriaux[1], Christine Chambris[3], Caroline Cluzet[1], Anne Corbex[4], Alexadra Homsi[2], Pascal Sirieix[5].

Sous la direction de Luca Agostino[6].

[1] GDM95, DSDEN95, [2] GDM78, DSDEN78, [3] GDM91, LDAR-CY, INSPé, [4] GDM92, DSDEN92, [5] GDM91, DSDEN91, [6] Inspection pédagogique régionale, Académie de Versailles.

VERBALISER EN MATHEMATIQUES : DES PROPOSITIONS DIDACTIQUES POUR LES CYCLES 2 ET 3

AVANT-PROPOS

Ce document est le fruit du travail du groupe académique de formatrices et formateurs en mathématiques de l'académie de Versailles dans le cadre du plan mathématiques académique 1D durant l'année scolaire 2024-2025. L'objectif de cette ressource est de fournir aux professeurs des écoles et à leurs formatrices et formateurs des propositions d'activités de classe accompagnées d'analyses didactiques et pédagogiques.

Les thématiques abordées sont variées et répondent à des besoins exprimés lors des formations académiques et départementales : fractions au cycle 2, géométrie plane, géométrie dans l'espace, résolution de problèmes. Si les contenus de la ressource couvrent des domaines mathématiques très divers, le fil conducteur qui les relie est la place accordée à la verbalisation par les élèves et par les enseignants au cours des séances consacrées à ces notions.

Les propositions d'énoncés et d'activités sont accompagnées de vidéos de classe et de productions d'élèves, faisant de ce document un support propice à des temps d'animation pédagogique en circonscription ou dans le cadre des constellations.

Luca Agostino

SOMMAIRE

CATÉGORIE	**MATHÉMATIQUES** Ressources pédagogiques pour les enseignants Nombres et Calcul
NIVEAU, TITRE	**Cycle 2 – les Fractions**
DESCRIPTIF	Comment parler des fractions ?
AUTEURS	Myriam Bequeriaux, Christine Chambris, Caroline Cluzet

Conception des activités au CE2 : M. Ripert (GDM95, DSDEN 95), C. Chambris, et le GDM95 (24-25)
Conception du matériel et mise en œuvre des séances au CE2 : M. Ripert (24-25)

Cette ressource n'a pas vocation à présenter des séances d'apprentissage des fractions. L'objectif est de proposer des verbalisations adéquates pour que les élèves comprennent des notions liées aux fractions (partage, remplissage et report). Des exemples de situations sont proposés afin de mettre les verbalisations en contexte.

- **Savoirs en jeu** :
  - Notion de quantités inégales et égales
  - Plusieurs notions liées au début de l'apprentissage des fractions : partages en parts égales ou partage équitable et report d'unités.
  - De nouveaux nombres
  - Nommer des objets mathématiques pour apprendre les fractions

- **Obstacles :**
  - Les fractions étant des objets mathématiques, c'est par le langage que les mathématiciens et les élèves peuvent y accéder. D'où l'importance de la « verbalisation ». Cette verbalisation s'appuie sur des dessins, des objets, des matériels, etc. mais elle traduit des opérations de pensée.
  - Pour un même dessin ou un même matériel, il peut y avoir plusieurs verbalisations qui renvoient à des objets mathématiques différents. Dans le document, des variations ont été introduites dans les contextes pour mettre en évidence ce qui change mais dans la vie de la classe, l'enseignant peut être amené à introduire des verbalisations différentes pour un même contexte.

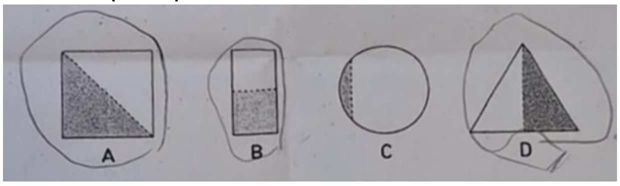
1. Comparer des quantités : quantités inégales et égales

Définition : deux quantités sont égales quand aucune n'est plus grande que l'autre.
La notion d'égalité ne concerne pas que les fractions.

Comment savoir si des parts sont égales ?
Pour savoir si des parts sont égales, on cherche à les comparer « en taille » ou encore on cherche à savoir si l'une est plus grande que l'autre :

1) On doit trouver un moyen pour les comparer **[moyen concret (ou pas) de comparaison]**
2) afin de déterminer si l'une est plus grande que l'autre **[conclusion de la comparaison].**
3) a. Si l'une est plus grande que l'autre, les parts sont inégales **[reformulation de la conclusion en termes d'inégal].**
   b. Si aucune n'est plus grande que l'autre, les parts sont égales **[reformulation de la conclusion en termes d'égal].**

Exemple 1 : Classe de CE1
Contexte :
Temps 1 - objets concrets : les élèves ont réalisé des pliages de carrés en papier (en deux, en quatre)
Temps 2 **Vidéo** représentations imagées de figures partagées en deux/quatre parties. Les élèves doivent identifier les figures qui représentent $\frac{1}{2}$ / $\frac{1}{4}$. Deux élèves nommés élèves A et B commentent les figures.
P : Pourquoi n'as-tu pas entouré C ? (2'28)



Production d'élève de CE1 en appui sur un exercice de La Méthode de Singapour CE1 (Source GDM95, 23-24)

Les réponses de deux élèves.
(2'35) Élève A (partie 1) : Normalement, le trait il doit être au milieu.
(3'34) Élève B : Je sais pas ce que c'est la C mais comme c'est petit, on dirait pas que c'est des demis.
(2'59) Élève A (partie 2) : C'est pas deux parties égales.
P : Là, il y a une très grande partie.
Élève A : Et là une petite partie.
P : Donc ce ne sont pas des parties égales.

Analyse des arguments proposés
EA (partie 1) utilise un argument géométrique. Ce critère ne met pas en évidence que l'enjeu est d'avoir deux parts, aucune n'étant plus grande que l'autre.
EB est difficile à interpréter mais la formulation suggère qu'un critère de taille n'est pas suffisant pour savoir si « c'est des demis ».
EA (partie 2), *étayé par l'enseignante*, met en avant un critère nécessaire et suffisant pour ne pas avoir des parts égales : une petite partie et une grande partie.

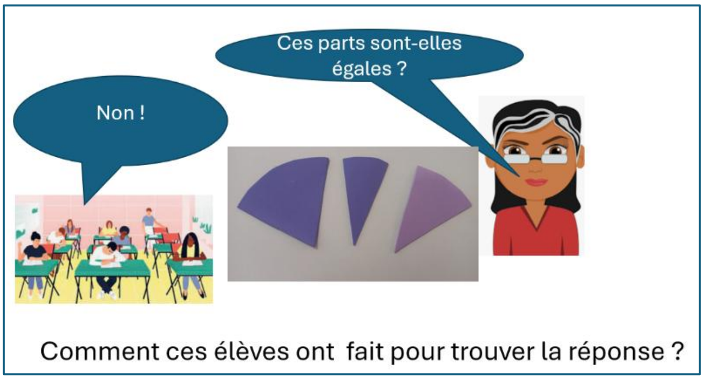
Exemple 2 : les élèves ont réalisé un partage par pliage en deux parties. La verbalisation pourrait être la suivante.
Verbalisation liée au pliage qui permet de déterminer si des parts sont inégales (ou pas) :
[moyen concret de comparaison] Quand on plie, une partie recouvre l'autre complètement et dépasse.
[conclusion de la comparaison] Il y a donc une partie qui est plus grande que l'autre (et aussi une partie qui est plus petite que l'autre).
[reformulation de la conclusion en termes d'égal / inégal] Les deux parties sont inégales.

Verbalisation liée au pliage qui permet de déterminer si des parts sont égales (ou pas) **:**
« [moyen concret de comparaison] Quand on plie, les deux parties se superposent.
[conclusion de la comparaison] donc il n'y a pas une partie qui est plus grande (ou plus petite que l'autre).
[reformulation de la conclusion en termes d'égal / inégal] Les deux parties sont égales. »

Exemple 3 : Classe de CE2

Contexte : Au cours de la séance précédente, les élèves ont manipulé des parts de tailles différentes toutes issues du partage en parts égales de disques de même dimension. Ils ont comparé les parts. Au début de cette séance, la PE propose une activité de réactivation de connaissance, sous la forme d'une vignette qui évoque la situation de classe vécue antérieurement. Les élèves n'ont pas de matériel à manipuler.

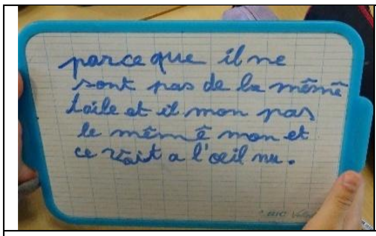
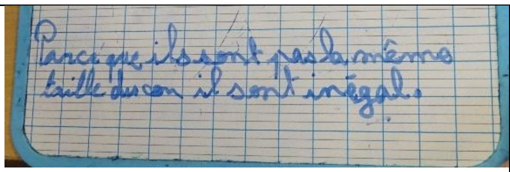
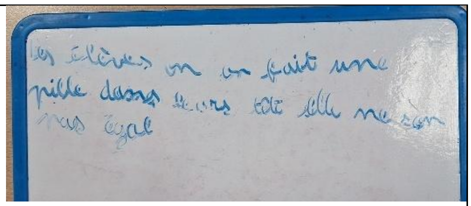
Vignette de réactivation des connaissances projetée au tableau



Tâche et diapositive conçues par M. Ripert (24-25)

Réponses individuelles des élèves de CE2 *(source GDM95, 24-25)*

Note : Les élèves ne manipulent pas les pièces. Ils évoquent des manipulations qu'ils ont déjà faites.

		
Retranscription et correction pour une meilleure lecture - ci-dessous.		
Parce qu'elles ne sont pas de la même taille et elles n'ont pas le même nom. Et ça se voit à l'œil nu.	*Parce qu'elles ne sont pas de la même taille. Du coup, elles sont inégales.*	*Les élèves ont fait une pile dans leur tête et elles ne sont pas égales.*
Elève 1 CE2	Elève 2 CE2	Elève 3 CE2

Verbalisation qui permet de déterminer si des parts sont égales (ou pas) :

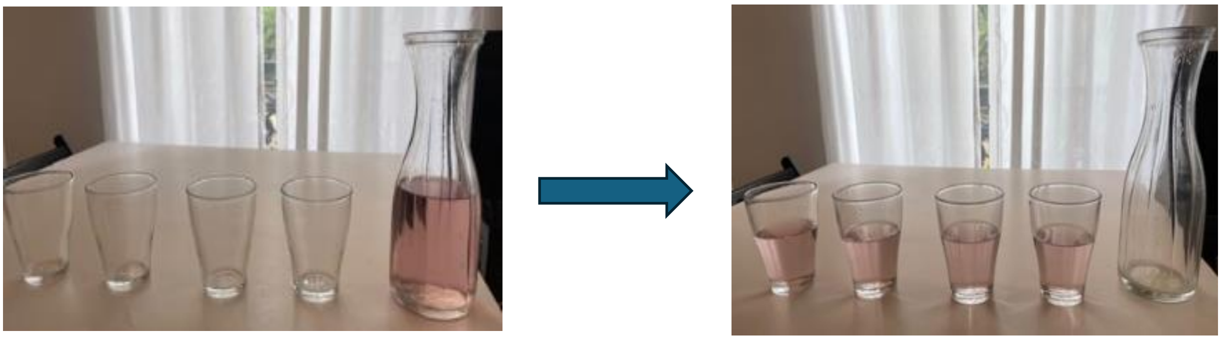
1) **[moyen concret de comparaison]** on superpose les parts (E3 : on fait une pile dans notre tête), on observe les parts (E1 : on le voit à l'œil nu)
2) **[conclusion de la comparaison]** implicite dans ces productions (E1, E2 : elles n'ont pas le même nom, elles n'ont pas la même taille). Exemple de conclusion explicite : la part rose est plus petite que la part la plus à gauche,
3) **[reformulation de la conclusion en termes d'égal / inégal]** les parts ne sont pas égales (ou elles sont inégales).

⇨ **Des parts sont inégales quand certaines sont plus grandes ou plus petites que d'autres.**
⇨ **Des parts sont égales quand aucune n'est plus grande ou plus petite que l'autre.**

2. Partager équitablement ou partager en parts égales

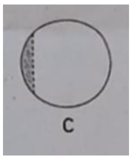
Partager équitablement (ou de manière équitable) *signifie* partager de façon à avoir des parts égales.

Exemple 1 : Partager le contenu d'une bouteille dans quatre verres de manière équitable



Photographie : Luca Agostino (23-24)

⇨ Le contenu de la bouteille a été partagé en quatre parts égales



⇨ Le disque est partagé en deux parts. Les deux parts sont inégales.

Exemple 2 : Partager un disque en parts égales

Les élèves ont d'abord placé des crayons pour réaliser un partage en 2 parts égales, puis 3 parts égales, puis 4, etc.
Consigne : en plaçant des crayons sur le disque, partage le disque en 5 parts égales.

Source : GDM95, 24-25

Exemple 3 : Est-ce que le disque a été partagé en 5 parts égales ?

Source : GDM95, 24-25

L'élève vérifie que les parts sont égales (superposition en formant une pile) et probablement que ce qu'il a obtenu est bien « un disque » en le comparant à un disque de même taille.

- ⇨ S'il compte les parts, il pourra dire que le disque a été partagé en cinq parts égales

3. Exprimer précisément des quantités avec des nouveaux nombres : la fraction pour répondre à la question « combien ? »

Au cycle 3, depuis de nombreuses années, les fractions sont introduites comme de nouveaux nombres qui pallient l'insuffisance des entiers, dans un contexte de mesure de longueur. Avec des contextes plus simples, la même idée permet d'introduire les fractions au cycle 2.
Dans cette ressource, on propose ainsi une introduction des fractions comme réponse à la question « combien » (section 3). L'objectif d'apprentissage devient dès lors de remplacer les réponses qui s'appuient sur du langage *quantitatif* (une toute petite part, une très grosse part) par des réponses *numériques* grâce au nouvel apprentissage. Une étape du projet d'enseignement s'appuie alors sur la proposition du programme « un quart de disque désigne une partie du disque » et consiste à *nommer les parts* (section 4). Ce *nom* sera repris pour être enrichi (section 5), avec une acception plus large pour répondre à la question *combien*.

Combien y a-t-il de gâteau ?

Source : C. Chambris, 24-25

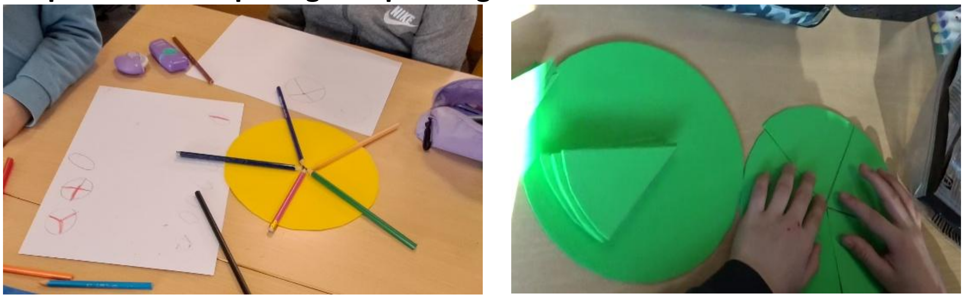
Dans chaque encadré violet, combien y a-t-il de gâteau ? Deux gâteaux, et après ? Une part, une grosse part, une très grosse part, une très petite part ?
Le nombre, c'est *un petit peu*, *beaucoup*, *énormément*, en plus précis.
Un nombre est ce qui constitue la réponse à la question « combien y a-t-il de ? »

- ⇨ La fraction, c'est ce qui dit si la part est plus ou moins grande. La fraction, c'est ce qui exprime la taille de la part.

C'est le projet qui motive l'introduction des fractions.
Le programme propose une entrée par le partage en parts égales dans la notion de fraction.
« Il s'agit de familiariser les élèves avec les mots « moitié », « demi » et « quart » afin qu'ils comprennent que, par exemple, un quart de disque désigne une partie du disque dans le cas d'un partage en quatre parts égales. » (Programmes Mathématiques du C2, 2025)

4. Nommer les parts

Nommer les parts dans un partage en parts égales



Source : GDM 95, 24-25

⇨ **Un cinquième c'est une des parts dans un partage en cinq parts égales.**

Pour connaître le nom de la part, on doit savoir en combien de parts égales le disque a été partagé.

S'entraîner à utiliser le nom des parts : Donne-moi trois cinquièmes

Vidéo

Dans les séquences réalisées, les élèves ont travaillé avec des disques partagés en 5, 8 ou 12 parts égales. Ils ont nommé les parts *cinquièmes*, *huitièmes* et *douzièmes*. Ils les reconnaissent parce qu'*elles sont plus ou moins grandes*.

5. Elargir le point de vue sur la fraction : ce qui est aussi grand qu'une part

A partir de cette section, on étend le point de vue sur les fractions. Des morceaux dont on ne connaît pas l'origine sont introduits.

Pour que les élèves aient en tête qu'ils doivent s'intéresser à des tailles et non à des objets pour eux-mêmes, il est nécessaire de les interroger par rapport à ce qu'ils connaissent déjà : *ce morceau est-il plus ou moins grand qu'un cinquième* ? Ils peuvent d'abord répondre par comparaison visuelle.

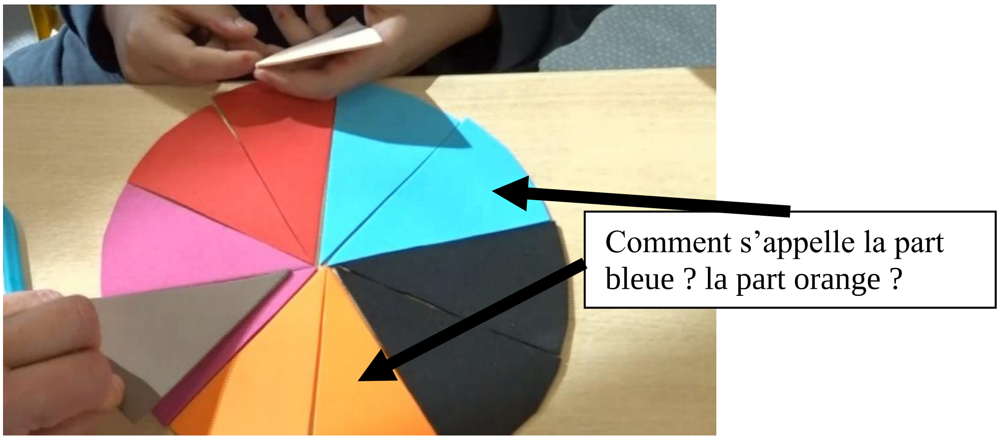
« Est-ce que ce morceau pourrait être un neuvième ? » est une question plus difficile. Y répondre par un raisonnement demande de faire le lien avec le fait que plus il y a de parts, plus elles sont petites. C'est un objectif d'apprentissage qui peut commencer à être travaillé en amont de l'introduction des *noms des parts*.

Exemple 1 : Vidéo en classe de CE2

Tâche : comment s'appelle cette part ?

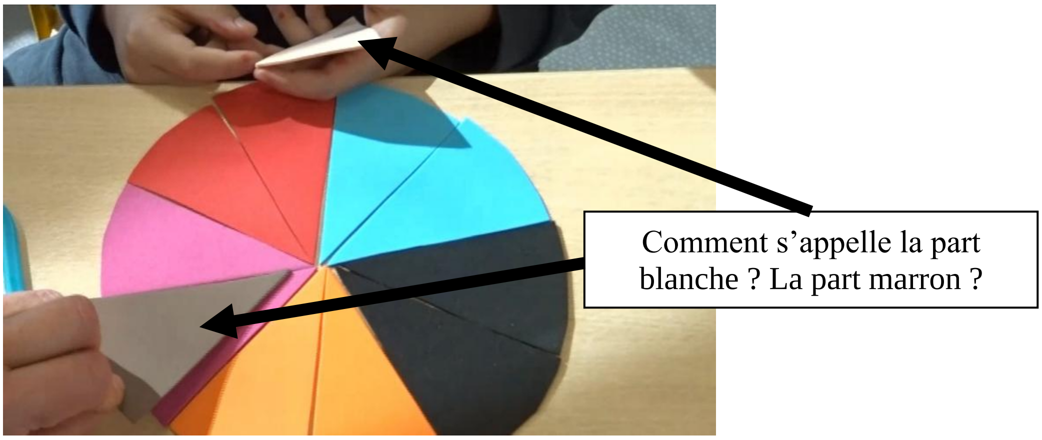
Vidéo

Dans cet exemple, un disque est reconstitué avec des parts toutes égales. Elles ne proviennent pas toutes d'un même disque.



Source : GDM 95, 24-25

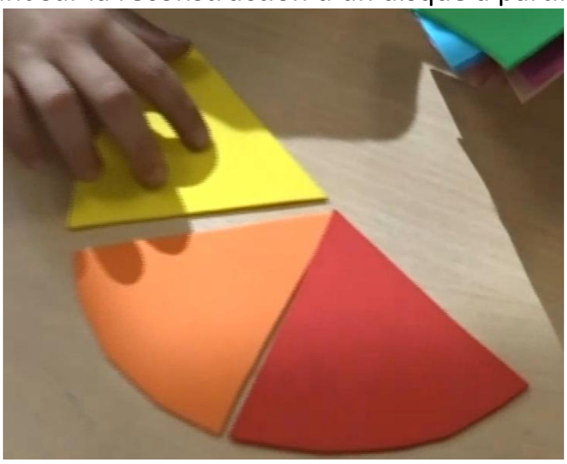
⇨ **Un dixième c'est aussi ce qui est grand comme / aussi grand que / ni plus petit, ni plus grand que / une des parts dans un partage en dix parts égales.**



Source : GDM 95, 24-25

⇨ **Un dixième c'est aussi ce qui est grand comme / aussi grand que / ni plus petit, ni plus grand que / une des parts dans un partage en dix parts égales.**

Exemple 2 : Tâche - comment s'appellent ces parts ?
Vidéo classe CE2
Nommer des parts en s'appuyant sur la reconstruction d'un disque à partir de parts égales



Source : GDM 95, 24-25

Les parts s'appellent des sixièmes car il en faut six égales pour reconstruire le disque

⇨ **Un sixième c'est aussi ce qui est grand comme / aussi grand que / ni plus petit, ni plus grand que / une des parts dans un partage en six parts égales.**

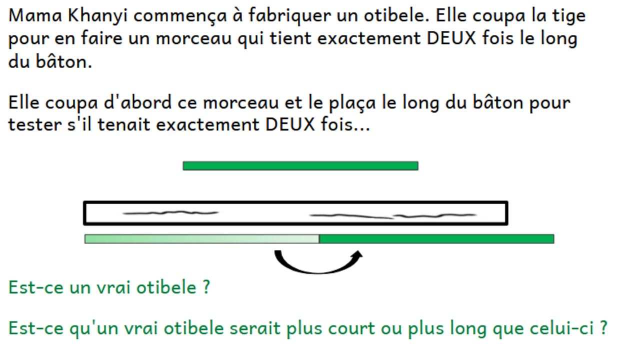
Le nom n'est plus seulement le nom d'une part dans un disque mais l'expression de ce qui est aussi grand qu'une part. Le nom de la part devient la réponse à la question « combien ».
Pour répondre à la question « combien y a-t-il de disque ? », on répond en donnant le nom de ce qui est aussi grand que la part.

Consolider le changement de point de vue sur la fraction : ce qui est aussi grand qu'une part
Pour avoir le disque, il faut prendre six parts, chacune aussi grande qu'une part du disque partagé en six.
Ou encore, il faut prendre 6 fois ce qui est aussi grand qu'une part du disque partagé en 6 parts égales.
Formulation complémentaire, qui peut remplacer les deux précédentes.

⇨ **Un sixième c'est la quantité qu'il faut prendre 6 fois pour avoir le tout / le disque / l'unité.**
Remarque : prendre plusieurs fois une quantité suppose de prendre « ce qui est aussi grand que » (on fait des copies). En effet, il n'est pas possible de *prendre plusieurs fois une part donnée*.
Pour refaire le disque ou l' « unité »,

- on peut prendre *plusieurs parts qui sont égales* (ni plus petites, ni plus grandes l'une que l'autre),
- on peut « reporter » une quantité plusieurs fois (dans un report, on construit des parts égales à ce qui est reporté).

Exemple de questionnement et verbalisation avec un professeur et un élève imaginaires à partir de l'album *Mama Khanyi et les pots*
Dans l'album, Mama Khanyi doit fabriquer un otibele, c'est-à-dire une tige qui tient exactement deux fois dans le bâton pris comme référence commune.



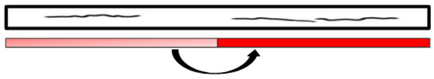
Source : Mama Khanyi et les pots (p.26)

P : Est-ce que la tige (verte) est un vrai otibele ?
E : En reportant deux fois la tige, cela dépasse. La tige n'est pas un vrai otibele.
P : Est-ce qu'un vrai otibele serait plus court ou plus long que celui-ci ?
E : Le bâton est aussi long que deux otibele. Deux fois la tige est plus long que le bâton, et donc que deux otibele. Donc, une seule tige est plus longue qu'un seul otibele.

Après plusieurs essais, Mama Khanyi produit la tige suivante (p.29).

Voici la longueur qu'elle a essayée...

Quand elle l'a testée, elle a tenu exactement DEUX fois le long du bâton ! Elle l'a peinte en rouge pour savoir que c'était le petit qu'elle utiliserait pour mesurer les pots.



Comment Khanyi savait-elle que c'était un vrai otibele ?

Source : Mama Khanyi et les pots (p.29)

P : Comment Mama Khanyi sait-elle que la tige est un vrai otibele ?
E : Un vrai otibele tient exactement deux fois dans le bâton. Comme la tige de Mama Khanyi tient exactement deux fois dans le bâton, c'est un vrai otibele.

Remarques sur le point de vue « report » :

- Ce point de vue est utilisé par un certain nombre d'enseignants.
- Ce point de vue est plus « puissant » que le point de vue « part » car il situe le travail au niveau de « aussi grand que ».
- Conséquence : il n'est pas souhaitable de demander aux enseignants qui utiliseraient un point de vue *report* de changer pour des *parts* qu'il leur faudra ensuite « abandonner », mais il semble souhaitable de les informer sur les difficultés conceptuelles pour passer d'une « part » à un « report » (*ce qui est aussi grand que*).

Références :

L'activité du partage du disque avec les crayons est inspirée de « Naming any Fraction », Griffiths, R., Back, J. and Gifford, S. (2023) Making fractions: practical approaches to fractions and decimals. Oxford: Oxford University Press. Pages 50-51.

Les images extraites de *Mama Khanyi et les pots* sont tirées de Vale, P., Graven, M., Višňovská, J., Ford, C. (illustration), Chambris, C. (traduction) (2021). Mama Khanyi et les pots. Une histoire mathématique et un livre d'activités. Makhanda, Afrique du Sud: South African Numeracy Chair Project, Rhodes University. https://hal.science/hal-04572483

L'exercice de la partie 1 provient de La Méthode de Singapour CE1 (2019) Livre de l'élève. Librairie des écoles.

CATÉGORIE	**MATHÉMATIQUES** Ressources pédagogiques pour les formatrices et formateurs
NIVEAU, TITRE	**Cycle 3 – Ritualiser les séances de géométrie mentale**
DESCRIPTIF	*Ces propositions s'appuient sur le travail de JL Bregeon* :
AUTEUR	Alexandra Homsi

Pourquoi ?

Le travail sur la **géométrie mentale** s'appuie sur les travaux de Bregeon, qui propose cette modalité pour :

1. **Imaginer et nommer** : Aider les élèves à visualiser des figures indépendamment des contraintes de tracés aux instruments et utiliser le vocabulaire géométrique.
2. **Décrire et tracer** : Relier descriptions et tracés à main levée.
3. **Analyser et argumenter** : Comprendre et expliquer les propriétés des figures.

➢ Vidéo : La géométrie mentale - Cycle-3 Éducatif

Quand ?

Une séance **hebdomadaire** d'environ **15 min pour 1 à 2 instructions à main levée.**

Comment ?

- Lire **lentement à voix haute deux fois** le programme en demandant de « dessiner dans sa tête » avant de pouvoir prendre un crayon à papier ou un feutre.
- **Les élèves tracent, à main levée, après la deuxième lecture** sur feuille ou ardoise (environ une minute).
- **Débat argumenté au sein de la classe** : L'enseignant amène les élèves à argumenter en « parlant géométrie » en s'appuyant sur la diversité des productions et leur correspondance ou non avec l'énoncé de départ.

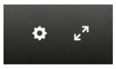
  <u>3 modalités possibles</u>

a) Trois élèves volontaires proposent leurs dessins/ tracés, la classe valide ou pas, et pourquoi.
b) L'enseignant invite des élèves dont elle a repéré le travail à montrer leur dessin/tracé.
c) L'enseignant propose lui-même des dessins/tracés à main levée au tableau : « Je vous ai vu travailler, j'ai reproduit au tableau 3 dessins ».

Des exemples filmés sans son
Proposition de consigne lors d'ateliers avec les enseignants :
Visualisez ces vidéos puis proposez une consigne possible pour chaque vidéo.

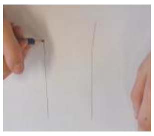
Contexte de prise des vidéos : Les vidéos avec des élèves ont été réalisées avec des élèves de CM1 n'ayant pas l'habitude de pratiquer la géométrie mentale. Dans le cadre de ce protocole d'observation, chaque élève a été filmé individuellement, en dehors de sa classe.
Note : *Les productions des consignes 2 et 6 reflètent la diversité des interprétations possibles, incluant des erreurs qui pourront être exploitées comme des leviers pédagogiques.*

Lors du visionnage des vidéos, cliquer deux fois sur les flèches du plein écran pour voir l'écran en entier.

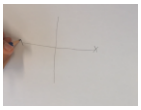


Vidéos consigne 1


Vidéos consigne 2

Vidéos consigne 3



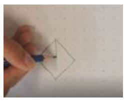
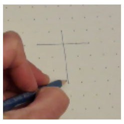
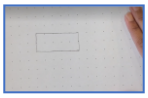
Vidéos consigne 4



Vidéos consigne 5



Vidéos consigne 6

Lien vers des photos : https://nuage02.apps.education.fr/index.php/s/nANeayPpPZfMqng

Des propositions de verbalisation des vidéos – Consignes 1 à 6

1. La figure est formée d'une ligne droite et d'un point placé sur la ligne.

2. Tracer deux droites perpendiculaires.

3. Cette figure est formée d'un segment et d'une droite qui passe par le milieu de ce segment.

4. Tracer un cercle de centre le point O et d'un deuxième cercle qui passe par O.

5. Cette figure est formée de trois segments. Deux sont parallèles. Le troisième est perpendiculaire aux deux premiers.

6. Cette figure est un quadrilatère. Ses diagonales sont perpendiculaires et égales.

Un « Tableau d'analyse a priori des activités » est proposé à la page 3.

Des variables

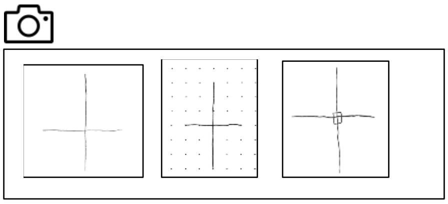
- **Les types support et de médium**

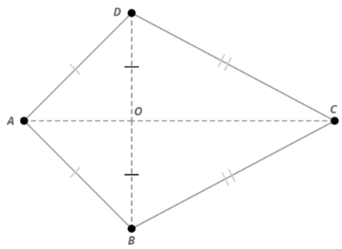
a) Sur ardoise et avec un feutre pour une mise au travail rapide
b) Sur papier et avec un crayon pour garder une trace
c) Sur papier pointé et avec un crayon pour une production plus nette
d) Sur papier pour utiliser le pliage

Vidéo 1 - Pliage consigne 2

Vidéo 2 - Pliage consigne 2

Ressource : pliage-papier.pdf (p.17-19)

N°	Consigne	Explication / Propriétés	Observations
1	La figure est formée d'une ligne droite et d'un point placé sur la ligne.	Une ligne droite est un ensemble d'infinis points alignés. Le point est placé sur cette ligne et peut servir de repère.	Certains élèves marquent le point par une croix, d'autres par un simple point. Cette diversité permet d'aborder les conventions graphiques et leur rôle dans la clarté des représentations géométriques.
2	Tracer deux droites perpendiculaires.	Les deux droites se croisent pour former 4 angles droits. Exemple de mise en commun : Regardez ces trois dessins. Classez-les du moins au plus proche d'un angle droit. Pour vérifier, utilisez l'équerre de la classe comme référence. 	Quelques élèves confondent droites perpendiculaires et parallèles, ce qui offre une occasion de revoir ces concepts. **Autres possibilités : par pliage** **1ere possibilité** (toute droite perpendiculaire à la 1e devient une solution) : En pliant une feuille en deux sans tenir compte des bords, un premier pli est créé, représentant une droite. Ensuite, on déplie la feuille et on fait apparaitre le premier pli. Puis on replie la feuille de telle sorte que le 1er pli soit recouvert partiellement ou totalement par lui-même. Quand on ouvre la feuille, les deux plis « en creux » représentent des droites perpendiculaires. **2e possibilité** (recherche de la bissectrice) : En pliant une feuille en deux sans tenir compte des bords, un premier pli est créé, représentant une droite. Ensuite, on garde la feuille pliée et on replie le pli sur lui-même avec soin. On obtient alors 4 épaisseurs de papier. L'angle entre les plis est un angle droit. Ressource : pliage-papier.pdf (p.17-19)
3	Cette figure est formée d'un segment et d'une droite qui passe par le milieu de ce segment.	La droite divise le segment en deux parties égales. Si elle est perpendiculaire, il s'agit d'une médiatrice.	La plupart des productions confondent la médiatrice et une droite sécante passant par le segment, ce qui peut être discuté en classe.
4	Tracer un cercle de centre O et un deuxième cercle qui passe par O.	Les deux cercles peuvent être : sécants (se croisent en deux points), tangents (se touchent en un point), concentriques (l'un à l'intérieur de l'autre)..	La plupart des élèves ont tracé des cercles sécants. Cela peut servir de point de départ pour discuter des deux autres configurations possibles.
5	Cette figure est formée de trois segments. Deux sont parallèles. Le troisième est perpendiculaire aux deux premiers.	Les segments parallèles maintiennent une distance constante ; le segment perpendiculaire peut couper les deux autres à angle droit ou il peut en être éloigné et ne pas les couper.	Quelques élèves confondent droites perpendiculaires et parallèles, ce qui offre une occasion de revoir ces concepts. Tous les élèves ont proposé une version où le segment perpendiculaire coupe les deux autres à angle droit.
6	Cette figure est un quadrilatère. Ses diagonales sont perpendiculaires et égales.	Ici l'énoncé ne décrit pas immédiatement des constructions. Exemple : la phrase « un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires » décrit l'objet quadrilatère sans préciser comment il sera construit. Cela suppose une reconfiguration de la part des élèves. Ainsi la phrase précédente doit être reformulée par un élève en " *j'imagine un segment, et un autre segment de même longueur. Je place le second dans une direction perpendiculaire. Enfin, je joins les quatre extrémités par des*	Les élèves ont souvent tracé les côtés du quadrilatère sans commencer par les diagonales. Cela a rendu difficile la réalisation correcte des propriétés demandées. Cela peut être l'occasion de travailler sur les propriétés des diagonales et leur interprétation graphique Si les diagonales se coupent en leur milieu, c'est un carré. Sinon, cela peut être un cerf-volant.

N°	Consigne	Explication / Propriétés	Observations
		lignes. " (Source : conducteurs EN PNF 2023-2024 - RMC Atelier 2) On voit ainsi que le résultat n'est pas forcément un carré mais peut être aussi un cerf-volant par exemple. Exemple d'une figure d'un cerf-volant : 	

D'autres exemples

1. Trace une ligne courbe ouverte.
2. Trace une ligne courbe fermée.
3. La figure est formée d'une ligne droite et d'un point placé sur la ligne.
4. La figure se compose d'une ligne droite et d'un point placé à l'extérieur de la ligne.
5. La figure se compose d'une ligne droite et de trois points, deux sur la droite et un à l'extérieur de la droite.
6. La figure se compose d'un segment de droite et d'un point placé au milieu du segment.
7. La figure se compose d'un segment de droite AB et d'un point placé en dehors du segment.
8. Tracer deux lignes droites qui se coupent au point O.
9. Tracer deux droites parallèles.
10. Tracer deux droites perpendiculaires.
11. Tracer deux droites parallèles et une autre droite qui les coupe.
12. Tracer deux droites parallèles et deux autres droites parallèles qui coupent les deux premières.
13. Tracer deux droites parallèles et deux autres droites qui coupent les deux premières.
14. Tracer deux droites perpendiculaires et marquer un point à l'extérieur des deux droites.
15. Tracer un segment AB et un segment AC.
16. Tracer un segment AB et un segment BC qui est perpendiculaire à AB.
17. Cette figure est formée d'un segment et d'une droite qui passe par le milieu de ce segment.
18. Tracer un segment de droite, marque son milieu, puis trace une droite qui passe par ce milieu et qui est perpendiculaire au segment.
19. Tracer un segment AB. Marquer le point O milieu du segment AB puis tracer une ligne droite qui passe par O et qui est perpendiculaire au segment.
20. La figure est formée d'un cercle et d'un diamètre de ce cercle.
21. Tracer un cercle de centre le point O et d'un deuxième cercle qui passe par O.
22. Cette figure est formée d'un cercle de centre O et d'une droite qui passe par O. A et B sont les points d'intersection du cercle et de la droite.
23. Cette figure est formée de trois lignes droites parallèles. Elles sont coupées par une quatrième droite qui n'est pas perpendiculaires aux trois autres.
24. Cette figure est formée d'un cercle et de deux diamètres perpendiculaires.
25. Tracer un cercle de centre O et un deuxième cercle passant par O. Nommer A et B leurs points d'intersection.
26. Cette figure est formée de trois segments. Deux sont parallèles. Le troisième est perpendiculaire aux deux premiers.
27. Tracer deux droites parallèles, puis tracer deux segments qui sont perpendiculaires à ces deux droites.

28. Tracer un rectangle, puis un cercle. Un diamètre du cercle est un petit côté du rectangle.
29. Dessiner un segment AB. Tracer le cercle de centre A qui passe par B et le cercle de centre B qui passe par A.
30. Cette figure est formée de deux cercles, un grand et un petit. Les deux cercles ont le même centre.
31. La figure est formée de deux carrés qui ont un sommet en commun.
32. La figure est composée d'un carré et d'un triangle rectangle. Ils ont un côté en commun.
33. Dessiner un carré puis tracer un cercle qui passe par deux sommets du carré. Son centre est au milieu d'un des côtés du carré. Marquer tous les angles droits.
34. Dessiner un carré puis tracer un cercle qui passe par deux sommets du carré. Son centre est un des sommets du carré. Marquer tous les angles droits.
35. Dessiner un carré puis tracer un cercle. Son centre est un des sommets du carré. Son rayon est égal à un des côtés du carré. Marquer tous les angles droits.
36. Dessiner un rectangle et tracer ses diagonales. Dessiner un cercle qui passe par les quatre sommets du rectangle.
37. Tracer une droite et un rectangle. Deux des côtés du rectangle sont parallèles à la droite.
38. Dessiner un rectangle et tracer ses diagonales qui se coupent au point O. Tracer un cercle de centre le point O. Son rayon est égal à la moitié d'une diagonale du rectangle.
39. Cette figure est un quadrilatère. Ses diagonales sont perpendiculaires et égales.
40. Cette figure est un carré avec ses deux diagonales. Marquer tous les angles droits.
41. Cette figure est formée d'un cercle et d'un triangle. Les trois sommets du triangle sont sur le cercle. Un des côtés du triangle est le diamètre du cercle.
42. Tracer un losange puis un parallélogramme. Ils ont un côté en commun.
43. La figure est formée de deux carrés : un grand et un petit. Les sommets du petit carré sont les milieux des côtés du grand carré.
44. La figure est formée d'un cercle et d'un carré. Le cercle passe par les quatre sommets du carré.
45. La figure est formée d'un carré et d'un triangle. Le triangle a un côté commun avec le carré et se trouve à l'extérieur du carré.
46. Tracer un carré. Tracer un demi-cercle de diamètre un côté du carré, situé à l'extérieur du carré.
47. Cette figure est formée d'un carré, de ses deux diagonales et des segments qui relient les milieux des côtés opposés.
48. Tracer deux carrés, un grand et un petit. Le petit carré est à l'intérieur du grand. Tracer les diagonales du petit carré.
49. Cette figure est formée de deux carrés, un grand et un petit. Deux côtés du petit carré sont sur les côtés du grand carré. Un sommet du petit carré est au point de rencontre des diagonales du grand carré.
50. Cette figure est formée d'un carré et d'un cercle. Le cercle passe par deux sommets du carré.
51. Cette figure est formée d'un carré et d'un cercle. Le centre du cercle est le milieu d'un côté du carré.
52. Tracer un quadrilatère ABCD.
53. Tracer un rectangle ABCD. Tracer ses diagonales qui se coupent en O.
54. Tracer un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires.
55. Tracer un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires et égales.
59. Cette figure est formée d'un cercle et d'un triangle. Les trois sommets du triangle sont sur le cercle. Un des côtés du triangle est un diamètre du cercle.
60. Tracer un losange et un triangle qui ont un côté commun.
61. Tracer un quadrilatère qui a deux angles droits et deux seulement.
62. La figure est formée de deux carrés qui ont un sommet en commun.
63. Tracer deux segments qui ont le même milieu. Joindre les extrémités de ces deux segments.
64. Tracer deux segments qui sont perpendiculaires et ont le même milieu. Joindre les extrémités de ces segments.
65. Tracer deux segments qui se coupent et ont la même longueur. Joindre les extrémités de ces segments.
66. Dessiner un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires.
67. Dessiner un quadrilatère qui a deux côtés parallèles et deux seulement.
68. Dessiner un quadrilatère qui a deux côtés de même longueur et deux seulement.
69. Dessiner un quadrilatère qui a deux côtés de même longueur et un angle droit.
70. Cette figure est formée de deux carrés qui ont un côté en commun. Ces deux carrés forment un rectangle. On a tracé une diagonale de ce rectangle.

71. Trace un triangle rectangle et marque les milieux des trois côtés. Relie ces milieux pour former un rectangle.
72. Cette figure est formée d'un carré et des deux segments qui relient les milieux des côtés opposés. On a tracé le cercle qui a pour diamètres ces deux segments.
73. Cette figure est formée d'un carré et des deux segments qui relient les milieux des côtés opposés. On a tracé le carré qui a pour diagonales ces deux segments.
74. Cette figure est formée de 6 carrés identiques. Chaque carré a au moins un côté en commun avec un autre. La figure obtenue est le patron d'un cube.

Note : La page de JL Bregeon n'est plus active, mais est archivée sur *wayback machine.*

Lien : https://web.archive.org/web/20231002030023/http://jean-luc.bregeon.pagesperso-orange.fr/Page 3-9.htm

Bibliographie

- Braconne-Michoux, A. (2014). *Papier pointé, papier blanc, pliage : Les propriétés des figures géométriques en jeu sont-elles les mêmes ?*. *Bulletin de l'Association Mathématique du Québec (AMQ)*, 54(3), 8-26.
  Lien : https://www.amq.math.ca/wp-content/uploads/bulletin/vol54/no3/pliage-papier.pdf (consulté le 10 01 2025)

- Brégeon, J.-L. (2023). *Page 3-9*. Consulté via Internet Archive
  Lien : https://web.archive.org/web/20231002030023/http://jean-luc.bregeon.pagesperso-orange.fr/Page 3-9.htm (consulté le 10 01 2025)

- Ministère de l'Éducation Nationale. (n.d.). *Cycle 3 Educatif*. Consulté à l'adresse : https://tube-cycle-3.apps.education.fr/w/bDwenrRio4Zuxkv6x5uzs5 (consulté le 10 01 2025)

- Ministère de l'Éducation Nationale. (2023). *Conducteur national pour l'atelier 2 : Géométrie aux cycles 2 et 3 – PNF des RMC 2023-24*. Document interne non publié.

CATÉGORIE	**MATHÉMATIQUES** Ressources pédagogiques pour les enseignantes et enseignants
NIVEAU, TITRE	**Cycle 3 – Ritualiser les séances de géométrie mentale**
DESCRIPTIF	*Ces propositions s'appuient sur le travail de JL Bregeon* *:*
AUTEUR	Alexandra Homsi

Pourquoi ?

Le travail sur la **géométrie mentale** s'appuie sur les travaux de Bregeon, qui propose cette modalité pour :

1. **Imaginer et nommer** : Aider les élèves à visualiser des figures indépendamment des contraintes de tracés aux instruments et utiliser le vocabulaire géométrique.
2. **Décrire et tracer** : Relier descriptions et tracés à main levée.
3. **Analyser et argumenter** : Comprendre et expliquer les propriétés des figures.

- Vidéo : La géométrie mentale - Cycle-3 Éducatif

Quand ?

Une séance **hebdomadaire** d'environ **15 min pour 1 à 2 instructions à main levée.**

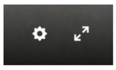
Comment ?

- Lire **lentement à voix haute deux fois** le programme en demandant de « dessiner dans sa tête » avant de pouvoir prendre un crayon à papier ou un feutre.
- **Les élèves tracent, à main levée, après la deuxième lecture** sur feuille ou ardoise (environ une minute).
- **Débat argumenté au sein de la classe** : L'enseignant amène les élèves à argumenter en « parlant géométrie » en s'appuyant sur la diversité des productions et leur correspondance ou non avec l'énoncé de départ.
  <u>3 modalités possibles</u>

a) Trois élèves volontaires proposent leurs dessins/ tracés, la classe valide ou pas, et pourquoi.
b) L'enseignant invite des élèves dont elle a repéré le travail à montrer leur dessin/tracé.
c) L'enseignant propose lui-même des dessins/tracés à main levée au tableau : « Je vous ai vu travailler, j'ai reproduit au tableau 3 dessins ».

Des exemples filmés sans son

Contexte de prise des vidéos : Les vidéos ont été réalisées avec des élèves de CM1 n'ayant pas l'habitude de pratiquer la géométrie mentale. Dans le cadre de ce protocole d'observation, chaque élève a été filmé individuellement, en dehors de sa classe.
Note : *Les productions des consignes 2 et 6 reflètent la diversité des interprétations possibles, incluant des erreurs qui pourront être exploitées comme des leviers pédagogiques.*

Lors du visionnage des vidéos, cliquer deux fois sur les flèches du plein écran pour voir l'écran en entier 

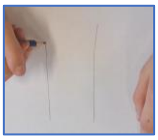
Consigne 1 – Vidéos

La figure est formée d'une ligne droite et d'un point placé sur la ligne.

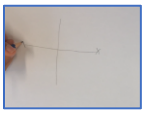
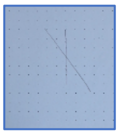
Consigne 2 - Vidéos

Tracer deux droites perpendiculaires.

Consigne 3 - Vidéos

. Cette figure est formée d'un segment et d'une droite qui passe par le milieu de ce segment.

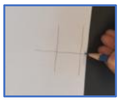
Consigne 4 - Vidéos

Tracer un cercle de centre le point O et d'un deuxième cercle qui passe par O.

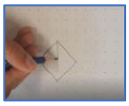
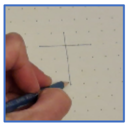
Consigne 5 - Vidéos

Cette figure est formée de trois segments. Deux sont parallèles. Le troisième est perpendiculaire aux deux premiers.

Consigne 6 – Vidéos

Cette figure est un quadrilatère. Ses diagonales sont perpendiculaires et égales.

Lien vers des photos : https://nuage02.apps.education.fr/index.php/s/nANeayPpPZfMqng

Un «Tableau d'analyse a priori des activités » est proposé à la page 3.

Des variables

- **Les types support et de médium**

a) Sur ardoise et avec un feutre pour une mise au travail rapide
b) Sur papier et avec un crayon pour garder une trace
c) Sur papier pointé et avec un crayon pour une production plus nette
d) Sur papier pour utiliser le pliage

Vidéo 1 - Pliage consigne 2

Vidéo 2 - Pliage consigne 2

Ressource : pliage-papier.pdf (p.17-19)

Tableau d'analyse a priori des activités

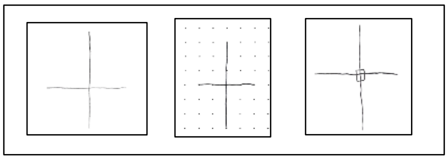
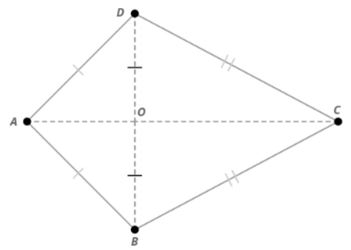
N°	Consigne	Explication / Propriétés	Observations
1	La figure est formée d'une ligne droite et d'un point placé sur la ligne.	Une ligne droite est un ensemble infini de points alignés. Le point est placé sur cette ligne et peut servir de repère.	Certains élèves marquent le point par une croix, d'autres par un simple point. Cette diversité permet d'aborder les conventions graphiques et leur rôle dans la clarté des représentations géométriques.
2	Tracer deux droites perpendiculaires.	Les deux droites se croisent pour former 4 angles droits. Exemple de mise en commun : Regardez ces trois dessins. Classez-les du moins au plus proche d'un angle droit. Pour vérifier, utilisez l'équerre de la classe comme référence. 	Quelques élèves confondent droites perpendiculaires et parallèles, ce qui offre une occasion de revoir ces concepts. **Autres possibilités : par pliage** **1ere possibilité** (toute droite perpendiculaire à la 1^{e} devient une solution) : En pliant une feuille en deux sans tenir compte des bords, un premier pli est créé, représentant une droite. Ensuite, on déplie la feuille et on fait apparaitre le premier pli. Puis on replie la feuille de telle sorte que le 1^{er} pli soit recouvert partiellement ou totalement par lui-même. Quand on ouvre la feuille, les deux plis « en creux » représentent des droites perpendiculaires. **2^{e} possibilité** (recherche de la bissectrice) : En pliant une feuille en deux sans tenir compte des bords, un premier pli est créé, représentant une droite. Ensuite, on garde la feuille pliée et on replie le pli sur lui-même avec soin. On obtient alors 4 épaisseurs de papier. L'angle entre les plis est un angle droit. Ressource : [pliage-papier.pdf] (p.17-19)
3	Cette figure est formée d'un segment et d'une droite qui passe par le milieu de ce segment.	La droite divise le segment en deux parties égales. Si elle est perpendiculaire, il s'agit d'une médiatrice.	La plupart des productions confondent la médiatrice et une droite sécante passant par le segment, ce qui peut être discuté en classe.
4	Tracer un cercle de centre O et un deuxième cercle qui passe par O.	Les deux cercles peuvent être : sécants (se croisent en deux points), tangents (se touchent en un point), concentriques (l'un à l'intérieur de l'autre).	La plupart des élèves ont tracé des cercles sécants. Cela peut servir de point de départ pour discuter des deux autres configurations possibles.
5	Cette figure est formée de trois segments. Deux sont parallèles. Le troisième est perpendiculaire aux deux premiers.	Les segments parallèles maintiennent une distance constante ; le segment perpendiculaire peut couper les deux autres à angle droit ou il peut en être éloigné et ne pas les couper.	Quelques élèves confondent droites perpendiculaires et parallèles, ce qui offre une occasion de revoir ces concepts.
6	Cette figure est un quadrilatère. Ses diagonales sont perpendiculaires et égales.	Ici l'énoncé ne décrit pas immédiatement des constructions. Exemple : la phrase « un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires » décrit l'objet quadrilatère sans préciser comment il sera construit. Cela suppose une reconfiguration de la part des élèves. Ainsi la phrase précédente doit être reformulée par un élève en " *j'imagine un segment, et un autre segment de même longueur. Je place le second dans une direction perpendiculaire. Enfin, je joins les quatre extrémités par des*	Les élèves ont souvent tracé les côtés du quadrilatère sans commencer par les diagonales. Cela a rendu difficile la réalisation correcte des propriétés demandées. Cela peut être l'occasion de travailler sur les propriétés des diagonales et leur interprétation graphique Si les diagonales se coupent en leur milieu, c'est un carré. Sinon, cela peut être un cerf-volant.

Tableau d’analyse a priori des activités

N°	Consigne	Explication / Propriétés	Observations
		lignes. " (Source : conducteurs EN PNF 2023-2024 - RMC Atelier 2) On voit ainsi que le résultat n'est pas forcément un carré mais peut être aussi un cerf-volant par exemple. Exemple d’une figure d’un cerf-volant : 	

D’autres exemples

1. Trace une ligne courbe ouverte.
2. Trace une ligne courbe fermée.
3. La figure est formée d’une ligne droite et d’un point placé sur la ligne.
4. La figure se compose d’une ligne droite et d’un point placé à l’extérieur de la ligne.
5. La figure se compose d'une ligne droite et de trois points, deux sur la droite et un à l'extérieur de la droite.
6. La figure se compose d’un segment de droite et d’un point placé au milieu du segment.
7. La figure se compose d’un segment de droite AB et d’un point placé en dehors du segment.
8. Tracer deux lignes droites qui se coupent au point O.
9. Tracer deux droites parallèles.
10. Tracer deux droites perpendiculaires.
11. Tracer deux droites parallèles et une autre droite qui les coupe.
12. Tracer deux droites parallèles et deux autres droites parallèles qui coupent les deux premières.
13. Tracer deux droites parallèles et deux autres droites qui coupent les deux premières.
14. Tracer deux droites perpendiculaires et marquer un point à l'extérieur des deux droites.
15. Tracer un segment AB et un segment AC.
16. Tracer un segment AB et un segment BC qui est perpendiculaire à AB.
17. Cette figure est formée d’un segment et d’une droite qui passe par le milieu de ce segment.
18. Tracer un segment de droite, marque son milieu, puis trace une droite qui passe par ce milieu et qui est perpendiculaire au segment.
19. Tracer un segment AB. Marquer le point O milieu du segment AB puis tracer une ligne droite qui passe par O et qui est perpendiculaire au segment.
20. La figure est formée d’un cercle et d’un diamètre de ce cercle.
21. Tracer un cercle de centre le point O et d’un deuxième cercle qui passe par O.
22. Cette figure est formée d'un cercle de centre O et d'une droite qui passe par O. A et B sont les points d'intersection du cercle et de la droite.
23. Cette figure est formée de trois lignes droites parallèles. Elles sont coupées par une quatrième droite qui n’est pas perpendiculaires aux trois autres.
24. Cette figure est formée d’un cercle et de deux diamètres perpendiculaires.
25. Tracer un cercle de centre O et un deuxième cercle passant par O. Nommer A et B leurs points d'intersection.
26. Cette figure est formée de trois segments. Deux sont parallèles. Le troisième est perpendiculaire aux deux premiers.
27. Tracer deux droites parallèles, puis tracer deux segments qui sont perpendiculaires à ces deux droites.

28. Tracer un rectangle, puis un cercle. Un diamètre du cercle est un petit côté du rectangle.
29. Dessiner un segment AB. Tracer le cercle de centre A qui passe par B et le cercle de centre B qui passe par A.
30. Cette figure est formée de deux cercles, un grand et un petit. Les deux cercles ont le même centre.
31. La figure est formée de deux carrés qui ont un sommet en commun.
32. La figure est composée d'un carré et d'un triangle rectangle. Ils ont un côté en commun.
33. Dessiner un carré puis tracer un cercle qui passe par deux sommets du carré. Son centre est au milieu d'un des côtés du carré. Marquer tous les angles droits.
34. Dessiner un carré puis tracer un cercle qui passe par deux sommets du carré. Son centre est un des sommets du carré. Marquer tous les angles droits.
35. Dessiner un carré puis tracer un cercle. Son centre est un des sommets du carré. Son rayon est égal à un des côtés du carré. Marquer tous les angles droits.
36. Dessiner un rectangle et tracer ses diagonales. Dessiner un cercle qui passe par les quatre sommets du rectangle.
37. Tracer une droite et un rectangle. Deux des côtés du rectangle sont parallèles à la droite.
38. Dessiner un rectangle et tracer ses diagonales qui se coupent au point O. Tracer un cercle de centre le point O. Son rayon est égal à la moitié d'une diagonale du rectangle.
39. Cette figure est un quadrilatère. Ses diagonales sont perpendiculaires et égales.
40. Cette figure est un carré avec ses deux diagonales. Marquer tous les angles droits.
41. Cette figure est formée d'un cercle et d'un triangle. Les trois sommets du triangle sont sur le cercle. Un des côtés du triangle est le diamètre du cercle.
42. Tracer un losange puis un parallélogramme. Ils ont un côté en commun.
43. La figure est formée de deux carrés : un grand et un petit. Les sommets du petit carré sont les milieux des côtés du grand carré.
44. La figure est formée d'un cercle et d'un carré. Le cercle passe par les quatre sommets du carré.
45. La figure est formée d'un carré et d'un triangle. Le triangle a un côté commun avec le carré et se trouve à l'extérieur du carré.
46. Tracer un carré. Tracer un demi-cercle de diamètre un côté du carré, situé à l'extérieur du carré.
47. Cette figure est formée d'un carré, de ses deux diagonales et des segments qui relient les milieux des côtés opposés.
48. Tracer deux carrés, un grand et un petit. Le petit carré est à l'intérieur du grand. Tracer les diagonales du petit carré.
49. Cette figure est formée de deux carrés, un grand et un petit. Deux côtés du petit carré sont sur les côtés du grand carré. Un sommet du petit carré est au point de rencontre des diagonales du grand carré.
50. Cette figure est formée d'un carré et d'un cercle. Le cercle passe par deux sommets du carré.
51. Cette figure est formée d'un carré et d'un cercle. Le centre du cercle est le milieu d'un côté du carré.
52. Tracer un quadrilatère ABCD.
53. Tracer un rectangle ABCD. Tracer ses diagonales qui se coupent en O.
54. Tracer un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires.
55. Tracer un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires et égales.
59. Cette figure est formée d'un cercle et d'un triangle. Les trois sommets du triangle sont sur le cercle. Un des côtés du triangle est un diamètre du cercle.
60. Tracer un losange et un triangle qui ont un côté commun.
61. Tracer un quadrilatère qui a deux angles droits et deux seulement.
62. La figure est formée de deux carrés qui ont un sommet en commun.
63. Tracer deux segments qui ont le même milieu. Joindre les extrémités de ces deux segments.
64. Tracer deux segments qui sont perpendiculaires et ont le même milieu. Joindre les extrémités de ces segments.
65. Tracer deux segments qui se coupent et ont la même longueur. Joindre les extrémités de ces segments.
66. Dessiner un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires.
67. Dessiner un quadrilatère qui a deux côtés parallèles et deux seulement.
68. Dessiner un quadrilatère qui a deux côtés de même longueur et deux seulement.
69. Dessiner un quadrilatère qui a deux côtés de même longueur et un angle droit.

70. Cette figure est formée de deux carrés qui ont un côté en commun. Ces deux carrés forment un rectangle. On a tracé une diagonale de ce rectangle.
71. Trace un triangle rectangle et marque les milieux des trois côtés. Relie ces milieux pour former un rectangle.
72. Cette figure est formée d'un carré et des deux segments qui relient les milieux des côtés opposés. On a tracé le cercle qui a pour diamètres ces deux segments.
73. Cette figure est formée d'un carré et des deux segments qui relient les milieux des côtés opposés. On a tracé le carré qui a pour diagonales ces deux segments.
74. Cette figure est formée de 6 carrés identiques. Chaque carré a au moins un côté en commun avec un autre. La figure obtenue est le patron d'un cube.

Note : La page de JL Bregeon n'est plus active, mais est archivée sur *wayback machine.*

Lien : https://web.archive.org/web/20231002030023/http://jean-luc.bregeon.pagesperso-orange.fr/Page 3-9.htm

Bibliographie

- Braconne-Michoux, A. (2014). *Papier pointé, papier blanc, pliage : Les propriétés des figures géométriques en jeu sont-elles les mêmes ?*. *Bulletin de l'Association Mathématique du Québec (AMQ)*, 54(3), 8-26.
  Lien : https://www.amq.math.ca/wp-content/uploads/bulletin/vol54/no3/pliage-papier.pdf (consulté le 10 01 2025)

- Brégeon, J.-L. (2023). *Page 3-9*. Consulté via Internet Archive
  Lien : https://web.archive.org/web/20231002030023/http://jean-luc.bregeon.pagesperso-orange.fr/Page 3-9.htm (consulté le 10 01 2025)

- Ministère de l'Éducation Nationale. (n.d.). *Cycle 3 Educatif*. Consulté à l'adresse : https://tube-cycle-3.apps.education.fr/w/bDwenrRio4Zuxkv6x5uzs5 (consulté le 10 01 2025)

- Ministère de l'Éducation Nationale. (2023). *Conducteur national pour l'atelier 2 : Géométrie aux cycles 2 et 3 – PNF des RMC 2023-24*. Document interne non publié.

CATÉGORIE	**MATHÉMATIQUES** Ressources pédagogiques pour les formatrices et formateurs Enseigner le vocabulaire spécifique en géométrie
NIVEAU, TITRE	**Cycle 3 – Trouver les points communs**
DESCRIPTIF	Description des caractéristiques de plusieurs solides dans le but de définir ce qu'est une pyramide
AUTEUR	Pascal Sirieix

La vidéo

Lien pour accéder à la vidéo :
https://nuage03.apps.education.fr/index.php/s/FGBscBKEDYp6dg5

La tâche

Voici 6 objets.
Vous devez trouver ce qu'ils ont en commun, dire quelles sont leurs caractéristiques communes.

Objectifs de la ressource

- Pour les enseignants : Montrer une séance visant à travailler la verbalisation du vocabulaire spécifique en géométrie.
- Pour les formateurs : Fournir des éléments d'analyse de la séance.

Le contenu de la ressource

- Une vidéo d'un petit groupe d'élèves de CM1
- Le verbatim de la vidéo
- Un document « ressource académique » où on trouve des éléments d'analyse et d'exploitation de la situation filmée »
- Un document « les écrits des élèves de CM1 » car leurs productions ne sont pas très lisibles sur la vidéo
- Un document « trace écrite possible »
- Un document « géométrie et vocabulaire spécifique »

Lien pour accéder aux différents contenus de la ressource :
https://nuage03.apps.education.fr/index.php/s/q87M3bPZ7yoa35S

Le contexte de la vidéo

Six élèves de CM1 issus d'une classe de CM1/CM2 sont accueillis dans la salle des maîtres.
La classe est située à l'école élémentaire de Cheptainville (91), école de 7 classes.
La vidéo a été tournée à la mi-novembre de 2024.
L'intervenant est un Conseiller Pédagogique.
Quatre situations sont proposées aux élèves durant une heure, dans l'ordre suivant : trouver les points communs de six polyèdres (pyramides), trouver les points communs de six polyèdres (prismes), trouver l'intrus parmi six polyèdres, construire sur un géoplan des quadrilatères qui répondent à une succession de consignes données.
Seule la situation « trouver les points communs » est analysée ici.

Utilisation de cette ressource en formation

La mise en place d'un cadre sécurisant et bienveillant permettant une analyse factuelle de la vidéo est indispensable.
Plusieurs pistes sont proposées ci-dessous pour une animation de formation autour de cette thématique.
A partir de l'exploitation d'une vidéo de la séance, le formateur ou la formatrice pourra s'appuyer sur tout ou partie des propositions faites.

- **Analyse a priori de la tâche « trouver les points communs »**
  - **Rappel de la tâche proposée aux élèves**

Consigne : Voici 6 objets. Vous devez trouver ce qu'ils ont en commun, dire quelles sont leurs caractéristiques communes.

  - **Les modalités de travail**

- Travail en petit groupe : Le choix de travailler en petit groupe se justifie par le fait qu'il s'agit de travailler sur le langage et plus particulièrement sur le vocabulaire géométrique. Le petit groupe doit favoriser les échanges et permettre la participation de tous.
- L'organisation de la table : Six polyèdres sont disposés sur une table. Chaque objet est posé sur sa photo afin que les élèves puissent le reposer au même endroit. Cela a peu d'importance pour cette première situation mais permet toutefois de travailler la compétence « reconnaître des solides usuels ».
NB : les photos et les étiquettes A, B, C, D et E seront surtout utiles pour la situation 3 : le jeu de l'intrus.
- La consigne : Elle est courte, passée oralement, répétée et reformulée.

  - **Les objets à comparer**

- Leur nombre : Le nombre d'objets correspond au nombre d'élèves ce qui permet à chacun d'en prendre un pour l'observer avec attention. Ce nombre est suffisant pour repérer des caractéristiques communes et pas trop important pour que la tâche reste réalisable.
- Leurs matières et couleurs : Deux polyèdres sont en bois, trois sont en papier cartonné et un est en plastique (Polydron). Il s'agit de voir si les élèves font abstraction de certaines caractéristiques (couleur, matière) qui ne sont pas géométriques.
- Leurs noms : Tous les polyèdres sont des pyramides mais cela n'est pas dit aux élèves. Il s'agit de caractériser un objet avant de le nommer (cf. travaux de Britt-Mari Barth[i]).
- Leur disposition sur la table : Les pyramides sont toutes posées sur leur base. Cela devrait favoriser la reconnaissance de la propriété « les faces latérales ont un sommet commun ».
NB : cela peut avoir pour inconvénient de construire des représentations prototypiques des polyèdres notamment celle des solides posés sur l'une de leurs bases et non sur une face latérale.

  - **Les procédures attendues**

Les élèves doivent observer les polyèdres posés devant eux et les comparer pour déterminer ce qu'ils ont en commun. Ils doivent noter leur réponse. Ils peuvent manipuler les objets pour prendre d'autres informations si nécessaire.
Ils peuvent s'appuyer sur leurs connaissances sur les figures planes pour décrire les faces (nombres et natures) et remobiliser du vocabulaire géométrique spécifique aux solides (sommet, face, arête, face latérale, base).

- **Les savoirs en jeu**

« Les connaissances et les savoir-faire attendus se construisent à partir de résolutions de problèmes associées à une verbalisation mobilisant le vocabulaire géométrique : il est particulièrement important que le professeur s'exprime dans un langage précis utilisant le vocabulaire géométrique approprié et qu'il encourage les élèves à se l'approprier et, progressivement, à l'utiliser. Les élèves doivent pouvoir justifier la nature géométrique d'un polyèdre en ayant recours aux propriétés géométriques de ses faces ». Extrait du programme de mathématiques du Cycle 3, mai 2025.
Au CM la connaissance des solides continue à se développer lors d'activités de construction, de description et de classements d'objets.
- Objectifs d'apprentissage :

  - Décrire une pyramide en faisant référence à des propriétés et en utilisant le vocabulaire approprié
  - Connaître la nature des faces d'une pyramide.

- Exemples de réussite :

  - L'élève sait que les faces d'une pyramide sont des triangles ayant un sommet commun (le sommet de la pyramide), à l'exception d'une face, appelée la base de la pyramide, qui est un polygone ayant trois côtés ou plus.
  - A travers des activités telles que des recherches d'intrus, des jeux de Kim ou des jeux du portrait, l'élève reconnaît, décrit avec le vocabulaire approprié, compare et nomme les solides.

- **Analyse de la phase de recherche individuelle**
  - **La consigne**

A partir de la vidéo et du document « les écrits des élèves de CM1 », analyser ce qui se passe lors de la phase de recherche individuelle.

- **Les éléments de réponse**

Certains élèves prennent les solides pour identifier la base et éventuellement dénombrer les faces.
Sur les traces écrites des élèves, on constate que :
- Peu de vocabulaire spécifique apparaît : pointe, sommet, triangle
- La consigne n'a pas toujours été respectée : ce qu'ils ont tous (Liloo → des objets en papier et d'autres en Kapla).

Margaux CM1	il ont tous une pointe en haut	**Ils ont tous une pointe en haut.**
Maïlys CM1	Ils ont tous une pointe	**Ils ont tous une pointe.**
Liloo CM1	Y en a 3 en papier Y en a 2 en capla	**Il y en a trois en papier et il y en a 2 en Kapla ©.**
Nolhan CM1	Ils sont touse a un sommet.	**Ils ont tous un sommet.**
Maxime CM1	Aucune réponse	
Ibrahim CM1	Ils sont tous en forme de triangle	**Ils sont tous en forme de triangle.**

- **Analyse des gestes professionnels durant la phase de mise en commun**
  - **La consigne**

Relever les éléments de mise en œuvre par l'enseignant pour étayer, préciser s'il y a des observables qui auraient pu être davantage pris en compte et proposer des verbalisations ou des interventions possibles. Enfin, envisager, le cas échéant, des modifications aux interventions de l'enseignant en justifiant votre choix.
NB : Ce travail peut se faire durant le visionnage et/ou après, à l'aide du verbatim.

  - **Les éléments de réponse**

Ce qui est mis en œuvre par l'enseignant :
- L'enseignant valide par un retour à la consigne « trouver ce qu'ils ont tous de pareil » lorsqu'un élève parle d'un objet particulier (ex. ce qu'il considère être un cône)
- L'enseignant reformule systématiquement les propositions des élèves :
  - Enseignant : Qu'est-ce qu'on peut dire sur les faces de tous ces solides ?
  - Elève : « elles en ont toutes » → Enseignant : « tous ces solides ont des faces »
- L'enseignant propose un vocabulaire spécifique précis ou s'appuie sur le vocabulaire précis des élèves.
  - L'enseignant précise : « Les faces sur les côtés ou les faces latérales »
- L'enseignant écarte les critères non géométriques : couleur des faces sur la pyramide à base pentagonale
- L'enseignant oriente les débats en s'appuyant sur ce que disent les élèves
  - Elève : « Ce n'est pas pareil en dessous » → Enseignant : « en dessous il y a quelque chose de différent mais qu'est-ce qu'on peut dire du reste, des autres faces ? »
- L'enseignant oriente les débats par une gestuelle
  - Lorsqu'il veut attirer l'attention des élèves sur le fait que les faces latérales ont un sommet commun.
- L'enseignant amène les élèves à définir ou mobiliser les notions :
  - d'arête : « Quelque chose qui relie les deux sommets »
  - de face : « La face est délimitée par des arêtes »
  - de base : synonyme de face du dessous
  - de faces latérales : synonymes de faces sur les côtés
  - de pentagone et d'hexagone : en se référant au nombre de côtés du polygone de la base.
  - de pyramide : à partir de ses caractéristiques (c'est l'objet de la séance)
  - de polygones : formes des faces de base et latérales : triangles, carrés, rectangles, pentagones, hexagones

Ce sur quoi l'enseignant aurait pu rebondir
- Il ne rejette pas le mot « cône » pour la pyramide à base hexagone. En le faisant, il aurait pu revenir sur

les notions de polyèdre et de non polyèdre.
- Il ne fait pas définir ce qu'est un sommet / il n'insiste pas sur le fait qu'un sommet en géométrie n'est pas forcément en haut.
- La notion de polygone est définie à partir d'exemples (triangle, carré…). Il aurait été pertinent de la définir plus précisément.
- Il aurait pu apporter un vocabulaire plus précis : « c'est une pyramide à base… » ; « c'est un tétraèdre ».

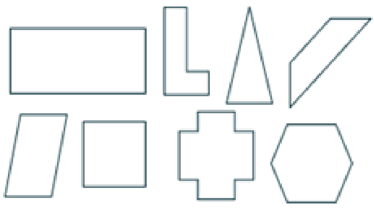
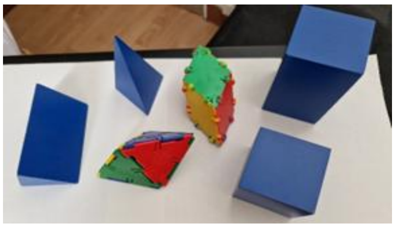
Points de vigilance :
- La passation de la consigne (il aurait fallu dire avant qu'on allait le noter sur sa feuille)
- « Toutes les faces sont des triangles sauf celles du dessous » → ce qui est faux pour le tétraèdre (→ reformulation à envisager).

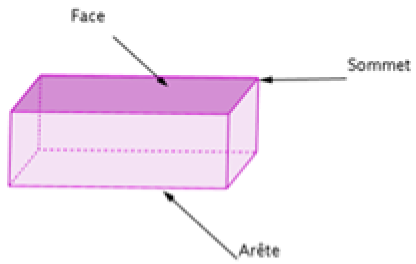
- **Un travail sur le vocabulaire spécifique**
  - **La consigne**

A. Relever tout le vocabulaire spécifique qui est verbalisé durant la séance.
B. Quelles difficultés liées au vocabulaire spécifique en géométrie avez-vous pu relever dans vos classes ?

  - **Les éléments de réponse**

A. Le vocabulaire spécifique aux solides rebrassé : sommet (nommé « pointe » au début), arête, face, pyramide, base, face latérale.
Le vocabulaire spécifique aux formes planes rebrassé : triangle, rectangle, carré, pentagone, hexagone, polygone
B. Un exemple de carnet de vocabulaire spécifique :

		
Polygone : C'est une figure géométrique délimitée par des côtés qui sont tous des segments.	Solide : C'est un objet en trois dimensions (qui occupe un volume mesurable dans l'espace).	Polyèdre : C'est un solide délimité par des faces qui sont toutes des polygones.

		
Face : Figure plane ou polygone. Arête : L'intersection de deux faces est une arête. Une arête est donc un segment. Sommet : L'intersection de deux arêtes est un sommet. Un sommet est un point.	Prisme droit : C'est un polyèdre qui a deux faces superposables (bases) et dont les autres faces (faces latérales) sont toutes des rectangles.	Pyramide : C'est un polyèdre qui a une face (la base) qui est un polygone et dont toutes les autres faces sont des triangles ayant un sommet commun.

- **Un travail sur la trace écrite**
  - **La consigne**

Par petits groupes, élaborer la trace écrite qui pourrait être rédigée avec les élèves à l'issue de cette

séance.
→ On affiche les traces écrites et on les compare pour les enrichir.

- **Les éléments de réponse**

Une trace écrite possible

Nous devions observer les objets ci-dessous pour trouver ce qu'ils avaient en commun.
Tous ces objets ont :
des faces latérales (sur les côtés) qui sont des triangles
des faces latérales qui se rejoignent en un sommet commun
une base (face du dessous) qui est un polygone
Les solides qui ont ces caractéristiques sont des PYRAMIDES.

Quelques exemples de pyramides

					
Pyramide à base triangulaire (tétraèdre)	Pyramides à base carrée		Pyramide à base rectangulaire	Pyramide à base pentagonale (polygone à 5 côtés)	Pyramide à base hexagonale (polygone à 6 côtés)

- **Un travail sur la verbalisation par une activité de simulation ou théâtre forum**
  - **Organisation**

Constituer un groupe de cinq ou six. L'un mènera la séance, trois joueront les élèves et deux observeront et noteront leurs observations. Fournir six prismes sans avoir dit qu'il s'agit de prismes.

- **La consigne**

Réaliser la tâche demandée aux élèves.
« Voici 6 objets. Vous devez trouver ce qu'ils ont en commun, dire quelles sont leurs caractéristiques communes. »

- **Les éléments de réponse**

On reviendra sur chaque production pour voir ce qui a été pertinent et ce qui pourrait être amélioré en envisageant une analyse de pratiques chez les enseignants.

- **Un travail sur l'égalité filles / garçons**
  - **La consigne**

A l'aide de la vidéo et du verbatim, analysez la séance sous le prisme de l'égalité filles / garçons.

- **Les éléments de réponse**

- A la demande du conseiller, le groupe est volontairement constitué de 3 garçons et de 3 filles.
- Quand ils arrivent dans la salle, les enfants s'installent où ils veulent. On retrouve d'un côté les filles et de l'autre les garçons.
- Ce sont les garçons, (surtout Nolhan, en face à droite) qui interviennent le plus.
- Les filles participent aussi : elles observent les polyèdres et répondent aux questions mais interviennent peu.
- Liloo (en face à gauche), ne s'autorise pas à prendre la parole sans lever la main, ce qui n'est pas le cas des garçons. → Cf. 43 du verbatim (Liloo ne prendra pas la parole après).
- Nolhan intervient alors que l'enseignant questionne Maïlys → Cf. 95 du verbatim. L'enseignant ne le reprend pas alors qu'auparavant il avait demandé à Liloo (qui levait la main) d'attendre que Nolhan ait terminé sa phrase.

Nombres d'interactions par élèves et par genres durant la mise en commun :

PE	49	
Liloo	3	
Maïlys	3	7
Margaux	1	
Nolhan	22	
Maxime	6	39
Ibrahim	11	
? ou plusieurs	8	8

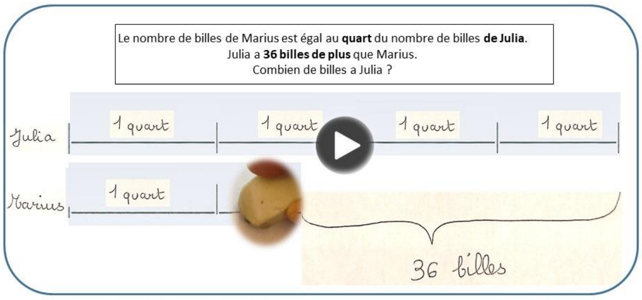
Une piste pour travailler sur l'égalité filles-garçons et permettre aux filles de libérer leur parole : constituer, dans un premier temps, des groupes non mixtes.

Bibliographie

[i] Barth, Britt-Mari (1987). *L'apprentissage de l'abstraction*. Paris : Editions Retz.

CATÉGORIE	**MATHÉMATIQUES** Ressources pédagogiques pour les enseignantes et enseignants Résolution de problème arithmétique
NIVEAU, TITRE	**Cycle 3 - Problèmes de comparaison à plusieurs étapes**
DESCRIPTIF	Résolution avec appui sur un schéma ou du matériel de manipulation
AUTEUR	Anne Corbex

Vidéo 1



Énoncé

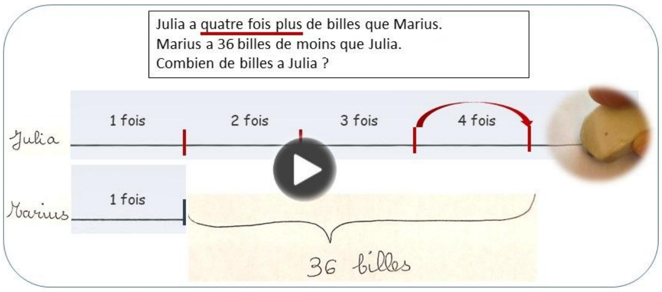
Le nombre de billes de Marius est égal **au quart du** nombre de billes de Julia.
Julia a **36 billes de plus** que Marius.
Combien de billes a Julia ?

(Source : Guide violet CM « La résolution de problèmes… », p128 Ex 5)

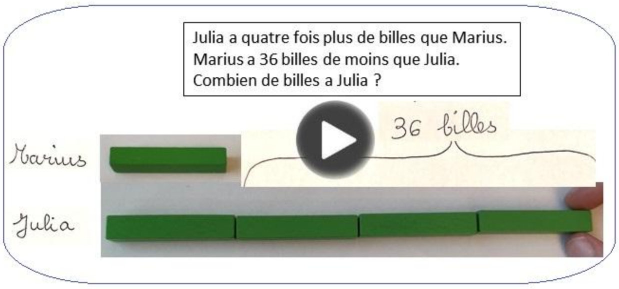
- **Objectifs :**
  - Pour les élèves : Apprendre à représenter les données d'un problème de comparaison pour le modéliser plus facilement
  - Pour l'enseignant :
    Rendre explicite la phase de construction du schéma
    Montrer comment il sert de support à la réflexion et comment il évolue au fur et à mesure que le raisonnement avance.
- **Obstacles :**
  - Problème de comparaison entre deux quantités de billes dont aucune n'est connue : seule la différence entre les deux est connue.
  - Deux étapes
  - Problème « mixte » : la comparaison entre les quantités est à la fois de nature **additive** (« 36 billes **de plus**… ») et de nature **multiplicative** (nombre de billes égal **au quart du** ….)
  - **Fraction** (un quart…) pour exprimer un rapport entre deux grandeurs.
- **Quels gestes professionnels de l'enseignant ?**
  - **Énoncé visible** en permanence pour faciliter les allers-retours entre le problème et sa résolution
  - Représenter pour :
    - Concrétiser le passage de **l'énoncé** verbal à **sa représentation** mathématique
    - Matérialiser les **relations mathématiques** qui lient les données du problème
    - Clarifier le **lexique mathématique** : « quart du … », « de plus que… »
    - Faciliter le passage à **l''abstraction (opérations).**

- **Quelles différenciations pédagogiques ?**
  - **Conserver le même problème d'un point de vue mathématique mais en le formulant autrement** *(« recodage sémantique » selon Emmanuel Sander)*

Vidéo 2



Vidéo 3



Énoncé alternatif

Julia **a quatre fois plus** de billes que Marius.
Marius a **36 billes de moins** que Julia.
Combien de billes a Julia ?

Deux propositions de résolution

Vidéo 2 => Avec un schéma similaire à celui utilisé dans la Vidéo 3

Vidéo 3 = > Avec des réglettes cuisenaire

- Aide à la **Planification** : Que vas-tu chercher en premier (Etape 1) ? et ensuite (Etape 2) ?
- Proposer du **matériel** : bandes de papier, réglette … Et des questions pour étayer : Qui a le plus de billes ? Qui en a le moins ? Quelle bande pourrait représenter Julia/Marius … ?
- **Suppression d'une étape** :

Julia a quatre fois plus de billes que Marius.Marius a 36 billes de moins que Julia.
Combien de billes a Marius ? (36 :3=12)

- **Quelles traces écrites pour mémoriser ?**

Pour que l'élève puisse mémoriser certaines stratégies de résolution et les mobiliser, il est nécessaire qu'il conserve la trace de ses propres stratégies et celles qui lui ont été enseignées de manière lisible et structurée.

3 types de supports :

- Cahier de problèmes : dans lequel l'élève résout les problèmes, lui permet de procéder par analogie (ce problème ressemble à celui que j'ai résolu ….) et de réinvestir une procédure déjà utilisée, de suivre l'évolution au cours de l'année (au début j'avais du mal à …. maintenant je réussis à ….)
- Cahier de références : traces des institutionnalisations de l'enseignant (photocopie à prévoir a minima pour les faibles scripteurs pour s'assurer de la lisibilité du support). *(Voir l'Annexe 1 pour une proposition d'institutionnalisation).*
- Affichage

- **Pour aller plus loin**

  - « Une **catégorisation** en trois types de problèmes » : *Guide violet CM « La résolution de problèmes… »* *pages 16 à 18*

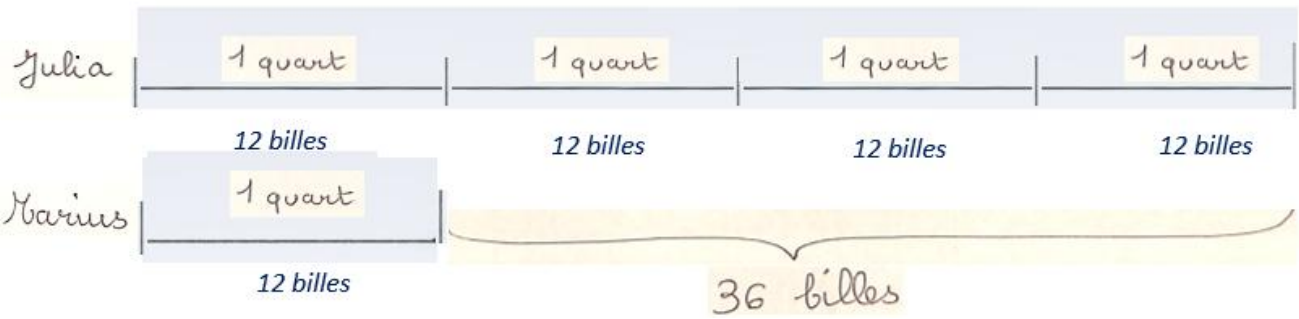
« **Différencier** pour permettre à tous les élèves de progresser » : *Guide violet CM « La résolution de problèmes… »* *pages 98 à 100*

ANNEXE 1 : Une proposition d'institutionnalisation à faire figurer dans le cahier de références

Exemple de résolution d'un problème de COMPARAISON à plusieurs étapes

Problème
Le nombre de billes de Marius est égal au quart du nombre de billes de Julia.
Julia a 36 billes de plus que Marius.
Combien de billes a Julia ?

Je ne connais ni le nombre de billes de Marius, ni le nombre de billes de Julia.
Un schéma peut m'aider à mieux comprendre le problème .



Etape 1 : valeur d'un quart de billes de Julia
3 quarts de billes de Julia = **36 billes**
donc
1 quart de billes de Julia = 36 ÷ 3 = **12 billes**

Etape 2 : nombre de billes de Julia
36 + 12 = 48 billes

Réponse : **Julia a 48 billes.**

Vérification
4 x 12 = 48 billes

ANNEXE 2 : Exemples de productions d'élèves

Classe de CM2, Eleonore Langlade, école des Bergères, Puteaux, 17 janvier 2025

Le nombre de billes de Marius est égal ***au quart du*** *nombre de billes de Julia.*
Julia a ***36 billes de plus*** *que Marius. Combien de billes a Julia ?*

ÉLÈVE A

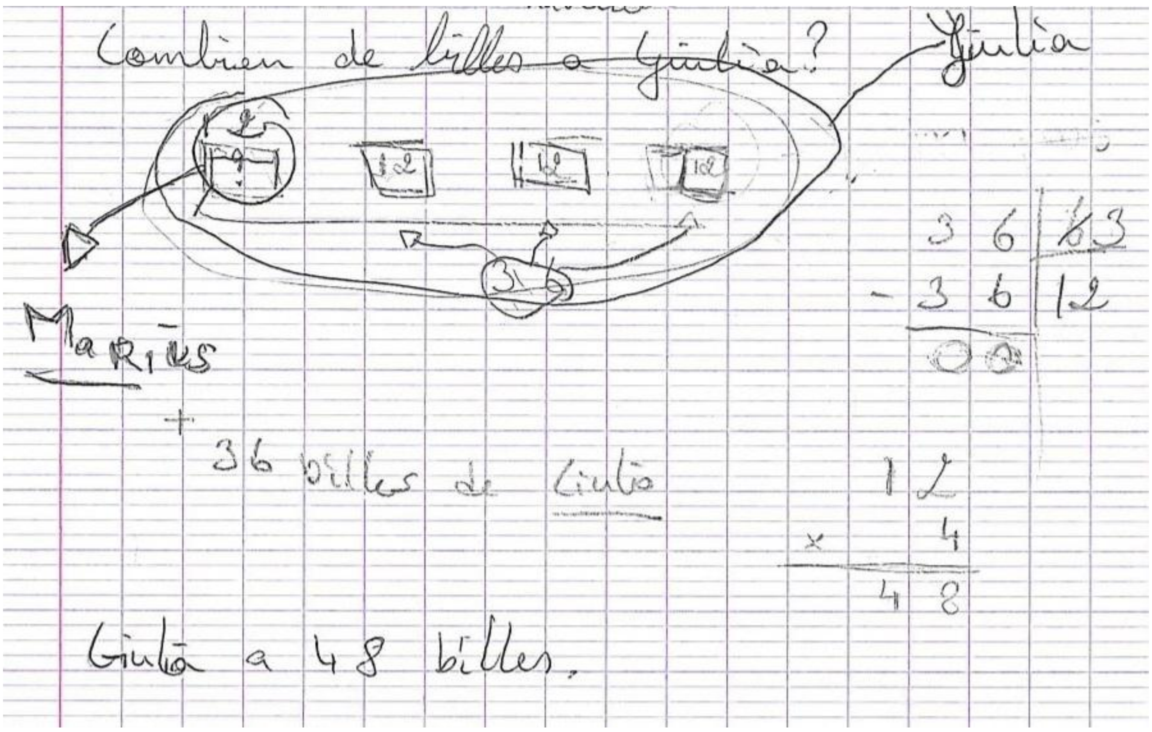
Représentatif de **l'erreur la plus fréquente** dans la classe :

Schéma réalisé après coup par **l'élève A** pour justifier de ses calculs

Analyse a posteriori :

Confusion entre problème partie-tout (comme si les billes de Marius étaient comprises dans celles de Julia) et problème de comparaison ?
ou superposition des billes de Marius sur celles de Julia ?
Limites de la représentation d'une fraction sous forme d'un disque pour une comparaison

ÉLÈVE B

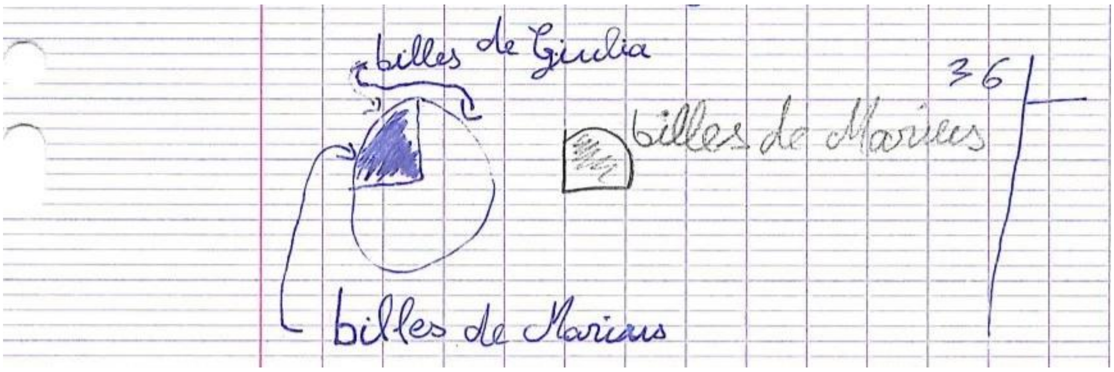


Schématisation qui permet une modélisation correcte du problème et d'aboutir à un choix correct des opérations.

ÉLÈVE C

1er schéma de l'élève C

Beaucoup d'élèves démunis devant le problème.
1er schéma de l'élève C , suite à la sollicitation de l'adulte pour représenter la situation
Le fait que les billes de Marius aient été mises à part n'est intervenu qu'après échange avec l'élève.



2ème schéma de l'élève C

Après la proposition de l'adulte de représenter les deux quantités par des lignes,
l'élève a pu rentrer dans la compréhension du problème ainsi que les autres élèves du groupe.