

RÉFORME DU COLLÈGE

Nouveaux programmes de mathématiques

Cycle 3

Algorithmique - Programmation

Sommaire

- Nombres et calculs
- Espace et géométrie
- Exemples de tâches variées
- Programmation aux cycles 3 et 4
- DNB 2017 : quelques éléments

Pour une réflexion commune

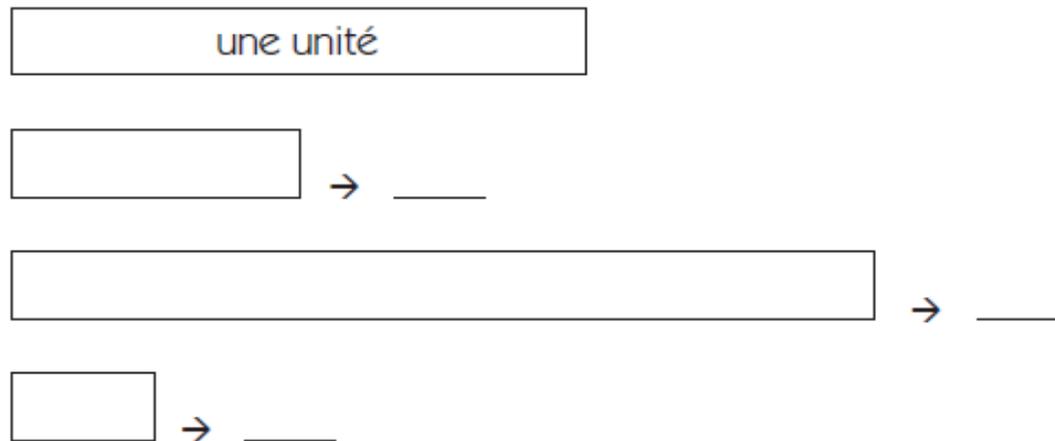
- Un nouvel équilibre à trouver entre l'écrit et l'oral
- Privilégier le sens à la technicité
- La place des problèmes
- Vocabulaire et notations d'objets mathématiques en début de cycle
- Progressivité des apprentissages : laisser le temps nécessaire

Nombres et Calculs : attendus de fin de cycle

- Fractions simples et nombres décimaux introduits comme nouveaux nombres
- Écriture à virgule des nombres décimaux en lien avec
 - les fractions décimales ;
 - le système de numération ;
 - le système métrique
- Calcul mental, calcul posé, calcul instrumenté
- La résolution de problèmes : nombres décimaux, fractions simples et calculs

Fraction : de la bande numérique et demi-droite graduée

Le travail sur la bande numérique puis sur une demi-droite graduée aide à donner à la fraction son statut de nombre et à visualiser la comparaison de deux fractions usuelles.



Dans le deuxième cas, on peut coder en $1 + \frac{1}{2}$ ou en $\frac{3}{2}$ et obtenir l'égalité $1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

Fraction : bande numérique et demi-droite graduée

« Établir des égalités entre fractions simples. »

Indique une fraction que l'on peut écrire en face de la graduation en gras.

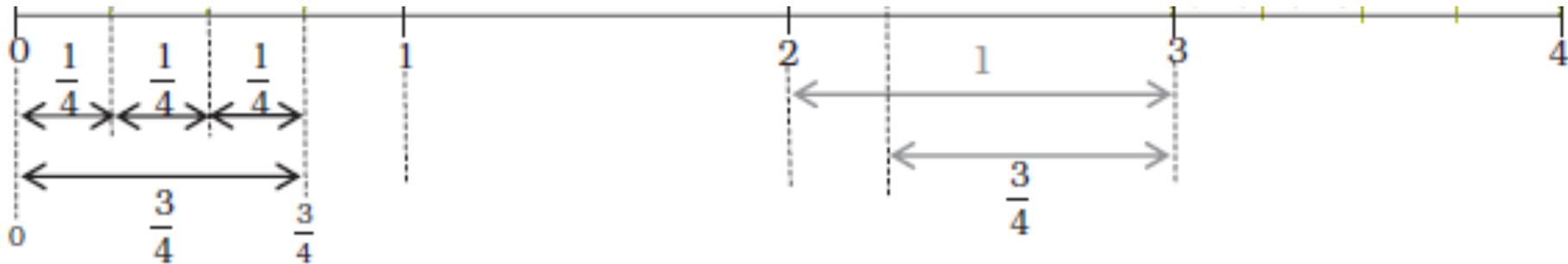
U



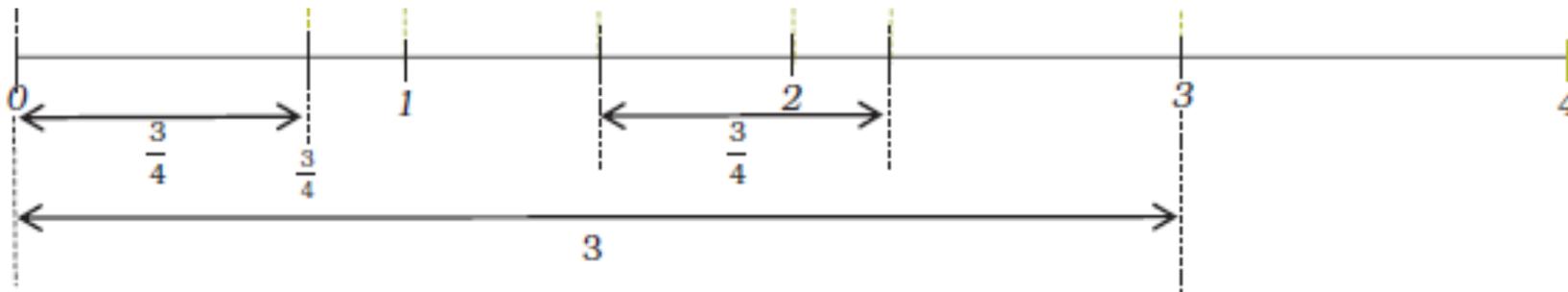
Cette situation permet de découvrir qu'une fraction peut avoir des écritures différentes : $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.

Fraction : quotient de deux entiers

- En primaire : $\frac{3}{4} = 3 \times \frac{1}{4}$



- En sixième : $\frac{3}{4} = 3 \div 4$



Définitions

On appelle quotient d'un nombre a par un nombre non nul b , le nombre q tel que $b \times q = a$. Ce nombre est noté $\frac{a}{b}$.

Si a et b sont deux entiers, on parle de **fraction** – fraction en sixième, nombre en écriture fractionnaire au cycle 4.

On dit que $\frac{a}{b}$ est une **fraction décimale** lorsque b est une puissance de 10.

Des exemples en 6^e (1)

Une unité de longueur est donnée.

On a fabriqué des bandes à l'aide de copies identiques de rectangles de la forme :



Chaque rectangle a une longueur de $\frac{2}{3}$.
Proposer une bande de longueur 4.

Autre formulation :

Parmi les propositions suivantes, quelle bande a une longueur de 4 ?



Des exemples en 6^e (2)

Le rectangle $ABCD$ est formé de six carrés superposables. Quelle fraction du rectangle $ABCD$ est ombrée ?



Autre formulation, avec un premier QCM :

$$\frac{1}{2} \quad \frac{7}{12} \quad \frac{5}{11} \quad \frac{6}{11} \quad \frac{5}{12}$$

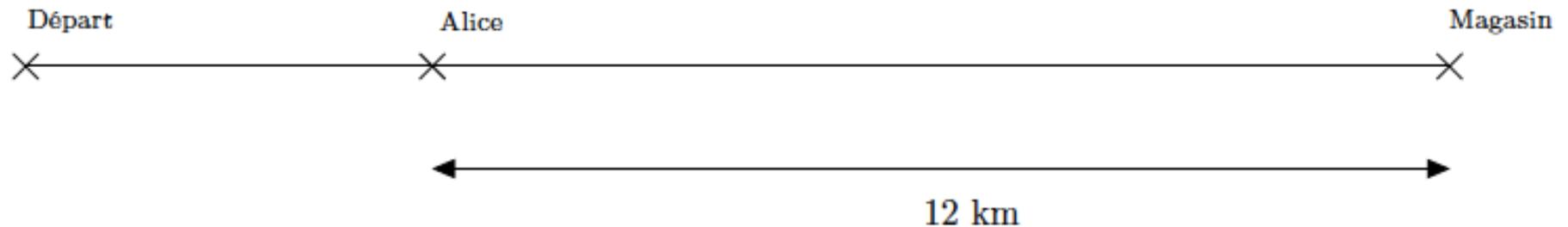
et un second :

$$\frac{5}{12} \quad 1 - \frac{7}{12} \quad \frac{1}{12} + \frac{4}{12} \quad \frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$$

Des exemples en 6^e (3)

Paul va au magasin, à un quart du chemin, il s'arrête pour parler avec Alice, il continue ensuite sur 12 km, et arrive au magasin.

Combien de kilomètres parcourt-il en tout ?



Nombres : risques de confusion

- Lorsque l'on pense **fraction**, on pense d'abord **partage** en lien avec la vie courante et quantité inférieure à l'unité.
- La **fraction** peut aussi avoir été appréhendée comme résultat d'une **opération** de partage d'un tout.
- Les nombres **décimaux** sont, eux, d'abord perçus comme des **nombres à virgule**.
- De nombreuses erreurs de comparaison ou de calcul proviennent de la représentation d'un nombre décimal comme un couple de nombres entiers séparés par un signe/symbole.
Exemple : un prix de 7,89 € s'énonce souvent « sept euros quatre-vingt-neuf ».

Fractions décimales et nombres décimaux

Les décompositions additives usuelles des nombres décimaux (somme de fractions décimales ou somme d'une partie entière et d'une partie décimale éventuellement décomposée) sont à consolider.

D'autres points nécessaires :

- utilisation possible de la demi-droite graduée ;
- nécessité de faire des exercices faisant passer d'une écriture à l'autre.

Nombres décimaux : un peu d'histoire

Quelques repères historiques :

- première évocation dans un traité de mathématique arabe au X^e siècle ;
- apparition en Europe seulement au XVI^e siècle ;
- développement de leur usage en lien avec l'adoption du système métrique (Loi relative aux poids et mesures du 4 juillet 1837).

Les nombres décimaux ne sont pas d'un abord facile. Il faudra donc expliciter très soigneusement aux élèves leur fonctionnement et leurs écritures et laisser suffisamment de temps pour l'appropriation et la maîtrise de cette notion.

Attention à l'oral : se ramener au dixièmes, centièmes...

Nombres décimaux dans « Grandeurs et mesures »

Le thème « Grandeurs et mesures » apporte plusieurs occasions de travailler les nombres décimaux :

- travail sur les « unités relatives aux longueurs, relations entre les unités de longueurs et unités de numération » ;
- travail sur les « multiples et sous-multiples du m^2 et leurs relations, are et hectare » ;
- travail sur les « unités usuelles de volume (cm^3 , dm^3 , m^3), relations entre unités » et sur les « unités usuelles de contenance (multiples et sous-multiples du litre) » ;
- réinvestissement conseillé dans d'autres disciplines (lectures de cartes par exemple avec déjà la notion d'échelle).

Nouveautés

- Dorénavant, on ne mentionne dans les programmes ni les problèmes de troncature ou d'arrondis, ni les valeurs approchées à 10^p près.
Toutefois, le descriptif de la compétence *Calculer* mentionne le calcul approché.
- L'addition de fractions simples n'apparaît plus dans le programme sauf :
 - pour les fractions décimales ;
 - dans « l'écriture d'une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 ».
- Utilisation des parenthèses dans le calcul en ligne.

Question flash

Pour chaque opération indiquée dans la première colonne, cocher la case figurant sur la même ligne et correspondant au nombre qui se rapproche le plus du résultat de l'opération.

Par exemple, 318×80 est proche de $300 \times 100 = 30\ 000$. Parmi les nombres proposés, le plus proche est donc 10 000, la case correspondante est cochée.

Opération	1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
318×80					✗		
$43,5 + 873$							
$902 - 5,7$							
$7980 \times 0,1$							
$8763 : 8$							

Calculs : division euclidienne

Points essentiels :

- à aborder dès le début du cycle 3 (partage) ;
- ne peut se traiter correctement qu'en commençant par parler de multiples d'un nombre

(« encadrer un nombre entre deux multiples consécutifs »)

Définition : On dit qu'un nombre **entier** a est multiple d'un nombre **entier** b s'il existe un nombre entier k tel que

$$a = k \times b$$

- écrire une définition « en ligne » de la division euclidienne.

Attention : pour les nombres décimaux, on se limite à la division d'un nombre décimal par un entier.

Questions flash

- Xavier range les 50 photos de ses dernières vacances dans un classeur.

Chaque page contient 6 photos.

a) Combien y a-t-il de pages complètes ?

b) Combien y a-t-il de photos sur la page incomplète ?

- 150 personnes veulent voyager en autobus.

Un autobus peut transporter 42 personnes.

Préciser le nombre d'autobus nécessaires.

Calcul mental

- Il est à pratiquer sans modération mais :
 - ne se limite pas à la connaissance de faits numériques (par exemple, les tables) ;
 - peut être l'occasion de comparer différentes procédures.
- Il permet :
 - de vérifier la cohérence d'un résultat ;
 - de revenir sur des notions ;
 - d'anticiper des difficultés ;
 - de gagner du temps pour aborder des problèmes plus complexes.

Question flash

- Écrire le nombre 36 comme :
 - produit de deux entiers ;
 - somme de deux entiers ;
 - double d'un entier.
- Trouver une écriture du nombre 25 montrant que c'est :
 - le quart d'un nombre ;
 - la somme de deux entiers consécutifs ;
 - le double d'un nombre décimal.
- Compléter les égalités suivantes :

$$56 = \dots \times 7 \ ; \ 4 \times 9 = 6 \times \dots \ ; \ 7 \times 9 = \dots + 3 \ ; \ 49 + \dots = 7 \times 8$$

Tâches intermédiaires (1)

- Le jeu de Pénélope

$$\begin{array}{c} 12 \\ 3 \times 4 \\ 3 \times 2 \times 2 \\ 6 \times 2 \\ 12 \end{array}$$

Une telle décomposition est-elle unique ? (à une symétrie près)

Quel est le nombre entier, compris entre 2 et 100, qui a la plus grande décomposition ?

Tâches intermédiaires (2)

- Le jeu de Bézout (ou Bachet-Bézout)

Situation 1 :

Pouvez-vous trouver des nombres entiers manquants pour que les égalités suivantes soient vraies ?

$$(3 \times \dots) + (7 \times \dots) = 16$$

$$(4 \times \dots) + (6 \times \dots) = 17$$

Situation 2 :

Pouvez-vous trouver des nombres manquants pour que l'égalité suivante soit vraie ?

$$(10 \times \dots) + (7 \times \dots) = 1$$

Exercice avec prise d'initiative

Dans sa tirelire, Akli n'a que des pièces de 20 centimes et de 50 centimes.

Cette tirelire contient 13 pièces qui totalisent 5 euros.

Combien y a-t-il de pièces de chaque sorte ?

Calcul en ligne

Une nouveauté : « utiliser des parenthèses dans des situations très simples »

- Regroupement de termes

Exemple :

$$3,2 + 7 + 2,8 + 3 + 15 = (3,2 + 2,8) + (7 + 3) + 15 = 6 + 10 + 15 = 31$$

- Décomposition

Exemple :

$$13 \times 54 = (10 + 3) \times 54 = (10 \times 54) + (3 \times 54) = \dots = 702$$

- Priorités de calcul
- Règles d'usage des parenthèses

Espace et Géométrie

Les attendus de fin de cycle

- (Se) repérer et (se) déplacer dans l'espace en utilisant ou en élaborant des représentations.
- Reconnaître, nommer, décrire, reproduire, représenter, construire des figures et solides usuels.
- Reconnaître et utiliser quelques relations géométriques (notions d'alignement, d'appartenance, de perpendicularité, de parallélisme, d'égalité de longueurs, d'égalité d'angle, de distance entre deux points, de symétrie, d'agrandissement et de réduction).

Nouveautés

On peut relever :

- libellé de programme plus détaillé ;
- attendus de fin de cycle explicitant des notions vues en primaire et à retravailler en sixième ;
- place plus grande de la géométrie dans l'espace ;
- appel au raisonnement sur l'ensemble du cycle, à partir des propriétés dès le CM2 ;
- vocabulaire spécifique et des notations à introduire dès l'école primaire ;
- davantage de nouveautés en 6^e : aire d'un triangle, programmation de déplacements, parallélogramme, solides...
- réaffirmation de la place des problèmes.

Vocabulaire et notations

- Au primaire, lorsque les points seront désignés par des lettres, les professeurs veilleront à toujours préciser explicitement l'objet dont ils parlent :
« le point A », « le segment $[AB]$ », « le triangle ABC », etc.
- Aucune maîtrise n'est attendue des élèves pour ce qui est des codages usuels (parenthèses ou crochets) avant la dernière année du cycle.
- Le vocabulaire et les notations nouvelles (\in , $[AB]$, (AB) , \overline{AB} , \widehat{AOB}) sont introduits au fur et à mesure de leur utilité, et non au départ d'un apprentissage.

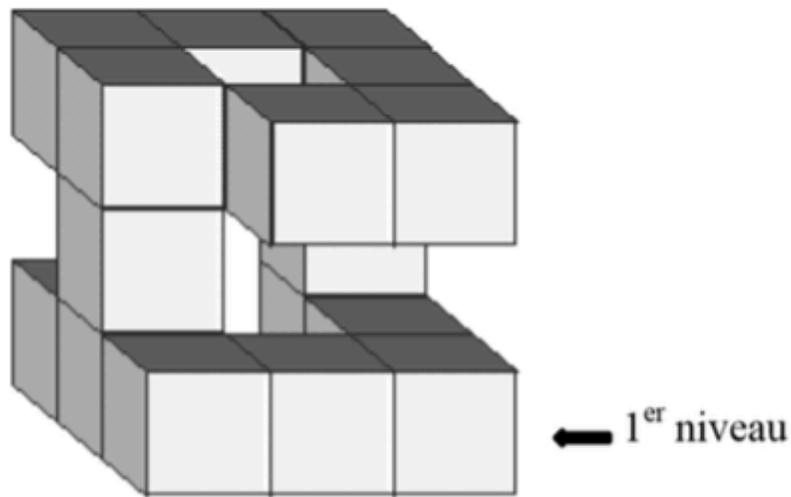
Espace

Quelques remarques :

- un plus grand nombre de solides étudiés ;
- peu de repères de progressivité sur cette notion : il faut s'assurer que les élèves ont bien rencontré les différents objets avec le vocabulaire idoine ;
- les problèmes posés viennent approfondir ce qui a été vu les années précédentes ;
- les élèves doivent savoir construire les patrons d'un cube ou d'un pavé droit et reconnaître celui d'un prisme ou d'une pyramide ; [Fichier geogebra](#)
- on retrouve, même en 6^e, des manipulations d'objets (patrons, maquettes, assemblages de solides).

Un exemple d'exercice donné dans le cadre d'un tournoi par équipe CM2/6^e

Exercice 3 : *Œuvre d'art*

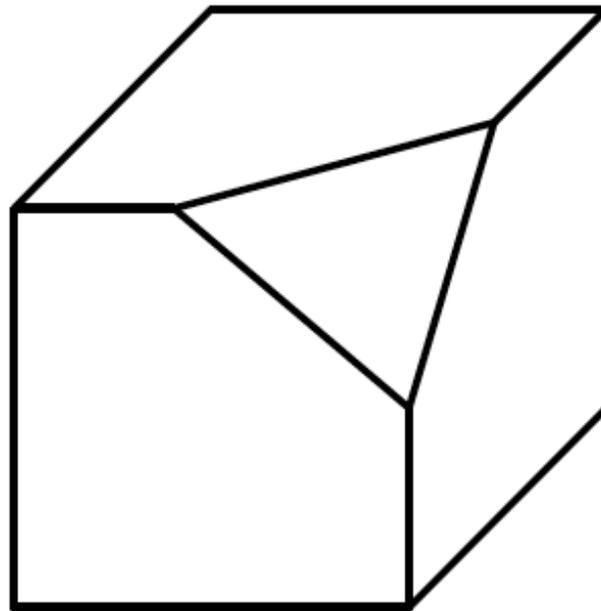


Lors de la visite d'un musée, l'objet ci -contre est exposé.

- Combien y a- t-il de petits cubes au premier niveau ?**
- Combien de petits cubes ont été enlevés au grand cube pour arriver à cet objet ?**

Question flash : cube tronqué (1)

On a réalisé une section d'un cube en considérant un sommet, créant ainsi une nouvelle face triangulaire, comme dans la figure suivante :



Le cube tronqué (2)

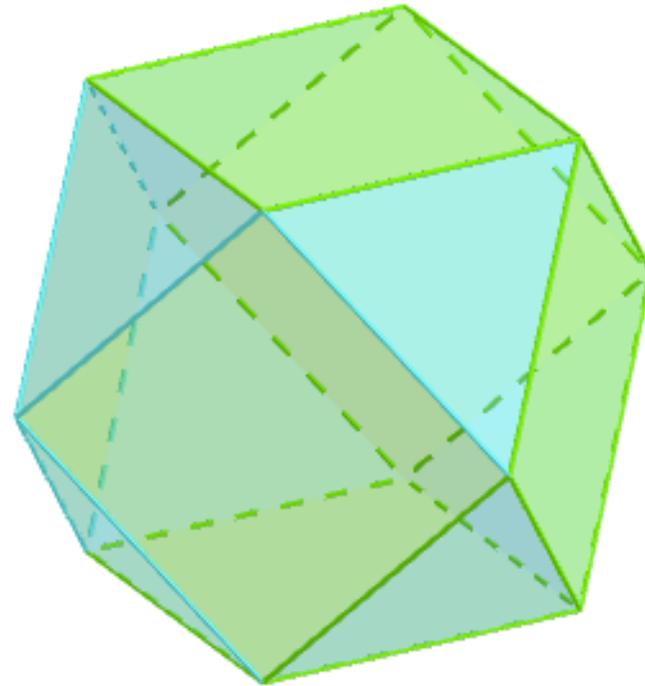
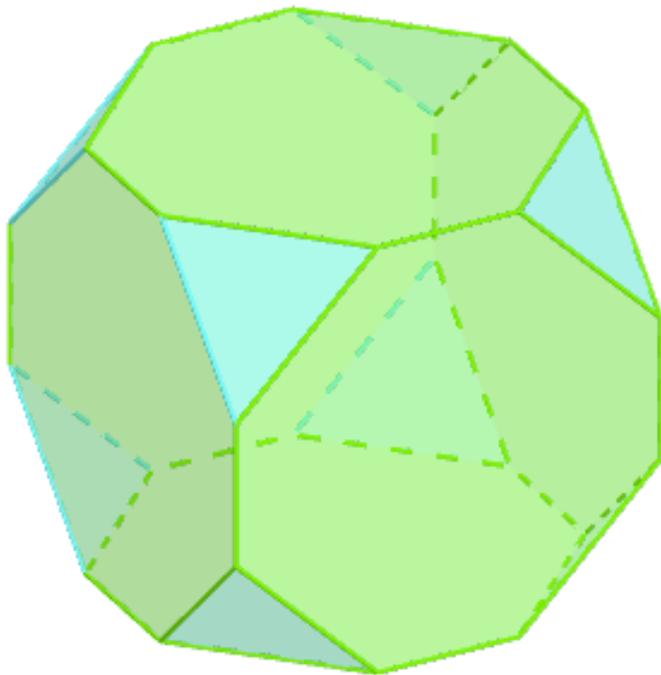
1. Combien de faces le nouveau solide a-t-il ?
2. Combien de sommets le nouveau solide a-t-il ?
3. Combien d'arêtes le nouveau solide a-t-il ?

4. Prolongement :

On procède de même avec les autres sommets du cube en veillant à ne pas *dépasser* la moitié d'une arête. Le solide obtenu est appelé un **cube tronqué** . Expliquer comment trouver le nombre de faces, de sommets et d'arêtes de ce cube tronqué à partir des questions précédentes.

Cube tronqué (3)

- Faire travailler les élèves sur des fichiers déjà construits :



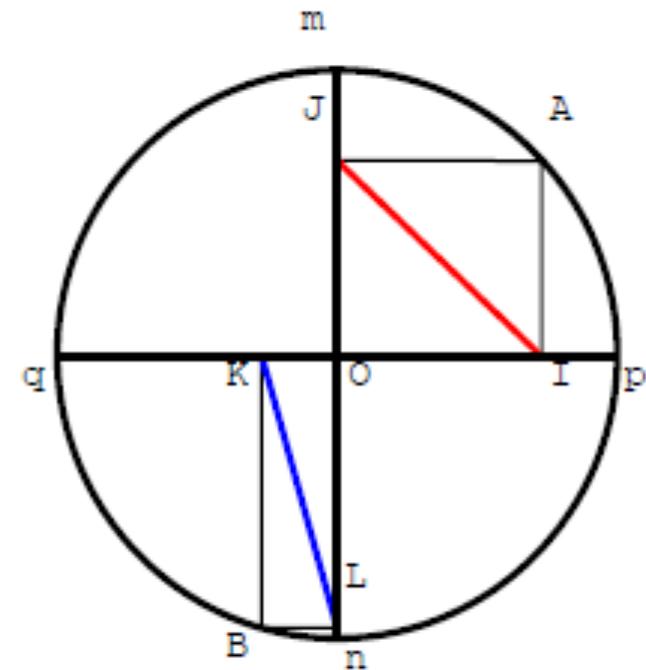
Raisonnement

- À partir du CM2 : on amène les élèves à dépasser la dimension perceptive et instrumentée pour raisonner sur les propriétés et les « relations ».
- Il s'agit de conduire sans formalisme des raisonnements simples utilisant les propriétés des figures usuelles ou de la symétrie axiale.
- On doit aller de la fiche d'identité d'un objet mathématique à la notion de définition, de propriété, de propriété caractéristique.

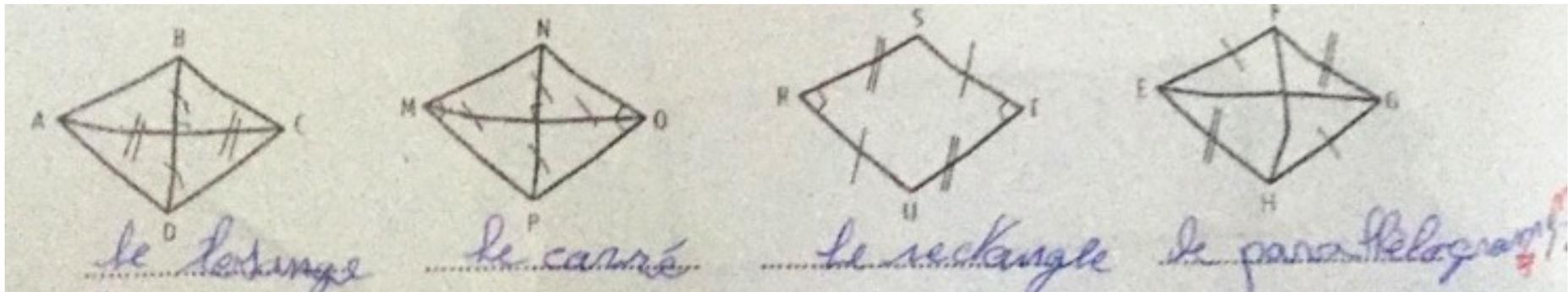
Exemple : le cercle et le rectangle

La figure ci-contre représente un cercle de centre O et deux de ses diamètres perpendiculaires.

$OIAJ$ et $OKBL$ sont deux rectangles. Quel est le plus long des deux segments $[IJ]$ ou $[KL]$?



Utiliser les propriétés des objets géométriques



Parallélogramme

Introduction du parallélogramme en sixième :
quadrilatère dont les côtés sont deux à deux
parallèles (comme intersection de deux bandes).

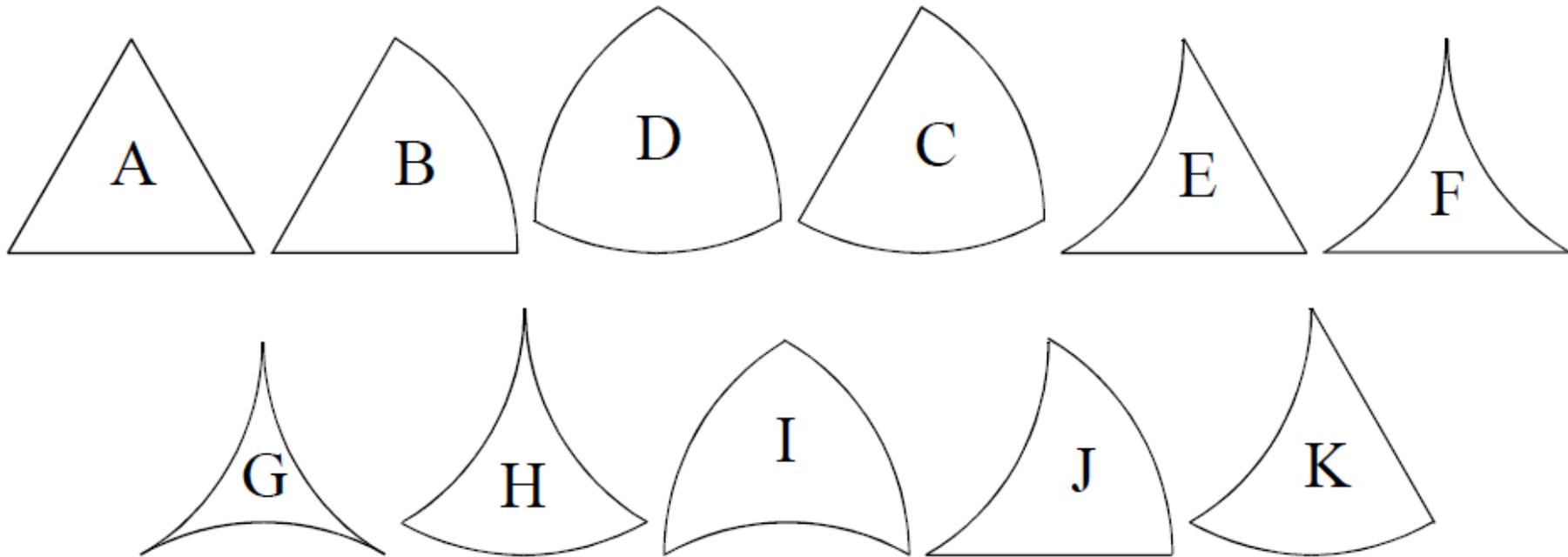
Symétrie axiale

- Cycle 2 : trouver l'axe de symétrie d'une figure à l'aide de papier calque ou par pliage.
- Cycle 3 :
 - construire la figure symétrique d'une figure par rapport à un axe donné ;
 - construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'une droite ;
 - propriétés de conservation de la symétrie axiale.

Exemples de tâches variées

Question flash sur périmètres et aires

Les pièces du Curvica Triangulaire s'obtiennent à partir d'un triangle équilatéral dont on peut choisir de creuser, bomber ou laisser en l'état chaque côté :

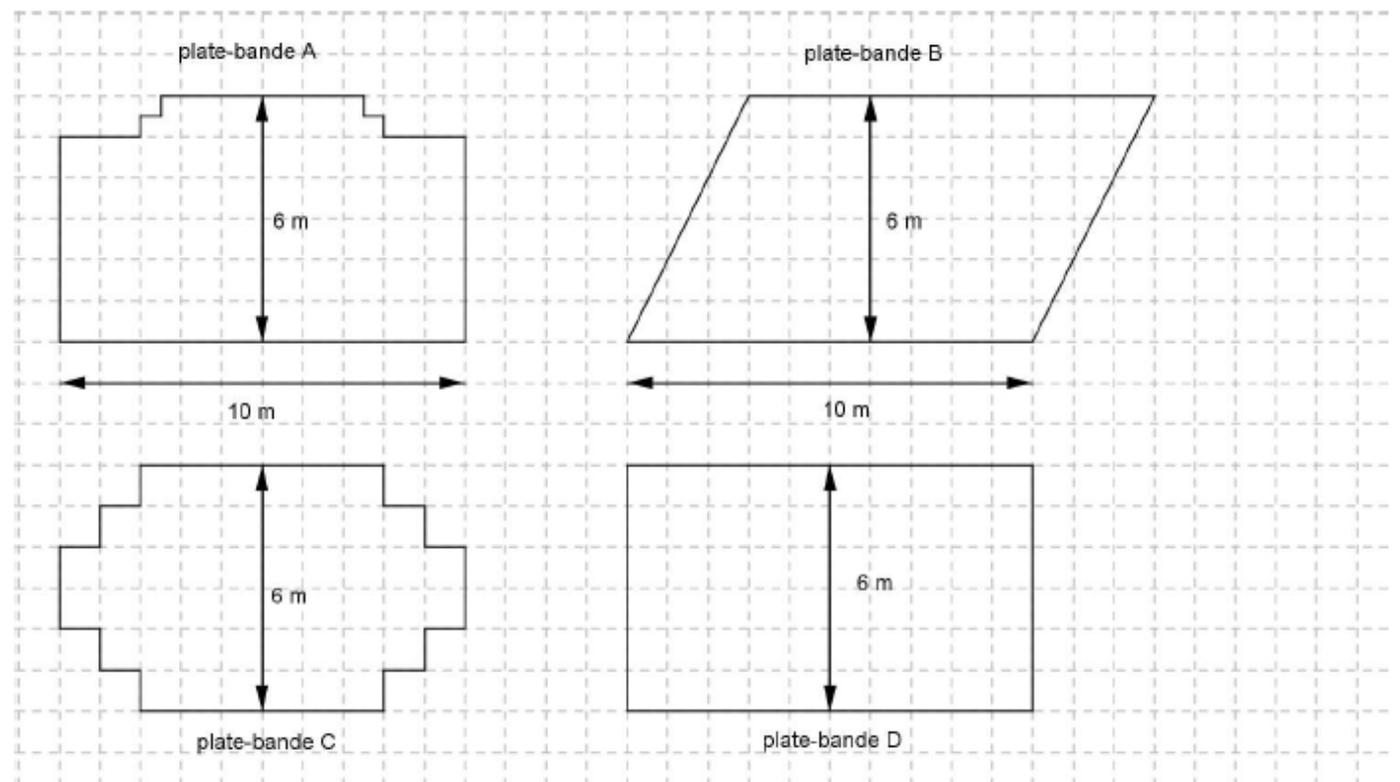


Classer ces pièces dans l'ordre croissant de leurs périmètres, puis dans l'ordre croissant de leurs aires.

Tâche intermédiaire

Un menuisier dispose de 32 m de planches et souhaite s'en servir pour faire la bordure d'une plate-bande dans un jardin. Indiquer, pour chacun des tracés, s'il peut être réalisé avec les 32 m de planches

Sur une feuille de papier quadrillé, les plates-bandes sont représentées par les schémas suivants :



Tâche intermédiaire

Stratégies « descendante » et « remontante »

Juju a réalisé des tours avec des cubes bleus et des cubes roses.
Les cubes roses sont plus gros que les cubes bleus.

Voici les trois tours qu'il a réalisées et les hauteurs des tours A et B.
Quelle est la hauteur de la tour C ?

Cap Maths CM1

Tour	Hauteur
A	27 cm
B	24 cm
C	?

Que peut-on déduire de ce qui est connu ?

Que faudrait-il connaître pour répondre à la question ?

Programmation

Cycle 3 : Programmer un déplacement

- Ambition modeste :

- coder et décoder pour prévoir, représenter des déplacements ;
- programmer les déplacements d'un robot ou ceux d'un personnage sur un écran.

Des activités géométriques, construction de figures simples ou de figures composées de figures simples, sont également proposées.

- Compétences travaillées :

- se repérer, s'orienter en utilisant des repères ;
- adopter une démarche scientifique : utilisation d'un langage spécifique, contrôle, essais/erreurs ;
- développer l'abstraction : apprendre à anticiper l'effet de telle ou telle séquence d'instructions.

Approfondissement

Pour aller plus loin, on peut jouer sur les contraintes en proposant aux élèves :

- d'utiliser un quadrillage avec plus de cases, ce qui rend le déplacement plus précis sur la carte ;
- de coder des déplacements qui permettent de réaliser des figures géométriques ;
- de chercher le programme le plus court pour aller d'un point A à un point B ;
- d'éviter des obstacles placés sur le parcours ;
- de réduire les ordres disponibles : si par exemple la consigne « avance » est inaccessible, les élèves vont devoir trouver le code nécessaire pour parvenir à un point précis.

Au cycle 3... et 4

- Logiciels et sites pouvant être utilisés :
 - ScratchJr, Scratch, Pyonkee (sur iPad) ;
 - Géotortue (<http://geotortue.free.fr/>) ;
 - code.org (<https://code.org/>) ;
 - blockly games (<https://blockly-games.appspot.com>) ;
 - Pixees de l'INRIA (<https://pixees.fr/>).
- La main à la pâte : <http://123codez.org>
- Canopé 78 propose des fiches sur ScratchJr et Scratch sous la forme d'un code mystère : après l'observation d'une vidéo.

À consulter



SCRATCH Junior, des missions ludiques et créatives pour initier vos élèves au codage.

Un ensemble de documents, de missions à réaliser en programmant avec Scratch Junior.



Initiation à Scratch, des missions et des cartes

Un ensemble de documents, missions à réaliser en programmant avec Scratch.

Exemple 1 (code.org)

The image shows a screenshot of the Code.org Studio interface for a game titled "Étape 4 : Labyrinthe : Parcours". The game board is a 10x10 grid of wooden blocks with a path leading from a red bird to a green pig. A TNT block is also present. The script on the right starts with "quand l'exécution commence" followed by a sequence of movement blocks: North, East, East, East, and South.

Code.org
STUDIO

Étape 4 : Labyrinthe : Parcours

Blocs

quand l'exécution commence ▶

- N ↑
- S ↓
- E →
- O ←

N ↑
E →
E →
E →
S ↓

▶ Démarrer

Exemple 3 : construction d'un carré

- Sans boucle
- Avec boucle

Les programmes

```
quand espace est pressé
  cacher
  effacer tout
  choisir la couleur pour le stylo
  stylo en position d'écriture
  s'orienter à 90
  attendre 1 secondes
  avancer de 100
  tourner de 90 degrés
  attendre 1 secondes
  avancer de 100
  tourner de 90 degrés
  attendre 1 secondes
  avancer de 100
  tourner de 90 degrés
  attendre 1 secondes
  avancer de 100
  relever le stylo
```

A Scratch script starting with a 'when space key is pressed' event. It includes blocks for 'hide', 'clear all', 'choose color for pen', 'pen down', 'turn 90 degrees', 'wait 1 second', 'move 100', and 'pen up'.

```
quand drapeau pressé
  cacher
  effacer tout
  stylo en position d'écriture
  s'orienter à 90
  répéter 4 fois
    avancer de 100
    tourner de 90 degrés
    attendre 1 secondes
  relever le stylo
```

A Scratch script starting with a 'when green flag is clicked' event. It includes blocks for 'hide', 'clear all', 'pen down', 'turn 90 degrees', a 'repeat 4 times' loop containing 'move 100', 'turn 90 degrees', and 'wait 1 second', and 'pen up'.

Exemple 4 : les triangles équilatéraux

- Programme en direct

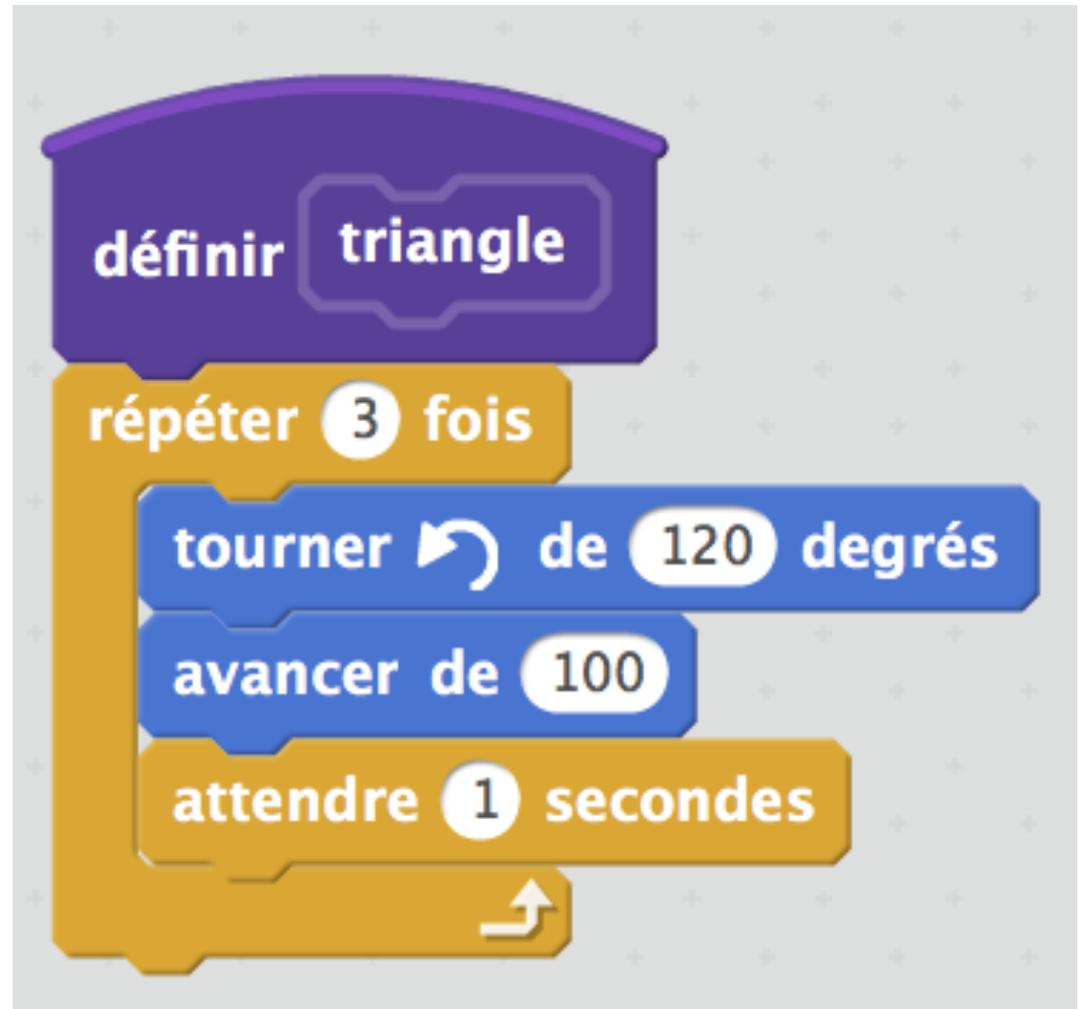
Le programme (1)

The image displays two Scratch code snippets on a light gray grid background. Both snippets start with a 'when green flag clicked' event block. The left snippet is a linear sequence of blocks: 'clear all', 'pen down', 'turn to 90 degrees', 'turn 120 degrees', 'move 100', 'wait 1 second', 'turn 120 degrees', 'move 100', 'wait 1 second', 'turn 120 degrees', 'move 100', 'wait 1 second', and 'pen up'. The right snippet follows the same initial steps but uses a 'repeat 3 times' loop block to group the 'turn 120 degrees', 'move 100', and 'wait 1 second' blocks, followed by a 'pen up' block.

```
quand  pressé  
effacer tout  
stylo en position d'écriture  
s'orienter à 90  
tourner  de 120 degrés  
avancer de 100  
attendre 1 secondes  
tourner  de 120 degrés  
avancer de 100  
attendre 1 secondes  
tourner  de 120 degrés  
avancer de 100  
attendre 1 secondes  
relever le stylo
```

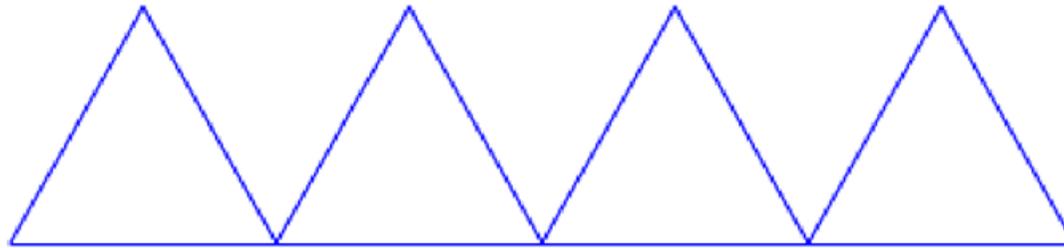
```
quand  pressé  
effacer tout  
stylo en position d'écriture  
s'orienter à 90  
répéter 3 fois  
  tourner  de 120 degrés  
  avancer de 100  
  attendre 1 secondes  
relever le stylo
```

Le programme (2)



Au cycle 4

- Reprise du programme précédent et introduction de la translation :



- Polygones réguliers et rosaces ;

En lien avec « nombres et calculs »

- Diviseurs
- Décomposition

DNB 2017 : quelques éléments

DNB 2017 : quelques précisions récentes

Source : Note de service n°2016-063 du 6 avril 2016

Deux épreuves écrites :

- la première épreuve est décomposée en deux sous-épreuves :
 - mathématiques : 2 heures,
 - 2 disciplines parmi SVT, SPC et Technologie : 1 heure ;
- la seconde est plus complexe :
 - analyse et compréhension de textes :
 - histoire, géographie, enseignement moral et civique : 2 heures,
 - français : 1 heure,
 - rédaction et maîtrise de la langue :
 - dictée et réécriture : 0,5 heure,
 - travail d'écriture : 1,5 heure.

DNB 2017 : annales zéro

<http://eduscol.education.fr/cid98239/dnb-2017.html>

Recherche : Actualités DNB 2017

Quelques remarques sur la première épreuve :

- en mathématiques, on reste dans l'esprit des sujets actuels ;
- la programmation fait son apparition dans au moins un exercice.

Un premier exemple...



Motif

```
définir Motif
  stylo en position d'écriture
  avancer de 40
  tourner de 45 degrés
  avancer de 40
  tourner de 135 degrés
  avancer de 40
  tourner de 45 degrés
  avancer de 40
  tourner de 135 degrés
  relever le stylo
```

Programme A

```
quand cliqué
  cacher
  effacer tout
  choisir la taille 1 pour le stylo
  aller à x: -230 y: 0
  s'orienter à 90
  répéter 8 fois
    Motif
  avancer de 55
```

Programme B

```
quand espace est cliqué
  cacher
  effacer tout
  choisir la taille 1 pour le stylo
  aller à x: 0 y: 0
  s'orienter à 90
  répéter 8 fois
    Motif
  tourner de 45 degrés
```

3) On souhaite réaliser la figure ci-dessous :



Pour ce faire, on envisage d'insérer l'instruction `ajouter 1 à la taille du stylo` dans le programme utilisé à la question 1. Où faut-il insérer cette instruction ?