ACADÉMIE
DE VERSAILLES
Liberté
Égalité
Fraternité

Recueil d'expériences d'enseignantes et d'enseignants de mathématiques

Année scolaire 2024-2025

Groupes à besoins

sixième et cinquième

Ce recueil d’expériences a été élaboré durant l’année scolaire 2024-2025 au sein d’un groupe de travail académique constitué de professeures et professeurs, d’inspectrices et d’inspecteurs de mathématiques. Les professeurs membres de ce groupe partagent ici leurs idées pédagogiques et didactiques dans leur enseignement auprès d’élèves de « groupes à besoins » en sixième et cinquième. Ils expliquent pourquoi ils ont choisi tel ou tel thème, et comment ils ont mis en place leurs idées en classe. Ils se prêtent également au jeu de l’analyse de leur pratique, en s’appuyant sur des ressources pédagogiques et didactiques. Dans ce recueil, rien n’est modélisant : il s’agit d’un partage d’expériences au cours duquel les professeurs se livrent sur leur métier. Nous espérons que les thématiques et pistes variées de ce recueil feront écho à vos sujets de réflexion, participeront à vos questionnements, et à votre plaisir de transmettre et d’apprendre.

Les membres du groupe de travail

Manon Dechaumont, professeure au collège Les Toupets, Vauréal (95)
Myriam Galtier, professeure au collège Irène Joliot-Curie, Argenteuil (95)
Vincent Gauché, professeur au collège Rosa Parks, Villabé (91)
Thomas Homshaw, professeur au collège André Derain, Chambourcy (78)
Sylvie Lim, professeure au collège Aristide Briand, Domont (95)
Jean-Baptiste Mus, professeur au collège Jean Renoir de Boulogne Billancourt (92)
Juliette Rozelot, professeure au collège Michel Berson-Bellevue, Crosne (91)
Catherine Torres, professeure au collège Rosa Parks, Villabé (91)

Les IA-IPR de mathématiques

TABLE DES MATIERES

- **En classe de sixième**

Chapitre 1 Des cure-dents à la manipulation en géométrie

Chapitre 2 De la verbalisation à la maîtrise des procédés de tracés en géométrie

Chapitre 3 Des bandes dessinées au feedback de suivi de la tâche

Chapitre 4 Du pixel art au mètre carré

Chapitre 5 Des cartes Pokémon à la démonstration

- **En classe de cinquième**

Chapitre 6 De la marelle à l’addition de nombres relatifs, sans oublier la verbalisation !

Chapitre 7 De « la petite histoire du soir » à l’addition de nombres relatifs

Chapitre 8 L’addition de deux nombres relatifs « pas à pas »

Chapitre 1

Classe de sixième

Des cure-dents à la manipulation en géométrie

Mots clés : manipulation – expérimentation – angle - rapporteur – symétrie axiale – équerre – géométries perceptive, instrumentée et déductive – coopération entre élèves.

De Jean-Baptiste Mus, professeur de mathématiques :

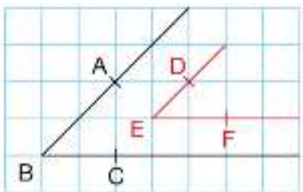
« C’est cette expérience de terrain, mêlant rigueur et créativité, que j’aimerais transmettre à d’autres enseignants. Enseigner en classe de sixième, c’est souvent partir d’une base pour éveiller la curiosité mathématique. »

Partie 1 – mes idées

Je suis Jean-Baptiste Mus, professeur de mathématiques ayant des classes de sixième, cinquième et troisième. J'enseigne depuis douze ans dans l'académie de Versailles ; j'exerçais auparavant dans les académies d'Aix-Marseille et de Montpellier. Mon collège est le collège Jean Renoir à Boulogne-Billancourt (collège anciennement ZEP) ; il y a dans cet établissement une grande mixité sociale et une grosse hétérogénéité dans les acquis des élèves. Nous sommes une équipe de quatre professeurs (âgés de 25 ans à 45 ans et dont l'expérience varie de 2 ans à 20 ans). Le travail en équipe y est très important.
J'ai envie de vous parler de la classe de sixième. Nous avons un fort constat de difficultés d'appréhension de la géométrie en primaire. Je souhaite vous parler ici de la mesure d'un angle et de l'utilisation du rapporteur, ainsi que de la symétrie axiale. Je veux que les élèves sachent progresser de la géométrie perceptive à la géométrie instrumentée pour arriver en cycle 4 à la géométrie raisonnée. Pourquoi je vous en parle ? Après enquête auprès des élèves, après l'étude des évaluations nationales et d'une évaluation diagnostique pour préparer nos groupes à besoins, nous avons fait le constat suivant : les élèves entrant en classe de sixième ont, à 90 %, de grosses difficultés en géométrie pour appréhender les notions.

Se lancer, c'est le maitre mot de l'expérimentation. Il y a des échecs mais cela nous permet, en tant que professionnel, d'analyser et de réajuster. Je suis parti de l'idée que les erreurs des élèves au primaire devaient devenir des leviers de progression en sixième. Les élèves ont pu souvent observer (géométrie perceptive) et découvrir des notions. Les retours d'expériences, les évaluations nationales et aussi nos évaluations diagnostiques nous ont permis de cibler des erreurs courantes.

Par exemple, pour les angles, lorsque nous demandions aux élèves de comparer les mesures de ces deux angles, les élèves répondaient que l'un était plus petit que l'autre. Ils se servaient d'une géométrie perceptive. Nous devions les amener à la géométrie instrumentée. La manipulation s'est alors imposée comme une occasion de consolider les apprentissages de manière active.



Voici ce que j'ai essayé de mettre en place, dans le groupe à besoins de 15 élèves.

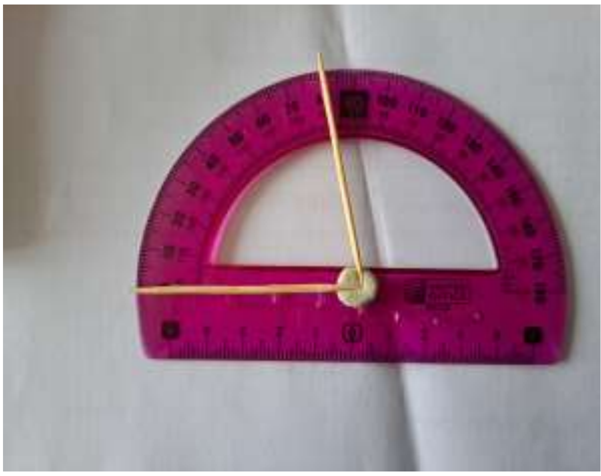
1. **Le rapporteur**

En amont, nous avons travaillé sur l'unité de mesure et sur la nature des angles par rapport à l'angle droit (déjà vu avec les droites perpendiculaires).
Mon idée est d'observer le rapporteur dans un premier temps et de passer à la manipulation seulement après.

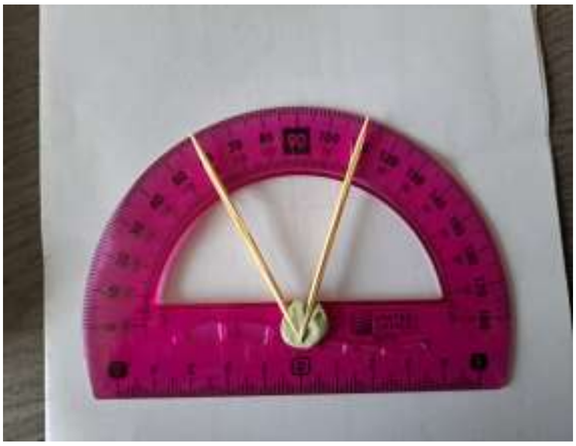
Quel est le matériel nécessaire ?
De la *patafix* et des cure-dents. Le mieux est d'avoir aussi 15 rapporteurs « préparés » en amont, sinon il faudra travailler sur les rapporteurs élèves.
Le but est de créer un parcours de rapporteurs entre élèves.

Quelle est la disposition des élèves dans la salle de classe ?
Comme les rapporteurs circulent, la disposition importe peu.

Étape 1 : réactivation des notions
Je donne un rapporteur à chaque élève et je lui demande de montrer, à l'aide du rapporteur, un angle obtus, puis un angle aigu, etc.



Étape 2 : lecture de la mesure d'un angle
Je donne à chaque élève un rapporteur avec un angle repéré comme sur l'image ci-contre (un cure-dent « part du 0° » à cette étape). L'élève doit noter la mesure de l'angle et passer à son voisin. Nous mettons ensuite en commun les mesures observées, en s'appuyant sur le rapporteur.



Étape 3 : lecture complexifiée de la mesure d'un angle
Je donne à chaque élève un rapporteur avec un angle repéré comme sur l'image ci-contre, l'élève doit noter la mesure de l'angle et passer à son voisin. Nous mettons ensuite en commun les mesures observées, en s'appuyant sur le rapporteur.

Étape 4 : les élèves sont autonomes
Chaque élève dispose d'un rapporteur et construit un angle dont il sera capable de donner la mesure ensuite. L'élève passe son rapporteur à un camarade qui doit noter la mesure de l'angle et passer à son voisin. Nous mettons ensuite en commun les mesures observées et chaque élève donne sa correction. Nous comparons.

Bilan
En 50 minutes, j'ai pu dérouler les 4 étapes prévues. La prochaine fois, je penserais à prévoir une fiche pour noter chaque résultat et à numéroter aussi les rapporteurs. Cela facilitera le bilan. Au niveau de la manipulation, les élèves ont bien perçu l'importance de positionner des extrémités des cure-dents au « centre » du rapporteur. À la séance suivante, le passage sur feuille pour la mesure des angles a donné une réussite, sur le groupe, de 80 %. Mon observation de l'activité des élèves a pu montrer des échanges autour de la méthode d'utilisation des rapporteurs entre pairs, de la façon de lire les angles et de la perception de chacun. Les élèves ont adhéré à la démarche car ils ont souhaité l'utiliser pour la suite de l'année.

Evaluation des acquis et des progrès des élèves
J'ai repris les évaluations diagnostiques dans lesquelles nous avions trois angles à mesurer et trois angles à construire, en rajoutant des angles pour complexifier. Les

élèves avaient totalement raté cet exercice lors de l'évaluation diagnostique. Après l'activité proposée, ils y sont arrivés à 85%. Je les avais autorisés à utiliser les cure-dents (cf. ci-dessous).

2. **La symétrie axiale**

En amont, nous avons travaillé la symétrie axiale au travers des questions suivantes :

- Que représente la symétrie axiale pour vous ?

100 % des réponses ont été : « on doit plier la figure pour que les deux parties se superposent » (ce qui supposent en fait que l'on cherche l'axe de symétrie et pas que l'on veut construire le symétrique d'une figure).

- Donner des situations dans la vie courante où vous observez de la symétrie axiale.

100 % des réponses ont été : « le miroir ».

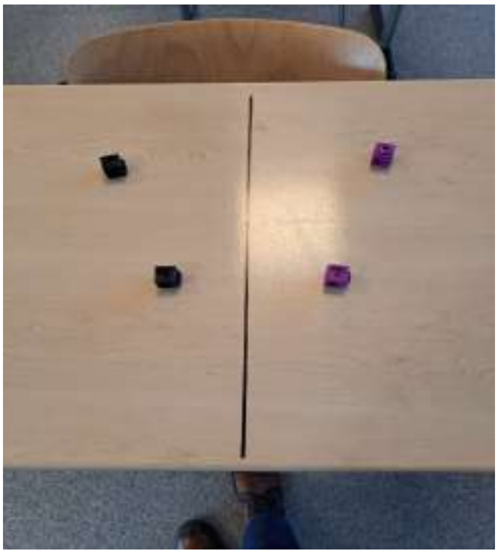
Mon idée est de tracer un axe sur un bureau, d'observer une figure posée sur ce bureau, et de trouver approximativement où va être positionnée l'image de la figure. Il s'agit après d'affiner cet emplacement. Tout cela sans pliage possible.

Quel est le matériel nécessaire ?
Des bureaux, des crayons à papier ou feutres *veleda*, des équerres, de quoi nettoyer les bureaux ensuite et des petits cubes. Le but est de faire « s'affronter » les élèves.

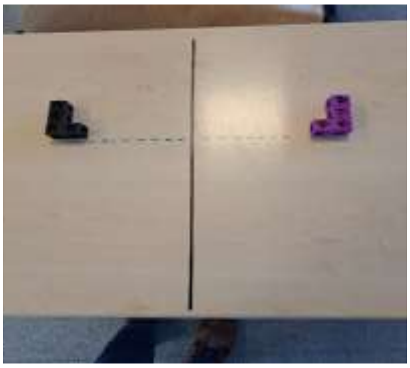
Quelle est la disposition des élèves dans la salle de classe ?
La disposition importe peu mais les élèves doivent avoir suffisamment de place autour du bureau.

Étape 1 : axe vertical – axe horizontal
Je positionne les élèves par deux devant un bureau, je trace un axe vertical ou un axe horizontal sur le bureau. Je donne quatre cubes d'une couleur au premier élève (élève 1) et cinq cubes d'une autre couleur au second (élève 2). Je demande alors à l'élève 1 de poser un cube d'un côté de l'axe et à l'élève 2 de poser approximativement (sans

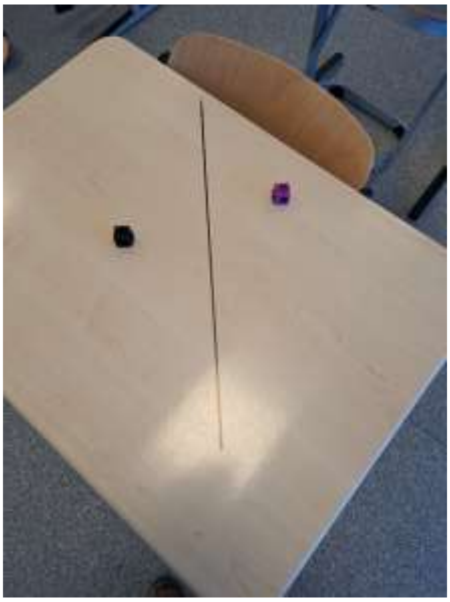
instrument) le cube image. Je vérifie puis demande de poser deux cubes puis de complexifier (je vérifie à chaque fois).



Étape 2 : comment positionner précisément l'image d'une figure par une symétrie axiale ?
A partir de la dernière figure complexe réalisée, je demande aux élèves de trouver un moyen de vérifier l'exactitude de la position à l'aide du matériel de géométrie. Spontanément ils prennent l'équerre.



Étape 3 : axe oblique
Nous réalisons le même travail mais avec un axe oblique.
On se rend vite compte de la difficulté supplémentaire que cela représente pour les élèves : les deux images ci-dessous montrent deux erreurs flagrantes qui peuvent être corrigées en utilisant l'équerre du tableau. Les élèves voient alors vite par exemple que la figure « en L » est mal positionnée.

Étape 4 : sur une feuille
Chaque élève dispose d'une feuille blanche sur laquelle figure un axe de symétrie vertical ou horizontal, et un triangle qui ne coupe pas l'axe. Les élèves doivent construire le symétrique de ce triangle.

Bilan
Dans cette activité, j'ai utilisé le levier de la manipulation. Auparavant, j'utilisais une fiche avec quadrillage puis sans quadrillage. Mais très souvent les élèves ne visualisaient pas la démarche de construction. Maintenant ils se rappellent qu'il n'est pas utile de plier et qu'ils peuvent utiliser l'équerre (pour le moment) pour construire le symétrique d'une figure.
En 50 minutes, j'ai pu dérouler les 4 étapes prévues (la 4 n'a pas été terminée). Pour la séance suivante, les élèves doivent terminer l'étape 4. En ce qui concerne la manipulation, les élèves ont pu observer et voir une utilité de l'usage de l'équerre. Le fait d'être sur un bureau leur permet de recommencer sans avoir à gommer et donc ils n'ont pas « l'appréhension de l'erreur ». Le passage sur feuille a donné un résultat positif à 85 %.
J'ai pu entendre pas mal de discussions mathématiques entre élèves, telles que : « pourquoi tu mets le cube là regarde, tu n'es pas en face », « Viens, on utilise l'équerre pour vérifier avant le professeur », « trop simple la figure, Monsieur, on pourrait avoir plus de cubes ».

Evaluation des acquis et des progrès des élèves
Dans l'évaluation diagnostique, nous avions mis deux figures sur papier blanc (un quadrilatère et un triangle). Ce groupe n'avait absolument pas réussi l'exercice. J'ai redonné le même, et je suis arrivé à 100 % de réussite.

Partie 2 – mon analyse

Les **trois géométries** — **perceptive**, **instrumentée** et **déductive** — sont **interconnectées** : la perceptive repose sur la **vision et le ressenti**, l'instrumentée utilise **des outils pour confirmer** ou **contrôler** ces perceptions, et la déductive **démontre** ou **justifie** les propriétés à partir de **raisonnements logiques**. Au début de l'année scolaire 2024-2025, je me suis posé beaucoup de questions sur la façon d'aborder la géométrie dans le groupe à besoins de sixième. Nous partions d'un constat quasi unanime sur le fait que le passage progressif de la géométrie perceptive (de primaire) à la géométrie déductive (fin cycle 3- cycle 4) était un blocage. La manipulation m'est apparue comme nécessaire et profitable avec ce groupe de taille réduite. En effet, « manipuler » tire son origine du latin médiéval *manipulare*, qui signifie « conduire par la main », j'avais alors l'occasion de prendre ce verbe en son sens étymologique même. Je pouvais prendre mes élèves par la main pour les initier aux géométries du collège. Les séquences que j'ai mises en place visaient un double objectif : initier les élèves à la lecture et à la construction (avec un rapporteur ou une équerre), tout en redonnant du sens à l'apprentissage géométrique et à la conjecture. Sans manipuler, on ne peut conjecturer et la manipulation s'accompagne toujours de la représentation.

La progression en quatre étapes, s'appuyant sur du matériel simple (cure-dents, *patafix*, rapporteur, bureau, cubes plastiques, etc.) et sur un dispositif collaboratif (parcours de rapporteurs entre élèves, « duel symétrie axiale ») me permet de tenir la séance sur une heure environ. Par contre, je me suis aperçu, *a posteriori*, que la trace écrite ne pourrait se faire que lors de la séance suivante. En définitive, ce contretemps a été un point fort car les élèves ont su se remémorer les manipulations réalisées. La manipulation active la mémoire perceptive (ou sensorielle).

On distingue plusieurs sous-catégories de mémoire perceptive, chacune d'elles est spécifique à l'un de nos sens : la mémoire ***visuelle*** *(représente 80% des informations transmises au cerveau), la mémoire* ***auditive****, la mémoire* ***tactile*** *(aussi appelée mémoire kinesthésique), la mémoire* ***gustative*** *et la mémoire* ***olfactive****.*

Cette approche par la manipulation a révélé un levier puissant : en manipulant d'abord l'outil avant de l'utiliser sur fiche, les élèves ont compris son usage et se sont appropriés les gestes techniques nécessaires. L'efficacité de cette démarche s'est confirmée dans les résultats : un même exercice, totalement raté lors de l'évaluation diagnostique, a été réussi à 85 % après la séquence. L'expérimentation a également permis de désacraliser l'outil géométrique et a amené les élèves à émettre des conjectures qu'ils ont ensuite vérifiées. Les élèves ont été impliqués, curieux, et même enthousiastes. Pour en arriver à l'idée de l'utilisation des cure-dents, je me suis confronté aux erreurs de mesures des élèves : ceux-ci n'arrivaient pas à lire correctement les graduations. J'ai alors imaginé la lecture des aiguilles d'une montre. En définitive, cette séquence m'a confirmé l'importance de la manipulation pour enclencher les apprentissages. Elle m'a également donné confiance dans ma pratique.

Fort de ce succès, j'ai testé l'activité sur la symétrie axiale, avec la même volonté de faire manipuler les élèves. Cette activité a été construite à partir de la « définition » que m'ont donné les élèves de la symétrie axiale : « on plie ! ». Comment dépasser cette vision et arriver à la notion de médiatrice ? C'est bien là que je voulais les emmener. Il fallait donc réfléchir à un objet non pliable sur lequel je pouvais m'appuyer (si j'avais eu des tableaux blancs partout dans la salle, je serais surement parti sur tableau et petit magnet). Leur bureau est devenu un outil adéquat pour pratiquer l'expérience de la symétrie axiale. Je pensais avoir analysé les erreurs courantes (pour pouvoir y remédier en passant sur chaque atelier) comme l'image translatée, l'image par symétrie centrale, l'image trop proche ou éloignée de l'axe mais je ne m'attendais pas, au vu des cubes à leur disposition, à l'image agrandie. Sans le vouloir, j'ai induit cette erreur en donnant un nombre déséquilibré de cubes aux binômes. Certains ont pensé, à tort, qu'ils devaient tous les utiliser. Il y a donc là, pour moi en tant qu'enseignant, une précision à apporter sur le contrat didactique avec les élèves. Cette nouvelle expérimentation m'a permis de constater que mes cours manquaient jusque-là d'activités « concrètes », favorisant la manipulation et les échanges. Depuis, j'ai utilisé la même idée pour la symétrie centrale, j'ai utilisé une roue de voiture pour le périmètre du cercle, j'ai pavé un carré d'un mètre de côté avec des carrés d'un décimètre de côté, etc. Je prends conscience de l'intérêt de développer encore davantage cette dimension, en m'appuyant sur les groupes à besoins pour proposer des activités de partage et de collaboration. Je souhaite renforcer cette dynamique en systématisant les fiches de suivi individuelles et en introduisant des variantes ludiques (parcours, défis d'angles, mini-tournois de précision, etc.). Je mesure aussi tout l'intérêt d'une évaluation continue intégrée à la séquence, avec des temps de verbalisation et de co-correction.

Cette analyse *a posteriori* me permet de mieux identifier les leviers qui rendent ma pratique enseignante à la fois efficace et motivante : la manipulation, la coopération entre élèves et la contextualisation des apprentissages. C'est cette expérience de terrain, mêlant rigueur et créativité, que j'aimerais transmettre à d'autres enseignants. Enseigner en classe de sixième, c'est souvent partir d'une base pour éveiller la curiosité mathématique. La manipulation s'accompagne aussi de la représentation ; on passe de la conjecture à la démonstration. Les « trois géométries » se retrouvent. L'erreur est le point clef de la construction des activités, il faut en faire un levier et non un échec.

Chapitre 2

Classe de sixième

De la verbalisation à la maîtrise des procédés de tracés en géométrie

Mots clés : géométrie – organiser des tracés – vocabulaire – figures téléphonées – vidéos et BD tutos – travail collaboratif – arts plastiques – droites parallèles et perpendiculaires – verbalisation.

De Myriam Galtier, professeure de mathématiques :

« Ce travail a permis aux élèves de prendre conscience de l'importance d'employer un vocabulaire précis en géométrie. De plus, le fait de verbaliser leurs actions les a vraiment aidés à les maîtriser et les retenir. »

Partie 1 – mes idées

Comment aider les élèves en difficulté à maîtriser les procédures de tracés en géométrie ?

Je suis Myriam GALTIER, enseignante en collège à Argenteuil, un établissement REP. Je vais vous parler d'un groupe à besoins en sixième. Ce groupe compte environ 15 élèves dont les difficultés sont diverses : lacunes en mathématiques, multi-dys, problèmes d'attention, maîtrise fragile de la langue française.
Mes objectifs pour ces élèves sont les suivants :
- maîtriser les différentes procédures de tracés (droites parallèles, perpendiculaires, angles, triangles, quadrilatères, etc.) ;
- savoir réaliser une figure à partir d'un programme de construction et inversement.

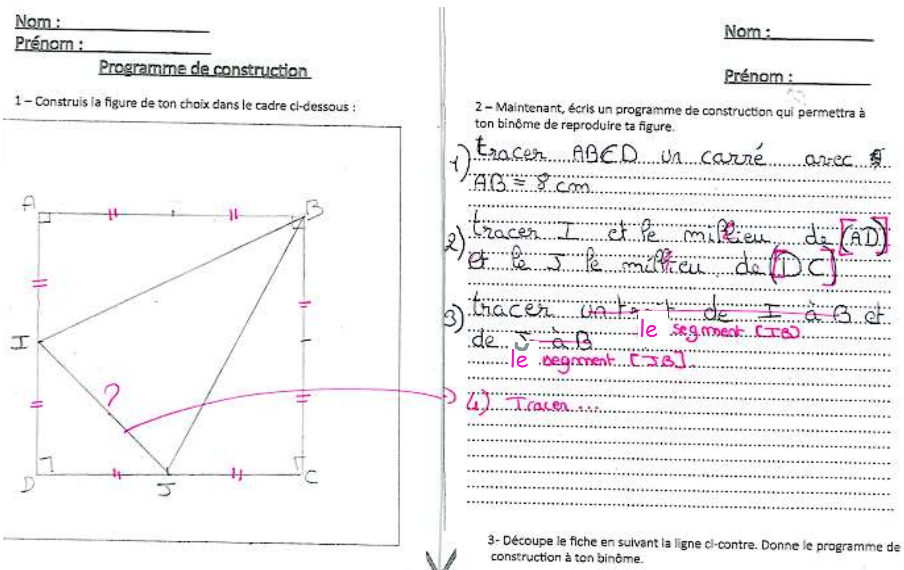
Pourquoi je vous en parle ?
J'ai constaté que les élèves pouvaient rencontrer des types de difficultés variées :
- difficultés à retenir certaines procédures de tracés ;
- difficultés à élaborer l'ordre dans lequel une figure doit être réalisée ;
- difficultés à utiliser et à maîtriser des notations et un vocabulaire précis.

Voici ce que j'ai essayé de mettre en place.

1. Figures téléphonées

Objectifs
- maîtriser un vocabulaire précis en géométrie ;
- savoir organiser les tracés.

Réalisation
Étape 1 : le professeur dicte oralement aux élèves un programme de construction ; les élèves le réalisent au fur et à mesure.
Étape 2 : un élève trace au tableau une figure que le professeur n'a pas le droit de regarder. Les élèves donnent à tour de rôle les consignes permettant à l'enseignant de réaliser la figure à son tour (l'objectif étant de leur faire comprendre qu'il est nécessaire de donner des consignes précises).
Étape 3
Les élèves se mettent en binômes.
Chaque élève trace une figure et écrit le programme de construction associé. Puis il donne son programme de construction à son binôme qui



va devoir tracer la figure. Ils comparent ensuite la figure obtenue à la figure initiale et corrigent le programme de construction en conséquence.

2. Création de vidéos sous forme de tutos de géométrie

Objectifs
- verbaliser les techniques de tracés ;
- créer une bibliothèque de vidéos réutilisables par toutes les classes si besoin.

Réalisation
Les élèves se mettent par groupes de trois.
Un sujet leur est attribué (tracer des droites perpendiculaires, mesurer un angle, tracer un angle de mesure donnée, tracer un triangle, etc.).
En groupe, les élèves remplissent une fiche (cf. ci-contre). Les élèves peuvent ensuite passer à la réalisation de la vidéo en se répartissant les rôles : un élève filme, un élève réalise les tracés, un élève lit le script.


CRÉATION D'UNE VIDÉO SUR UNE NOTION MATHÉMATIQUE

Nom des élèves du groupe : ....

Titre de la vidéo : ....

Scripte de la vidéo :

- Bonjour.
- Nous allons vous montrer comment tracer ....
- Par exemple,ici nous allons tracer ....
- Pour tracer cette figure nous aurons besoin de ....
- Voici donc les différentes étapes :

Répartition des rôles :

- Nom de l'élève qui filme : ....
- Nom de l'élève qui donne les explications à l'oral : ....
- Nom de l'élève qui trace la figure : ....

3. Créations de BD sous forme de tutos de géométrie

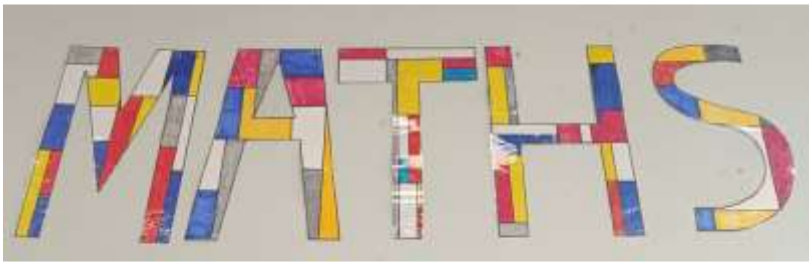
Objectifs
- verbaliser les techniques de tracés ;
- créer une bibliothèque de BD réutilisables par toutes les classes si besoin.

Réalisation
Étape 1
La première planche de BD sur les droites parallèles est réalisée en collaboration avec tout un groupe en utilisant une visionneuse. Un brouillon des différentes étapes est fait au tableau. Les élèves se mettent d'accord sur le contenu des bulles et le dictent à l'enseignant.
Le but est de montrer aux élèves un exemple de ce qui est attendu.
Étape 2
Les élèves se mettent par groupes de trois ou quatre.
Un sujet leur est attribué (tracer des droites perpendiculaires, mesurer un angle, tracer un angle de mesure donnée, tracer un triangle, etc.).
En groupe, ils réalisent une planche de BD sur laquelle ils doivent détailler les étapes de construction.

4. **Réalisation d'une affiche sur le thème des tableaux de Mondrian**

Il s'agit d'un travail collaboratif.

Objectifs
- savoir tracer des droites parallèles et perpendiculaires ;
- réaliser des tracés propres et précis.



Réalisation

Étape 1
Découverte des tableaux de Mondrian : quelle est leur particularité ?

Étape 2
En groupe, les élèves se répartissent les lettres du mot « MATHS » pour réaliser des lettres décorées selon le style des tableaux de Mondrian.

Partie 2 – l'analyse de ma pratique

Comme indiqué par Cédric Villani et Charles Torossian dans *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*[1], la verbalisation est un point d'appui important pour la maîtrise des compétences en mathématiques : « l'apprentissage des mathématiques est fondé sur :
- la manipulation et l'expérimentation ;
- la verbalisation ;
- l'abstraction. »

Ce rapport indique que la verbalisation est centrale puisque « dès la maternelle, le professeur encourage l'élève à raisonner à voix haute et à échanger avec les autres en mettant « un haut-parleur sur sa pensée » ». Et enfin, « la verbalisation et la reformulation sont nécessaires en mathématiques pour dépasser ce qui peut constituer un obstacle important à la réussite de certains élèves. »

Pour ma part, j'ai constaté que certains élèves rencontraient des difficultés dans la maîtrise des procédés de tracés des principaux éléments de géométrie abordés en sixième. J'ai donc proposé aux élèves de verbaliser systématiquement les différentes étapes qu'ils réalisaient lors de leurs passages au tableau. Je me suis ainsi rendue compte que cela aidait les élèves les plus fragiles à mieux maîtriser les techniques de tracés.

Dans cette optique, j'ai décidé de faire créer à mes élèves de petites vidéos qui leurs permettraient d'expliquer comment procéder aux tracés des différents éléments de géométrie abordés en sixième : les droites parallèles, les droites perpendiculaires, les angles, les triangles, etc.

---

[1] C. Villani et C. Torossian, rapport *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*. 2018. https://www.education.gouv.fr/21-mesures-pour-l-enseignement-des-mathematiques-3242

Les élèves, répartis par groupes de trois, disposaient d'un thème et ils devaient rédiger le script de leur vidéo, c'est-à-dire verbaliser les différentes actions qui leur permettaient de réaliser le tracé. Ce travail fut intéressant car les élèves ont ainsi pu décomposer leur technique de tracé en plusieurs « petites » tâches et donc se l'approprier davantage. Ils ont ainsi pu réinvestir le vocabulaire géométrique afin d'être le plus précis possible. Par exemple, des phrases du types « *je trace un trait de A à B* » ont été retravaillées pour arriver à la formulation exacte « *je trace une droite passant par A et B ou un segment d'extrémités A et B* ». Ce travail a permis aux élèves de prendre conscience de l'importance d'employer un vocabulaire précis en géométrie. De plus, le fait de verbaliser leurs actions les a vraiment aidés à les maîtriser et les retenir.
Et enfin, cela nous a permis de constituer une bibliothèque de petites vidéos. Les élèves de sixième eux-mêmes peuvent consulter ces vidéos durant les exercices ; celles-ci peuvent également être utiles pour d'autres élèves d'autres niveaux : par exemple, des élèves de troisième rencontrant des difficultés se sont rendu compte qu'ils avaient oublié comment tracer un triangle connaissant les longueurs de ses côtés. Ils ont donc pu visionner la vidéo correspondante et ainsi revoir la notion. Néanmoins, j'ai rencontré quelques limites à ce projet : tout d'abord chaque élève ne travaille que sur un seul sujet. Il peut bien évidemment consulter les vidéos réalisées par ses camarades, mais l'appropriation est forcément moins bonne. De plus l'accès aux vidéos peut parfois être problématique : leur visionnage durant les évaluations, par exemple, nécessite l'utilisation de tablettes et le son peut s'avérer dérangeant pour les autres élèves.

C'est donc dans cette optique que j'ai voulu créer avec les élèves des BD sur des thèmes identiques à ceux proposés lors de la réalisation des vidéos.
Les élèves étaient à nouveau regroupés par trois et un sujet leur était attribué (voir plus haut l'exemple avec le tracé de droites parallèles). L'objectif était sensiblement le même que celui du projet « vidéos », c'est-à-dire verbaliser les techniques de tracés usuelles mais, cette fois-ci, le support était écrit. Les élèves ont donc, là aussi, dû détailler les différentes étapes nécessaires pour réaliser leur tracé en indiquant le matériel à utiliser et en veillant à toujours utiliser un vocabulaire mathématique approprié. Les élèves ont apprécié l'activité en raison de son aspect artistique. D'un point de vue mathématique, j'y ai également trouvé un intérêt. Tout d'abord, comme pour les réalisations de vidéos, le fait de s'interroger sur les différentes actions successives à réaliser pour obtenir une figure et de les verbaliser a permis aux élèves de mieux les maîtriser. Surtout, cela a permis de créer des recueils de fiches facilement consultables par les élèves. Des classeurs sont disponibles pendant les cours et les élèves les plus en difficultés peuvent y avoir recours pendant les séances d'exercices et également pendant les évaluations. Néanmoins, il est clair que pour certains élèves, la vidéo reste plus efficace en raison de son côté « vivant » puisque l'élève peut réaliser son tracé tout en visionnant la vidéo.

J'ai également proposé une activité de « figures téléphonées ». Les élèves devaient créer leur propre figure et écrire le programme de calcul associé. Ils ont d'abord créé des figures très complexes mais les élèves les plus fragiles se sont souvent retrouvés en difficulté. Je leur ai donc conseillé de réaliser des figures moins ambitieuses et de veiller à ce que le programme de construction soit le plus clair possible. Certains d'entre eux ont eu du mal à différencier la démarche réalisée pour les vidéos ou les BD de la démarche à suivre pour réaliser un programme de

construction. Certains notaient par exemple « *avec ton équerre, trace une droite...* » au lieu d'indiquer directement « *trace une droite perpendiculaire* ». Une reprise à ce sujet a donc dû être nécessaire. Les élèves se sont ensuite échangé leurs programmes de construction afin de réaliser celui d'un camarade et comparer la figure obtenue à la figure initiale. Ce travail a été à l'origine d'échanges intéressants sur la clarté des phrases et sur l'implicite qui était souvent source d'erreurs.
Nous avons réitéré cet exercice plusieurs fois dans l'année, en fonction des nouvelles notions abordées, j'imposais que les figures comportent tel ou tel élément de géométrie. Ce travail était également l'occasion de réinvestir des notions antérieures.

Enfin, j'ai proposé à des élèves de sixième rencontrant des difficultés dans la précision de leurs tracés de droites parallèles et perpendiculaires de réaliser un affichage pour les portes ouvertes du collège. J'avais déjà eu l'occasion de proposer ce type d'activités en me basant sur les figures proposées dans le livre *La géométrie pour le plaisir*[2], et j'avais pu constater que cela plaisait beaucoup aux élèves. Comme les élèves avaient déjà travaillé sur des œuvres de Mondrian en cours d'arts plastiques, j'ai décidé de réinvestir cela en mathématiques. Ils se sont donc répartis par deux, les lettres du mot MATHÉMATIQUES pour les décorer selon le principe des œuvres de Mondrian. Soucieux de réaliser de « belles » affiches, ils se sont réellement appliqués dans leurs tracés et ils ont pris soin de rendre des travaux soignés. Nous avons ensuite comparé les tracés réalisés sur leurs affiches aux tracés réalisés précédemment dans leurs cahiers d'exercices ou dans leurs évaluations. Ils ont ainsi vu qu'en s'appliquant dans leurs tracés et qu'en prenant le temps d'utiliser correctement leur matériel de géométrie, ils étaient capables de réaliser des figures soignées. Ils ont bien évidemment été fiers d'afficher leur travail lors des portes ouvertes. Toute activité valorisante est toujours appréciable et bénéfique, qui plus est, pour des élèves éprouvant des difficultés.

[2] Jocelyne et Lysiane Denière. *La géométrie pour le plaisir*. Edition Denière,

Chapitre 3

Classe de sixième

Des bandes dessinées au feedback de suivi de la tâche

Mots clés : géométrie – notations – vocabulaire – angle – bandes dessinées – travail en groupe – traitement de l'erreur – feedback – symétrie axiale

De Vincent Gauché, professeur de mathématiques :

« À ce moment-là, le rôle de l'enseignant est d'expliciter l'erreur produite, puis de proposer à l'élève de se tester à nouveau. Les élèves ont réussi à corriger leurs erreurs assez facilement. »

Partie 1 – mes idées

Les bandes dessinées en sixième

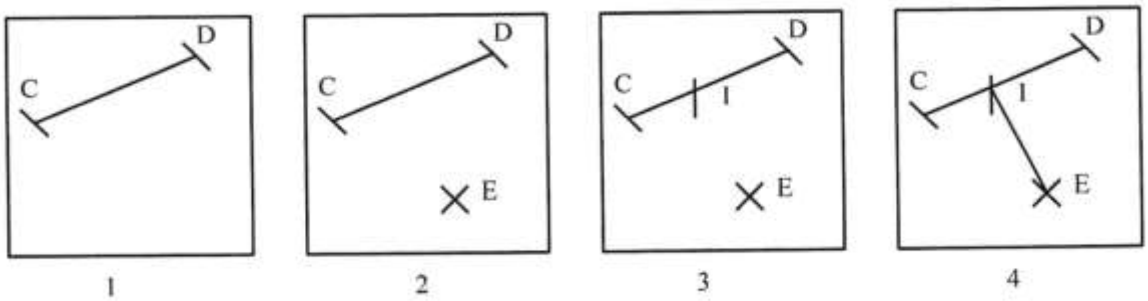
Je m'appelle Vincent Gauché, j'enseigne au collège Rosa Parks de Villabé. Je suis en poste dans ce collège depuis 2008. Je souhaite vous parler d'un groupe dont j'ai la charge en sixième : il s'agit d'un groupe hétérogène de 22 élèves. Tous les élèves participent et sont actifs. La parole est plus libre et le petit effectif a permis de mettre les élèves en confiance plus rapidement.
Je me suis intéressé aux connaissances liées au vocabulaire et notations concernant les premiers éléments de géométrie (points, droites, demi-droites, segments, angles, etc.)

Mes objectifs

- maîtriser les notations et le vocabulaire en géométrie ;
- maîtriser la notion d'angle abordée dans le nouveau chapitre ;
- impliquer davantage les trois élèves à besoins du groupe.

J'ai voulu me concentrer sur ce sujet car la maîtrise de ces compétences reste encore trop fragile dans les niveaux supérieurs (même en troisième, certains élèves ne maîtrisent pas bien les notations et le vocabulaire de géométrie).
J'ai souhaité faire des bandes dessinées. Cela consiste en la rédaction pas à pas des consignes pour la construction d'une figure. Chaque vignette correspond à une étape de la construction et il s'agit de faire une phrase (consigne de construction) par étape.
J'avais déjà réalisé ce type d'exercice à l'occasion du premier chapitre de géométrie : la figure en bandes dessinées était donnée (cf. ci-dessous) et les élèves devaient écrire l'énoncé pour la réalisation pas à pas de la figure ; ils avaient en effet à écrire une phrase par vignette.

BD n° 1

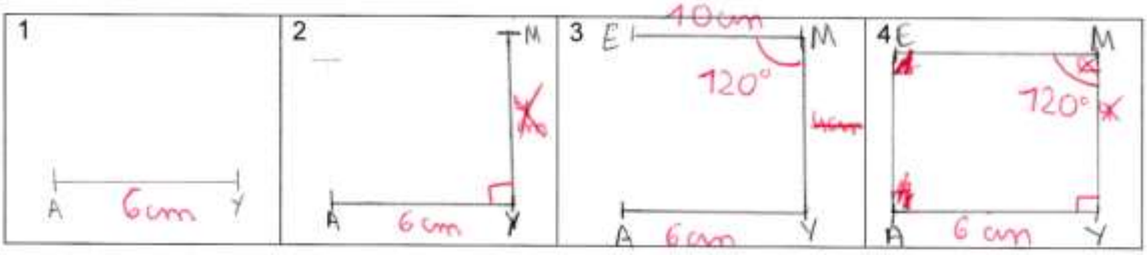


À l'occasion du chapitre sur les angles, j'ai décidé d'expérimenter à nouveau ce type d'exercice mais avec des modalités différentes afin d'essayer d'impliquer davantage les élèves à besoins.

Modalités de travail

Un travail en groupe de trois élèves (avec répartition des élèves à besoins).
Les élèves du groupe doivent inventer la figure de la bande dessinée puis la transmettre à un autre groupe afin que celui-ci réalise le texte. Voici quelques exemples de production.

BD n°1



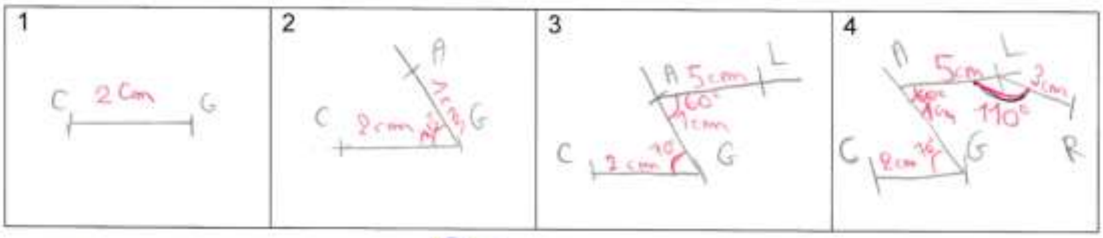
1. Tracer un segment [AB] de mesure 6cm.

2. Tracer l'angle droit de mesure 2,8 cm

3. Tracer un segment de mesure 10 cm.

4. Tracer un segment de mesure 2,8 cm.

BD n°1

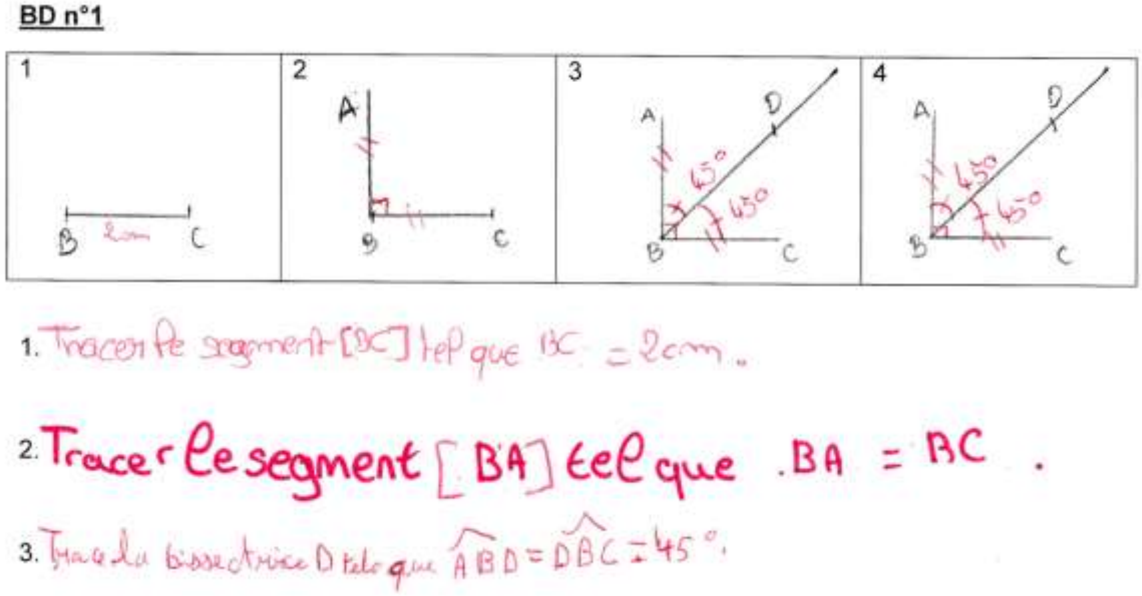


1. Tracer un segment [CG]

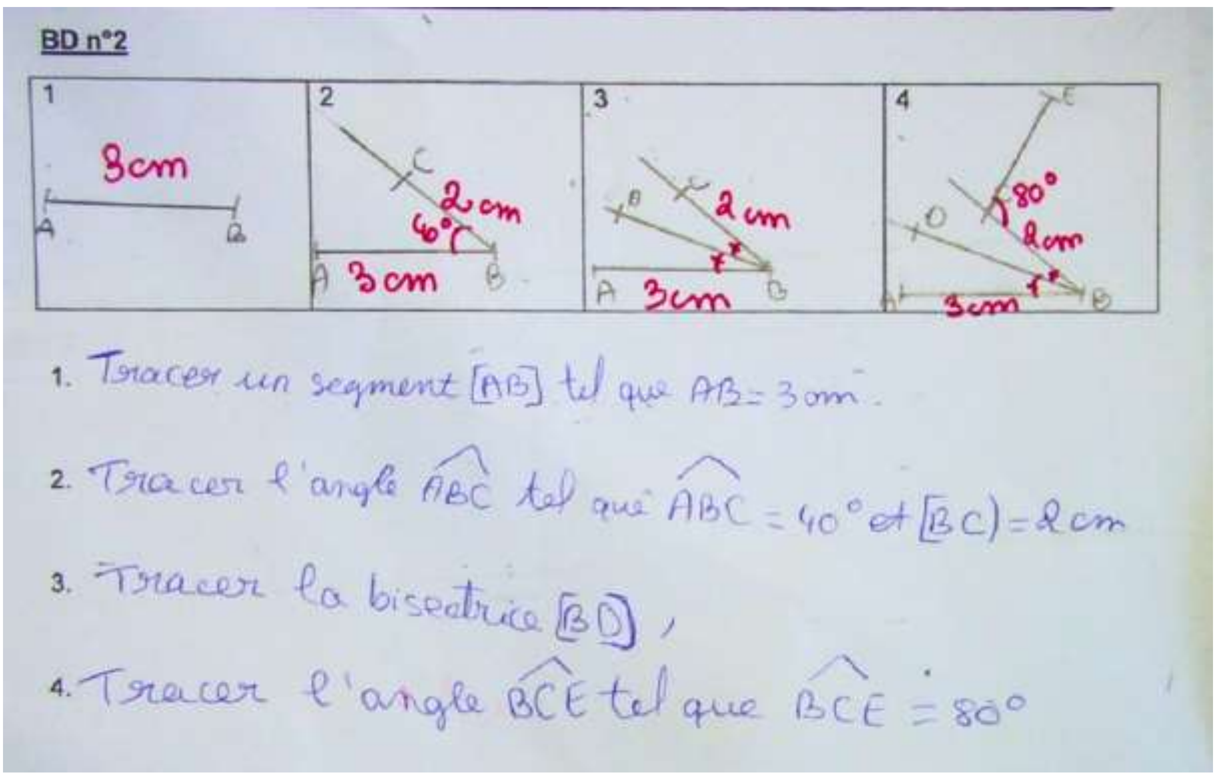
2. Tracer l'angle $\widehat{CGA}$ tel que AG = 1cm et ~~70~~ $\widehat{CGA} = 70°$

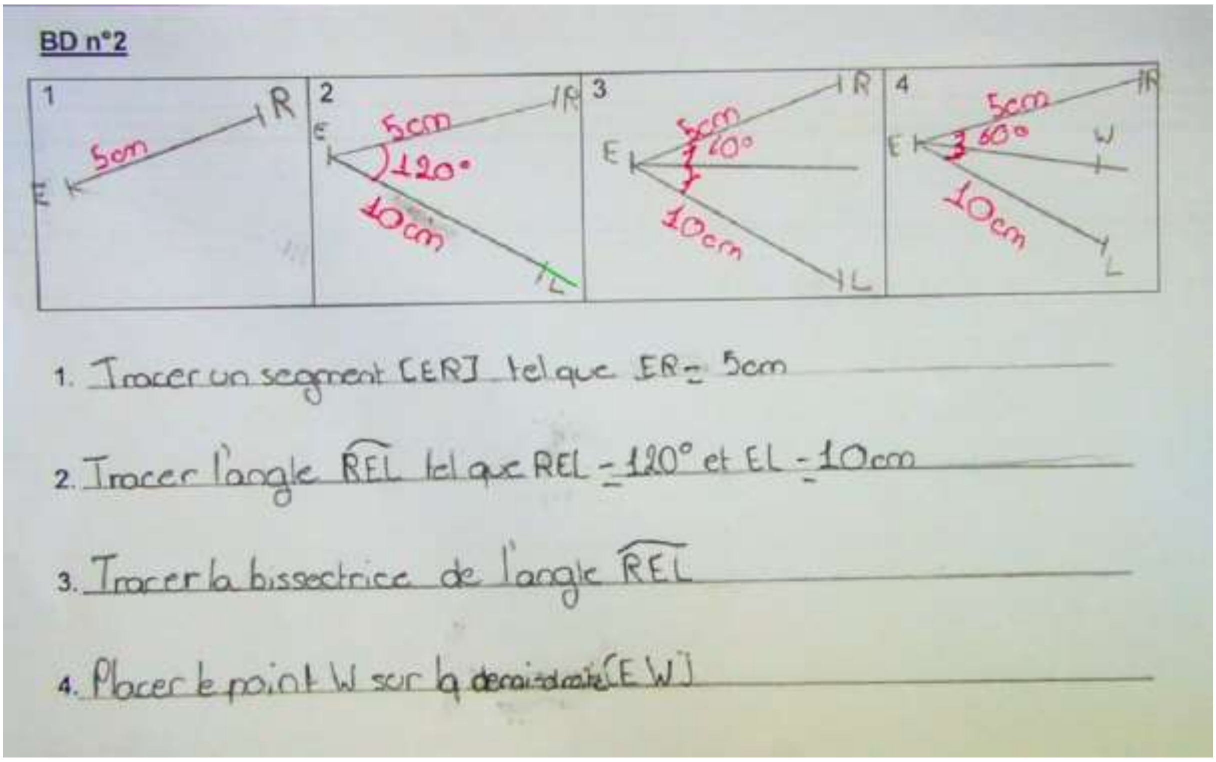
3. Tracer l'angle $\widehat{GAL}$ tel que AL = 5cm et $\widehat{GAL} = 60°$

4. Tracer l'angle $\widehat{ALR}$ de 110° tel que LR = ~~5cm~~ 3cm ~~et AG = 1cm puis tracer un deuxième angle sur la même figure $\widehat{AGC}$ de 70° tel que CG = 2cm~~.

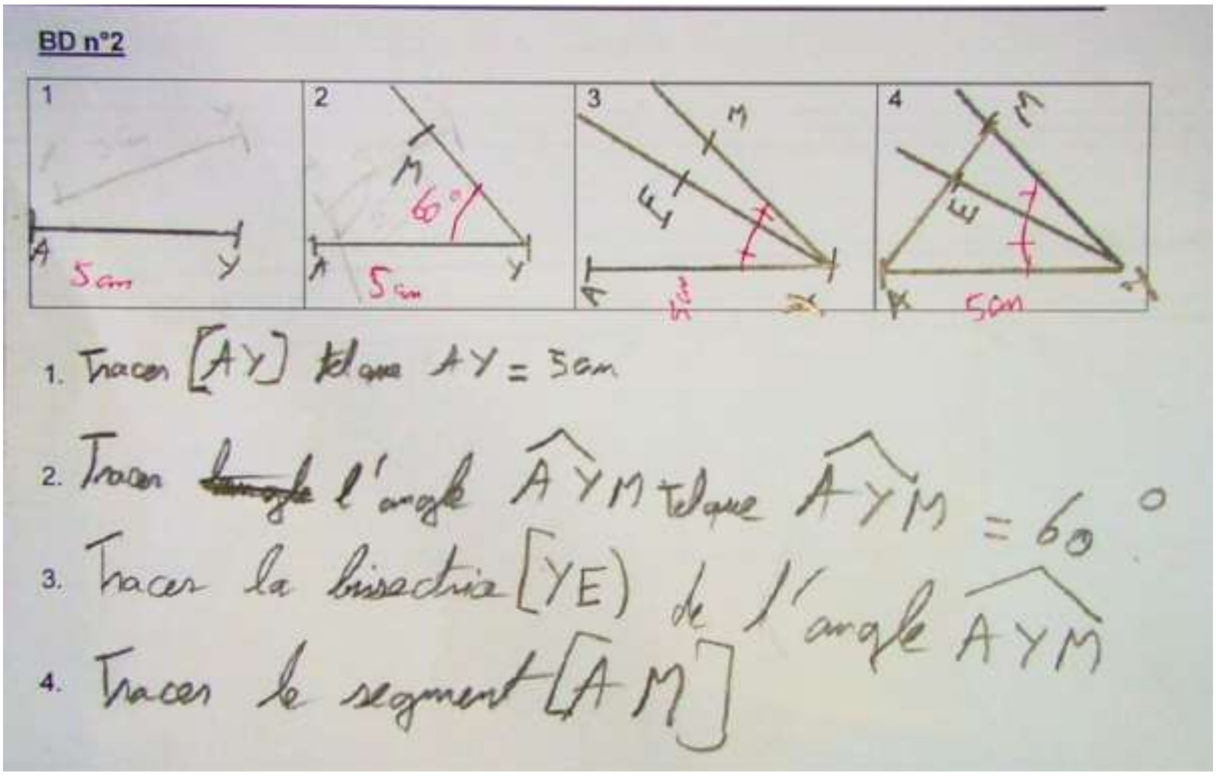


Puis on passe à la correction et on explique les erreurs commises sur les figures et les énoncés. Dans un deuxième temps, les élèves doivent réaliser une nouvelle bande dessinée en travail à la maison – figure et énoncé – avec une correction en classe. Voici quelques exemples de productions non corrigées d'élèves.





1. Tracer un segment [ER] tel que ER = 5cm
2. Tracer l'angle $\widehat{REL}$ tel que REL = 120° et EL = 10cm
3. Tracer la bissectrice de l'angle $\widehat{REL}$
4. Placer le point W sur la demi-droite [EW]



1. Tracer [AY] tel que AY = 5cm
2. Tracer ~~l'angle~~ l'angle $\widehat{AYM}$ tel que $\widehat{AYM}$ = 60°
3. Tracer la bissectrice [YE) de l'angle $\widehat{AYM}$
4. Tracer le segment [AM]

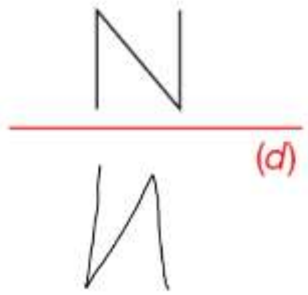
Partie 2 – l’analyse de ma pratique

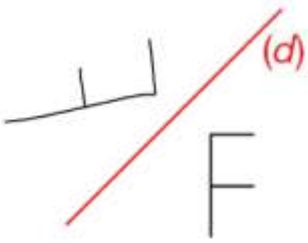
Du traitement de l’erreur au feedback

Les séquences de corrections et d’explications sont bien adaptées aux connaissances abordées sur les bandes dessinées mais lorsque l’on aborde d’autres types de tâches, notamment des compétences, il semble plus adapté de passer du traitement de l’erreur au feedback. Cela va permettre de faire progresser tous les élèves.
À l’occasion du chapitre sur la symétrie axiale, j’ai pu mettre en œuvre cette pratique.
Voici quelques exemples d’activités effectuées avec les élèves de sixième.

Dans un premier temps j’ai fait tracer des symétriques de figures <u>à main levée</u> sans quadrillage avec axe horizontal et axe oblique sur une feuille blanche volante.
Cette activité se prête à faire progresser les élèves à partir des erreurs produites. J’observe deux types d’erreurs : translation pour le N et symétrie avec axe vertical pour le F. Je veux d’abord aider les élèves à réaliser qu’il y a erreur. Je leur propose de plier la feuille le long de l’axe et d’observer la figure faite par transparence. À ce moment-là, le rôle de l’enseignant est d’expliciter l’erreur produite, puis de proposer à l’élève de se tester à nouveau. Les élèves ont réussi à corriger leurs erreurs assez facilement.

J’ai pu ainsi mettre en œuvre ma stratégie de feedback.
Ci-dessous des travaux d’élèves réalisés au tableau après le feedback.

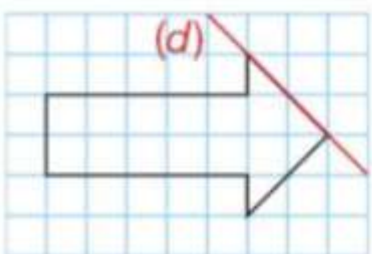


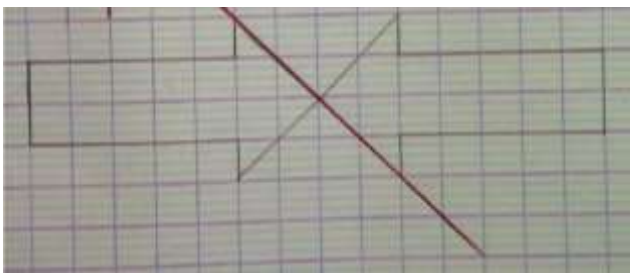


Dans un deuxième temps, les figures étudiées étaient réalisées avec du papier quadrillé sur le cahier (plus de possibilité de pliage).

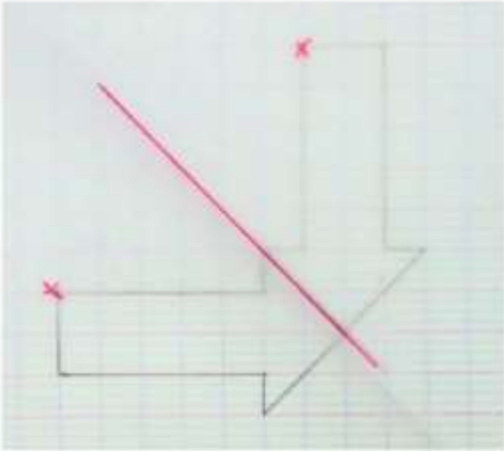
Plusieurs difficultés sont ajoutées : des axes en diagonale des carreaux, des figures qui coupent l’axe de symétrie. J’ai laissé les élèves réaliser les figures.

À nouveau, je propose un outil pour réaliser qu’il y a erreur : la feuille de calque. Puis, par le dialogue, je rends l’erreur explicite : l’élève a effectué une symétrie par rapport à un axe vertical.
Voici un exemple de figure obtenue avant le dialogue avec l’élève :

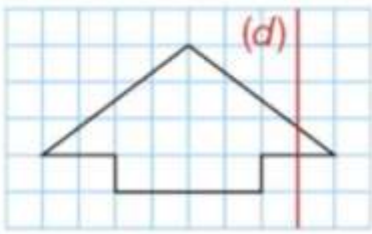


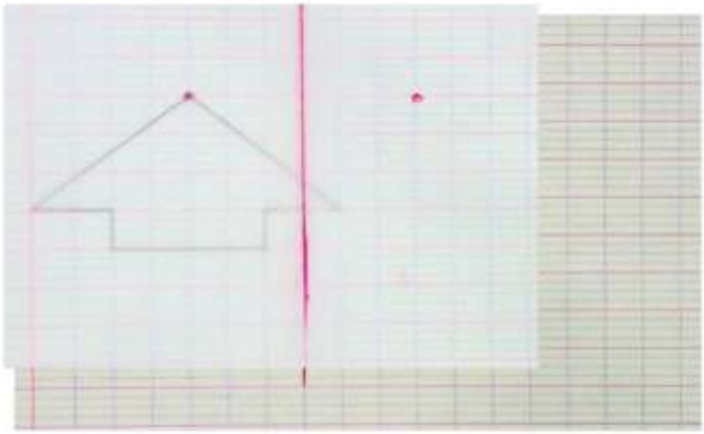


Voici ensuite un calque réalisé par un élève qui lui a permis de réaliser la bonne figure.



Pour la difficulté liée à la figure qui est coupée par l'axe de la symétrie, l'aide d'un calque ainsi que le symétrique d'un point de la figure a permis aux élèves de se défaire de la notion de « frontière ».





En conclusion, le feedback a permis aux élèves de se corriger dans des activités plus complexes. Il a permis de les faire progresser dans les compétences liées à la symétrie axiale. Le retour sur l'erreur a permis de traiter les erreurs liées aux connaissances ; le feedback est plus efficace pour acquérir des compétences.
Je citerai cet extrait de Hattie et Timberley[3] qui m'a permis d'analyser avec plus de précision l'expérience faite avec mon groupe d'élèves. Hattie et Timberley (p. 89) conseillent en effet ceci à l'enseignant : « utiliser le feedback de suivi non seulement pour aller vers l'étape suivante, mais aussi pour préciser l'étape en cours, y cultiver l'autorégulation, rechercher l'automatisation, approfondir la compréhension, revenir sur ce qui n'est pas compris pour élever le niveau des connaissances. Ces diverses propositions sont une source majeure d'apprentissage. »

[3] John Hattie and Helen Timberley. *The Power of Feedback*. Review of educational research, 2007.

Chapitre 4

Classe de sixième

Du pixel art au mètre carré

Mots clés : conversions – unités d'aire – carré d'aire 1 m² / carré d'aire 1 dm² - pixel art – symétrie axiale – périmètre – travail collaboratif – raisonner – sens des notions – manipulation.

De Sylvie Lim, professeure de mathématiques :

« Réponse immédiate des élèves, fiers d'avoir compris le périmètre travaillé deux semaines avant : « C'est le périmètre Madame ! Il en faut 40 ! ». Ils sont tombés dans le piège… Alors je dessine partiellement. Je leur dis qu'ils se trompent. Ils sont étonnés. Je leur demande de réfléchir… Puis j'écoute toutes leurs propositions que je note au tableau avant d'entourer la bonne réponse. »

Partie 1 – mes idées

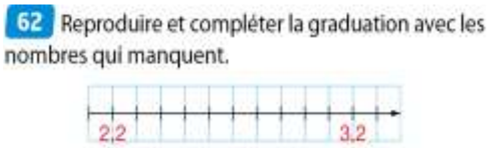
Je suis Sylvie LIM, professeure de mathématiques depuis 17 ans dans l'académie de Versailles. J'enseigne au collège Aristide Briand à Domont (95) ; ce collège comporte environ 850 élèves. J'y enseigne depuis 2014. Nous avons un dispositif ULIS. L'IPS y est moyen avec une baisse il y a deux ans. Ces dernières années quelques élèves arrivent parfois sans maîtriser le français. Je vais vous parler de la classe de sixième. Les groupes de sixième ont été constitués en juin en suivant les conseils donnés par les professeurs des écoles. J'ai eu des classes de sixième presque tous les ans. Cette année j'ai un groupe de sixième à forts besoins. Il y a toutefois un grand point positif : beaucoup de ces élèves manquent de confiance et, dans les groupes à besoins, ils osent davantage participer et poser des questions. Plusieurs ont ainsi pu consolider des bases fragiles et progresser.

Je souhaite que les élèves retiennent le vocabulaire et les notations ; je me demande beaucoup quelle forme doit prendre la leçon. J'ai décidé de vous parler de comment j'ai essayé d'ancrer dans la tête des élèves le fait que : **100 dm² = 1 m²**. Ceci est mon objectif final.

Voici mes principaux autres objectifs dans l'activité que je vais vous présenter :

- reproduire une figure sur quadrillage ;
- réinvestir les notions de la symétrie axiale, le périmètre et l'aire d'un carré ;
- travailler le dénombrement.

Chaque année, je fais le constat que les élèves ne donnent pas suffisamment de sens aux unités alors que les unités d'aire et de volume peuvent être visualisées. Je me dis que, mises à part les formules contenant π (cercle, disque, boule) ou $1/3$ (pyramide, cône), j'aimerais tellement que les élèves n'aient pas à les apprendre par cœur mais qu'ils les comprennent et les retrouvent par eux-mêmes. Je vais focaliser ici ma présentation sur une unité d'aire, en particulier le passage du dm² au m². Cette activité a été réalisée en fin d'année scolaire. Mes élèves travaillent essentiellement avec le manuel *Transmaths sixième*, Nathan, édition 2016. Les exercices évoqués seront donc souvent extraits de ce manuel.
Dès le début de l'année scolaire, je propose aux élèves de reproduire les figures sur quadrillage. Cette année – ayant les élèves à forts besoins en sixième –, je me rends compte que ce sera plus difficile que les autres années : tracer en suivant une ligne n'est déjà pas facile, compter le nombre de côtés pour la longueur d'un segment sur une ligne n'est pas si aisé non plus, alors que dire lorsqu'un segment n'est pas sur une ligne !



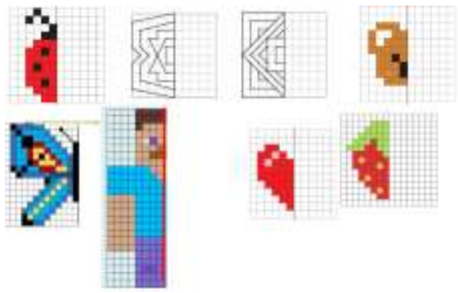
Par exemple pour cet exercice donné en septembre, plusieurs élèves reproduisent le quadrillage représenté en bleu sur l'énoncé.

Certains comptent 11 « carreaux » pour la longueur entre 2,2 et 3,2. Ces erreurs sont classiques, mais habituellement j'ai 1 ou 2 élèves maximum par classe de sixième à le faire. Cette année, dans mes groupes à besoins, c'est presque la moitié. Je me dis que je devrai travailler cela tout au long de l'année avec mes élèves si je souhaite qu'ils construisent un carré de 1 m de côté. Toute l'année, nous avons donc essayé de travailler la rigueur dans la copie avec ou sans quadrillage et nous avons compté les côtés de carreaux dans le but de construire **notre carré d'aire 1 m²**.

Matériel
Des feuilles petits carreaux, des crayons à papier, une règle, des feutres de bonne qualité ou des crayons de couleurs (idéalement uniquement les premiers pour un rendu plus esthétique), un support pour le carré de 1 m de côté, de la colle.

Description de la démarche, déroulement des séances
Dans le chapitre sur les aires, j'explique la notion de surface et d'aire, les élèves trouvent des aires de figures en comptant avec une unité d'aire donnée dans l'énoncé.

Étape 1
Choisir des modèles de *pixel art* avec les élèves.



Étape 2
Je demande aux élèves l'aire d'un carré de 1 dm de côté. Je leur dis que je souhaite construire un carré de 1 m de côté avec des carrés de 1 dm de côté.

Ensuite je construis des carrés de 1 dm de côté dans lequel je trace en rouge une droite qui servira d'axe de symétrie. Le but est que chacun en ait trois : d'abord un axe sur une ligne (verticale puis horizontale) puis un dernier avec un axe qui n'est pas situé sur une ligne (diagonale du carré de départ). La difficulté n'étant pas la même, je ne donne pas les trois dès le début.

Étape 3
Les élèves reproduisent un modèle de *pixel art* et me montrent. Je corrige si nécessaire. Puis ils construisent le symétrique. Cette étape est répétée plusieurs fois par chaque élève. Certains ont pu inventer des motifs, d'autres ont reproduit en agrandissant une proposition.

Étape 4

Les élèves construisent le symétrique et colorient en respectant la symétrie (ceci peut se terminer à la maison).

Certains élèves avaient besoin de travailler la symétrie axiale en pliant et décalquant (à gauche).

Avant de mieux réussir (à droite).

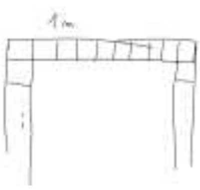
Étape 5

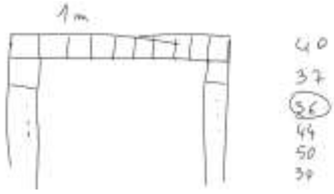
Les élèves connaissent l'objectif premier : « construire notre mètre carré ». J'en profite pour leur dire :

« Voilà, vous savez que nous allons construire notre « mètre carré » c'est-à-dire un carré de 1 m de côté en partant de nos carrés de 1 dm de côté.

1) *Quelle est l'aire d'un carré de 1 m de côté ?* Réponse des élèves : 1 m².
2) *Pour remplir 1 ligne du grand carré de 1 m de côté, combien me faudra-t-il de vos carrés de 1 dm de côté ? Réponse : …* Pas si facile pour tous mais, ouf, ils finissent par trouver 10 !
3) *Et pour remplir mon grand carré, combien me faudra-t-il de vos petits carrés ?* Ils comprennent qu'il en faut 100. L'objectif principal est atteint : 100 dm² = 1 m².
J'en profite pour les faire réfléchir.
4) *Je vais commencer par faire le contour. Combien me faudra-t-il de vos carrés ?* Réponse immédiate des élèves, fiers d'avoir compris le périmètre travaillé deux semaines avant : « C'est le périmètre Madame ! Il en faut 40 ! ». Ils sont tombés dans le piège… Alors je dessine partiellement. Je leur dis qu'ils se trompent. Ils sont étonnés. Je leur demande de réfléchir… Puis j'écoute toutes leurs propositions que je note au tableau avant d'entourer la bonne réponse.

Ci-dessous, voici ce que je dessine grossièrement.

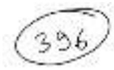




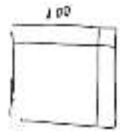
Ci-dessus, voici ce que les élèves me proposent pour le nombre de petits carrés sur le contour du grand. La bonne réponse est ensuite entourée.

Je commente certaines des réponses :

Je demande par exemple à l'élève qui a dit 37 si elle a compté. Je lui dis que c'est aussi une bonne méthode mais que ce serait long avec un carré de 100 m de côté et nos petits carrés et qu'en plus on risque de se tromper.



Je demande alors à l'élève qui a répondu 36 comment elle a fait mais elle ne comprend pas bien ma question. Je dessine alors grossièrement un carré en disant que cette fois je voudrais en mettre 100 petits sur chaque côté et je voudrais savoir combien il en faut pour le contour. Elle répond 396 ! Elle a compris ! Les autres sont étonnés. Je la laisse expliquer à tous.



5) C'est la dernière question.
Combien faut-il de petits carrés déjà dans notre grand mètre carré ? Réponse : 100.
Combien en faut-il pour le contour ? Réponse : 36.
Alors combien il nous reste de petits carrés à faire ? Réponse : 100 – 36 = 64.

6) Construction de « notre mètre carré » pour comprendre et retenir l'égalité : 1 m² = 100 dm ², ainsi que la nécessité d'avoir deux colonnes par unité dans le tableau de conversion des unités d'aire.

Bilan
Cette activité semble concluante. Les élèves ont retenu qu'il « faut » 100 dm² pour obtenir 1 m² et qu'il y a deux colonnes par unité dans le tableau de conversion. Il était long pour moi de préparer les carrés de 1 dm de côté. La prochaine fois, je ferai confiance aux élèves et leur demanderai de les construire ; d'ailleurs certains l'ont fait.

Le retour des élèves
Deux ou trois élèves ont été récalcitrants à utiliser leur règle pour effectuer les tracés.

Les élèves étaient ravis de faire des *pixel art* tout en révisant.
Sur les séances suivantes, ils ont tous su dire : 1 m² = 100 dm².

Evaluation des acquis et des progrès des élèves
Chaque séance, j'ai demandé à des élèves différents ce qu'ils avaient retenu du *pixel art* collaboratif et ils ont tous su me dire 1 m² = 100 dm². J'ai testé des exercices de conversion. Il a fallu faire un tableau de conversion. La plupart des élèves ont su passer de dm² à m² mais l'inverse plus difficilement ; cela a été de même pour les conversions entre les dm² et les cm². Le passage avec des unités non consécutives est beaucoup plus difficile.

Partie 2 – l'analyse de ma pratique

Chaque année, je m'entends répéter aux élèves « ce n'est pas quelqu'un ou un mathématicien qui se réveille un matin et qui décide des règles qui deviennent des propriétés ou des théorèmes ». J'essaye de leur expliquer qu'il y a des raisons aux conventions, que les théorèmes se démontrent.

Alors, quand l'élève a les outils nécessaires, je me dois de lui montrer.
Il n'est pas aisé d'analyser sa pratique mais je vais essayer.
Les élèves viennent de l'école primaire en connaissant les unités de longueur usuelles : le mètre, ses multiples et ses sous-multiples. Mais cette année, la majorité de mes élèves de sixième ne les connaissent pas : ils ne savent pas remplir et utiliser seuls le tableau de conversion. Il a fallu que j'accepte de leur fournir ce tableau de conversion : utilisation d'un protège-document pour simuler un glisse-nombre.
Durant les années de 5^{e}, 4^{e} et 3^{e}, il est difficile de trouver le temps d'expliquer aux élèves et de faire retenir les différences entre les tableaux de conversion d'unités de longueur, d'aire et de volume.

C'est pourquoi il est essentiel qu'en sixième, les élèves puissent observer et comprendre.
Je ne voulais pas juste leur dire « nous avons revu le tableau de conversion des unités de longueur, alors sachez que dans celui des unités d'aire il y a deux colonnes par unité ». Je ne voulais pas non plus juste « faire un dessin ». Je voulais que les élèves construisent et comprennent. D'ailleurs c'est ce que j'essaye de faire le plus souvent : impliquer l'élève dans l'élaboration de la leçon.

« J'entends et j'oublie, je vois et je me souviens, je fais et je comprends », Confucius.

Dans les années 1940, Edgar Dale, professeur et chercheur en éducation, soutient que l'apprentissage est plus efficace lorsque les apprenants sont activement impliqués dans le processus d'apprentissage, notamment à travers l'observation et la manipulation. Aujourd'hui encore, il est aisé de retrouver son cône d'apprentissage sur la toile mais volontairement je préfère ne pas mettre d'illustration car ses chiffres n'ayant pas de sources, la quantification des étages de son cône porte à controverse. Quoi qu'il en soit, la manipulation occupe une place importante en mathématique car elle permet de donner du sens aux concepts abstraits. Il me semble que les professeurs des écoles travaillent davantage en ce sens. C'est pourquoi je pense que réfléchir et travailler en collaborant avec les enseignants du primaire serait bénéfique pour nos élèves. De plus, ici, les élèves n'ont pas seulement manipulé mais ils ont laissé une trace qui restera (sous forme d'une affiche) et qu'ils verront souvent, même dans les années à venir. En effet, celle-ci sera dans le couloir devant la salle que j'occupe principalement qui se situe sur un lieu de passage (au bout des escaliers, au milieu du couloir, tout le monde passe devant). J'ai dit aux élèves qu'ils pourront se souvenir de leur travail chaque fois qu'ils passeront devant. Évidemment une simple affiche ne peut suffire. Une leçon plus classique est dans leur cahier également avec des exemples. De plus, il me semble nécessaire de faire un retour rapidement et régulièrement afin de réactiver la mémorisation. Je proposerai à l'équipe enseignante de vérifier en cinquième, l'an prochain, si les élèves ont retenu 1 m² = 100 dm². J'espère que l'équipe verra une différence avec les autres années. Peut-être que certains seront intéressés de travailler en ce sens : impliquer l'élève, observer, manipuler. En tout cas, ceux à qui j'en ai parlé semblent trouver cela intéressant.

Voici mes observations durant cette expérimentation, ainsi que les points que je peux améliorer.

- Les élèves sont impliqués et de ce fait s'appliquent davantage (en comparaison à leurs travaux habituels).
- Les élèves ont moins l'impression de faire des mathématiques (et pourtant !). Ils sont contents de leur travail, de décorer. Certains ont été davantage mis en avant. Je suppose que c'est dû au fait qu'ils ont moins écrit. En effet, les élèves que j'ai eus dans ce groupe à fort besoin rencontraient des difficultés à l'écrit alors j'ai beaucoup valorisé l'oral avec eux dans cette tâche.
- Malheureusement, je n'ai pas réussi à impliquer tous les élèves dès le début, il a fallu que j'encourage certains en proposant de venir chercher avec moi des modèles à reproduire par exemple.
- Deux/trois élèves ont continué en juin à reproduire le quadrillage quand on demande de reproduire une figure. En leur expliquant que des zones qui se touchent devront être de couleurs différentes, ces élèves ont compris que la tâche serait fastidieuse.
- Je n'ai pas eu le temps de suffisamment évaluer les effets à long terme de ce travail, je chercherai d'autres notions à travailler de cette façon plus tôt dans l'année.

Je suis ravie d'avoir pu participer à cette réflexion car, en tant que professeure, j'apprends toujours et encore.

Chapitre 5

Classe de sixième

Des cartes Pokémon à la démonstration

Mots-clés : raisonner – définition – propriété – démonstration – carte Pokémon – données – résultat – ancrer une situation d'apprentissage – domaine d'intérêt – jeu – travail collaboratif.

De Thomas Homshaw, professeur de mathématiques :

« De la même manière, dans la situation ci-dessus, un élève ne peut pas me dire comme réponse sèche que « les droites (FG) et (HB) sont parallèles ». Je vais alors lui demander de me désigner « la carte » qu'il engage dans cette démonstration, et je lui demanderai de vérifier qu'il est bien en droit de l'engager. »

Partie 1 – mes idées

Je suis Thomas Homshaw, professeur de mathématiques depuis 16 ans dans l'académie de Versailles. J'enseigne au collège André Derain à Chambourcy. J'y suis depuis seulement deux ans. L'IPS y est relativement élevé même si depuis quelques années on observe davantage de mixité sociale dans les élèves arrivants. J'ai envie de vous parler de la classe de sixième. J'ai découvert le niveau sixième à mon arrivée dans ce collège.

Nous sommes 5 enseignants dans l'équipe de mathématiques et nous avons 5 classes par niveau. Nous avons constitué des groupes à besoins en extrayant les élèves repérés du groupe classe pour former un groupe de petit effectif. En sixième, nous nous sommes appuyés sur les conseils des collègues professeurs des écoles rencontrés lors de la liaison CM2/6ème pour former un groupe de 10 et un groupe de 8 élèves. Les élèves qui font partie des groupes à besoins sont des élèves en difficultés mais volontaires et qui ne posent pas de problème de comportement. Ce sont souvent des élèves qui ont besoin de se sentir en confiance pour poser des questions, participer et progresser comme les autres.

J'ai comme objectif que les élèves sachent utiliser des propriétés et/ou présenter des arguments pour démontrer leurs résultats en géométrie. J'ai constaté en effet que certains élèves en fin de cycle 4 ne comprennent toujours pas le raisonnement déductif et se contentent de donner des réponses sans en justifier la validité. Je remarque également des difficultés à retrouver la propriété appropriée à la résolution d'un exercice, ou encore des confusions entre l'utilisation d'une propriété, de sa réciproque ou sa contraposée.

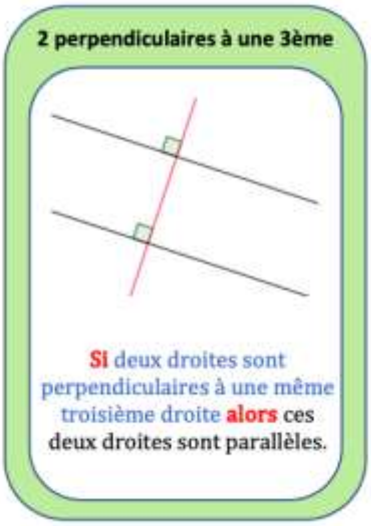
Avec mes élèves de sixième, nous avons entamé la création de cartes de propriétés et de définitions pour « jouer » à la géométrie. L'idée était de me reposer sur ce que les élèves connaissent déjà dans leur quotidien : je me suis alors inspiré des cartes Pokémon. Dans ce jeu, les élèves doivent accumuler différentes « énergies » (ce sont mes données) pour pouvoir utiliser les attaques de leurs créatures (ma propriété) et infliger des dégâts à celle de l'adversaire (le résultat) pour les combattre.

Sur cette carte, le Pokémon « Simiabraz » possède une attaque que les élèves lisent de la manière suivante :

Si j'ai les énergies		
alors	200 j'inflige	dégâts

On note également que l'attaque porte un nom : « feu infernal »

En cours, sur nos cartes, nous faisons apparaître une figure mathématique qui reprend le cadre nécessaire à l'application de la propriété (les données), puis nous écrivons sous cette figure la propriété associée. Les élèves associent alors rapidement la figure observée au résultat que l'on peut y associer.

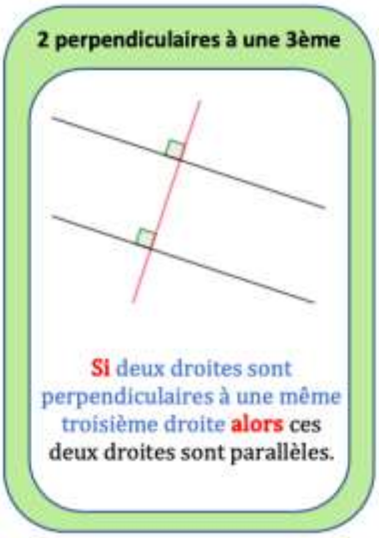


Sur cette carte faite avec les élèves, nous retrouvons les données nécessaires pour pouvoir la « jouer » (l'hypothèse ou « ce qui est entre le SI et le ALORS ») et le résultat qui en découle (« ce qui est après le ALORS »)

Les élèves identifient rapidement que cette carte permet de prouver que les deux droites noires sont parallèles.

Nous avons également donné un nom à notre « attaque » pour faire l'analogie avec les cartes Pokémon (en haut de la carte).

Dans la séquence, l'apparition de la première carte a lieu juste après la découverte des premières propriétés du cours de géométrie (j'attends d'en avoir deux ou trois). Je demande d'abord aux élèves s'ils peuvent me parler des cartes Pokémon ; il y a toujours des volontaires, et ce sont souvent ceux que l'on entend peu habituellement qui sont ravis de prendre la parole. Je projette une carte Pokémon au tableau, les élèves m'expliquent comment l'utiliser et à quoi elle sert. Je projette alors une carte de géométrie qui reprend une propriété découverte récemment, et je présente les analogies avec les cartes Pokémon qu'ils connaissent. Rapidement, je leur distribue alors des cartes vierges et nous travaillons ensemble à la construction des cartes pour illustrer les autres propriétés vues en classe. Je remets au propre ensuite, et je leur imprime de belles cartes qu'ils conservent dans leur cahier d'exercice.



Une fois que nous avons nos cartes en main, je projette au tableau des *questions flash* faisant apparaitre des situations étudiées dans nos cartes. Nous avons alors plusieurs niveaux de jeu :

- Dans un premier temps, je projette des figures simples (comme sur les cartes). Les élèves doivent reconnaitre la carte qui peut être utilisée dans chaque situation
- Dans un deuxième temps, je nomme les objets et je demande aux élèves de poser devant la carte appropriée et d'écrire le « résultat » donné par la carte *(par exemple les droites … et … sont perpendiculaires).*
- Lors d'autres séances, je complexifie les figures en ajoutant d'autres éléments pour forcer les élèves à extraire les informations utiles, avec seulement le choix de la bonne carte au début, puis en y associant le résultat par la suite.

Assez rapidement, nous passons alors à l'écriture des premières démonstrations en allant vers le format : **On sait que** « *ce que je vois sur la figure* »
Or « *je recopie la propriété écrite sur la carte que j'utilise* »
Donc « *je donne le résultat donné par la carte* »

Je dis bien aux élèves que ce « schéma » de démonstration n'est pas le seul et qu'ils verront par la suite d'autres façons d'effectuer une démonstration.

Lorsque les élèvent travaillent, je les vois alors faire défiler les cartes devant eux et regarder leur exercice afin de trouver quelle carte ils peuvent « jouer » pour répondre à la question.

Pour la première évaluation, je laisse les élèves utiliser librement leurs cartes :

- Certains élèves ont très vite un schéma de rédaction rigoureux et utilisent la carte pour se rassurer.
- La majorité des élèves écrivent sur leur copie la bonne propriété puis la réponse à la question.
- Quelques élèves ont plus de difficultés à l'écrit. Ils me montrent la carte qui selon eux répond à la question, et je valide la réponse directement.

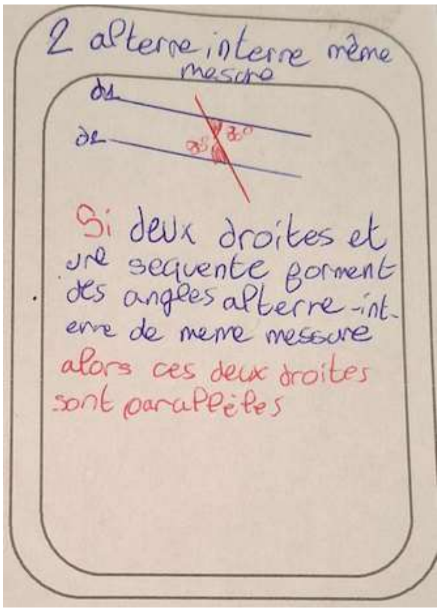
Pour les évaluations suivantes, j'essaie de les encourager à mettre les cartes de côté (point bonus, mise en valeur de leur travail, compliments, etc.) mais ils savent qu'ils peuvent y avoir accès si besoin et cela les rassure.

Bilan

J'avais déjà testé cette approche l'an dernier lorsque j'ai découvert le niveau sixième et que j'ai dû initier les élèves au raisonnement déductif. J'avais été satisfait du résultat et les élèves avaient manifesté de l'enthousiasme. Certains ont vite compris le principe et étaient fiers d'abandonner leurs cartes rapidement. Pour d'autres en difficulté, cela représentait un réel appui et me permettait d'évaluer la capacité à raisonner même pour ceux qui n'arrivent pas à retenir les propriétés du cours.
Cette année, j'ai poursuivi mon idée en introduisant des cartes rouges pour les définitions des différents objets (mes propriétés sont en vert). En plus de l'apport au niveau de la structuration du raisonnement, j'ai remarqué que les élèves apprécient le format « carte » pour leurs révisions plutôt que des fiches qui sont souvent trop chargées. Tout cela m'encourage à continuer dans cette démarche. Dans l'idéal, je trouverais sympathique l'idée de créer un jeu de cartes complet sur toutes les années collège mais cela parait difficile à mettre en place dans la pratique (je suppose que les élèves finiraient par se lasser des cartes et cela supposerait que les élèves continuent à produire des cartes seuls, même si je ne suis plus leur enseignant).

Retour des élèves

Les élèves apprécient l'aspect pratique et ludique des cartes. Certaines plastifient leurs cartes chez eux, les personnalisent. J'ai même retrouvé cette année en cinquième certains de mes anciens élèves (fragiles en sixième) qui continuent à faire des cartes pour les propriétés de cinquième !



Partie 2 – l'analyse de ma pratique

La progression des élèves est l'essence même de notre travail d'enseignant. Dans mon établissement précédent dans lequel j'ai eu mon premier poste fixe et dans lequel je suis resté 13 ans, nous avions la spécificité d'accueillir des élèves déficients visuels puis, durant les dernières années, des élèves ayant des troubles des fonctions cognitives. La gestion des besoins spécifiques a donc depuis toujours fait partie de ma pratique.
Lors de la mise en place des groupes de besoins, je me suis posé de nombreuses questions sur la façon de travailler au mieux avec certes un groupe d'élèves à effectif réduit mais constitué d'élèves ayant tous des difficultés. Ici, le contournement des difficultés ne passait pas par le contournement d'un handicap, mais par ma capacité à faire face à des lacunes souvent installées qui avaient déjà provoqué chez mes élèves un certain rejet de la discipline.
Pour aider mes élèves, j'ai donc dû accentuer certaines démarches qui faisaient partie de mon enseignement :
- ancrer mes situations d'apprentissage dans des situations réelles ;
- m'appuyer sur les domaines d'intérêt de mes élèves pour créer mes activités.

En combinant ces deux points, je suis souvent parvenu à faire cheminer mes élèves depuis leur univers vers le mien : celui des mathématiques.

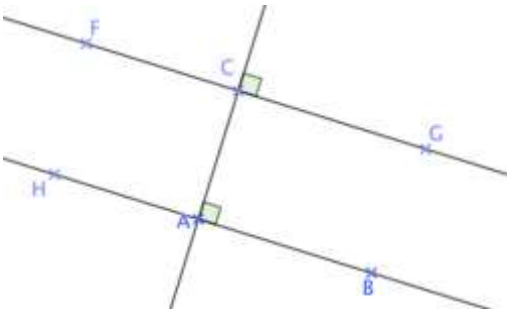
1. Ancrer mes situations d'apprentissage dans des situations réelles

Lorsque je prépare mes cours, mes activités et mes évaluations, j'essaie de m'appuyer sur des situations issues de situations réelles, afin de permettre à mes élèves, pour qui les mathématiques ne font pas toujours sens, de se raccrocher à un résultat qui leur semble naturel pour ensuite expliquer leur démarche. Par exemple, lorsque je leur projette une photo avec deux arbres bien droits prise devant leur collège et que je leur demande ce qu'ils voient au tableau, ils vont rapidement me parler des troncs en y associant l'adjectif « parallèles ». A partir de cette simple situation, je peux alors travailler à plusieurs niveaux.

- **Etablir une caractérisation du parallélisme en début d'année**. En effet, pour la quasi-totalité des élèves de sixième en début d'année, deux droites sont parallèles si, quand on les prolonge, elles ne se coupent jamais. Mais comment prolonger les deux troncs ici ? Ce sont pourtant eux qui m'ont parlé de « troncs parallèles ». Il convient donc de trouver une façon plus rigoureuse de caractériser le parallélisme.
- **S'appuyer sur une propriété pour démontrer un parallélisme**. Plus tard, lorsque les premières propriétés relatives aux positions relatives de 2 droites ont été étudiées, je peux demander aux élèves de me démontrer leur conjecture en s'appuyant sur un résultat de cours. Ils vont alors s'appuyer sur le résultat qu'ils connaissent (le parallélisme), chercher une petite carte qui permet de conclure dans ce sens (« Si … alors ces deux droites sont parallèles ») puis ils vont chercher à construire un schéma en faisant apparaitre les données nécessaires à l'application de leur propriété. C'est aussi l'occasion de se demander s'il est raisonnable de supposer que les arbres ont poussé perpendiculairement au sol, et de lier à nouveau les mathématiques à leur environnement quotidien.

En m‘appuyant sur des arbres photographiés dans l’environnement direct de mes élèves, j’ai suscité leur intérêt, aucun élève ne s’est senti dépassé et tous mes élèves auront cherché une explication à notre observation initiale.

En m’appuyant sur les règles du jeu de cartes Pokémon pour initier mes élèves à la démonstration déductive, je m’appuie sur les acquis de mes élèves pour rendre la démonstration plus concrète et plus accessible. Ainsi, les élèves concèdent très facilement que dans une partie de carte Pokémon, il ne suffit pas de dire « j’ai gagné le combat contre ton Pokémon » à son adversaire pour effectivement l’emporter. Il faut désigner la carte que nous engageons dans ce combat et avant cela s’assurer que nous étions en droit de l’engager (avoir les énergies suffisantes).



De la même manière, dans la situation ci-dessus, un élève ne peut pas me dire comme réponse sèche que « les droites (FG) et (HB) sont parallèles ». Je vais alors lui demander de me désigner « la carte » qu’il engage dans cette démonstration, et je lui demanderai de vérifier qu’il est bien en droit de l’engager.

2. M’appuyer sur les domaines d’intérêt de mes élèves pour créer mes activités

Dans mes cours au quotidien, les élèves m’écoutent parler de ce que j’aime : les mathématiques. De la même manière, dès qu’ils ont l’occasion de s’exprimer, les élèves aiment parler d’eux. J’essaie alors de retenir les informations qu’ils me livrent au fur et à mesure de l’année et j’essaie de m’appuyer sur leurs centres d’intérêts pour créer mes documents de cours.

Par exemple, dans mon petit groupe à besoins en sixième cette année, 4 élèves, qui manifestent peu d’appétence scolaire, aiment visiblement beaucoup le football. Pour les faire travailler sur les quadrilatères particuliers, j’ai alors distribué la photographie suivante.

Les élèves ont tout de suite reconnu le terrain de football qui est d’ailleurs visible par la fenêtre de ma salle de cours. J’avais capté leur attention. Nous avons alors calculé les dimensions de ce terrain grâce à l’échelle (ils les ignoraient malgré leur passion évidente pour ce sport), puis je leur ai demandé : « si 4 élèves partent de chacun des coins du terrain vers le centre du terrain, qui arrive en premier ? ». Certains ont mesuré, d'autres savaient. Nous sommes ensuite revenus à un cadre plus scolaire pour construire une fiche d'identité du rectangle. A la fin de mon cours, je pense que tous ont retenu que les diagonales du rectangle sont de même longueur et qu'elles ont le même milieu.

Lors de mes séances de mathématiques, j'ai également très souvent recours à une passion commune à tous mes élèves : le jeu. Cela peut prendre plusieurs formes :

- des jeux individuels, comme des cartes au trésor en géométrie ou des défis comme la Course Aux Nombres ;
- des affrontements par équipe, par ilots ou au tableau, sur des calculs par exemple, pour travailler les automatismes ;
- des performances collectives en laissant les élèves s'interpeller en classe sur du vocabulaire ou encore des tables de multiplications et en essayant de former des chaines de bonnes réponses les plus longues possibles.

En poursuivant dans cette logique de mathématiques ludiques, je me suis donc appuyé sur le principe des cartes Pokémon pour initier mes élèves à la démonstration en géométrie. Leur utilisation m'a permis d'encourager les élèves à s'engager dans le travail demandé. Elles m'ont également permis d'évaluer plus facilement les capacités de raisonnement de mes élèves qui n'avaient plus à connaître les propriétés pour résoudre les exercices. Le choix de la bonne « carte de propriété » était déjà une réussite pour mes élèves éprouvant des difficultés, cela les encourageait à continuer à chercher les exercices et les aidait à mémoriser le cours. Par ailleurs, le fait de pouvoir me montrer la carte à utiliser avant d'écrire une solution dans le cahier d'exercices a rendu l'erreur moins grave pour mes élèves puisqu'elle n'était pas visible (il suffisait de changer de carte). Puisque nous avions peu de cartes au début, certains ont même admis que si on se trompait plusieurs fois, on finissait par trouver la solution et donc que l'on pouvait utiliser nos erreurs pour trouver la solution.

Pour conclure, je dirai que cette expérience a été très intéressante. Elle m'a permis de prendre du recul sur ma pratique et de réaliser ce que sont les points forts de mon enseignement. Par ailleurs, la rencontre et les échanges avec les collègues qui ont mené la même démarche m'ont beaucoup intéressé et m'ont donné beaucoup d'idées que j'utiliserai sans aucun doute pour enrichir ma pratique et continuer à faire progresser mes élèves.

Chapitre 6

Classe de cinquième

De la marelle à l'addition de nombres relatifs, sans oublier la verbalisation !

Mots-clés : expérimentation/manipulation - nombres relatifs – droite graduée - addition - constructivisme - expérience vécue – élève acteur – image mentale - verbalisation.

De Manon Dechaumont, professeure de mathématiques :

« J'ai essayé de mettre en place une activité découverte durant laquelle les élèves sont actifs physiquement dans le but de garder une image mentale de l'addition de nombres relatifs et donc de donner plus de sens à cette notion. »

Partie 1 – mes idées

Je suis Manon Dechaumont, enseignante de mathématiques depuis 6 ans. J'exerce au collège les Toupets à Vauréal. C'est un établissement avec beaucoup de mixité sociale et une grande hétérogénéité scolaire. J'y enseigne depuis 6 ans. Le collège Les Toupets est l'un des deux collèges de la ville de Vauréal.
Nous avons mis en place un ou deux groupes à besoins par niveau dans lesquels nous avons fait le choix d'essayer de ne pas mettre d'élèves dits perturbateurs pour ne pas ternir l'ambiance du groupe. Je vais vous parler du niveau cinquième car j'ai un groupe hétérogène et un groupe dit « à besoin » ce qui me permet de comparer certaines approches. Le groupe dont je vais vous parler aujourd'hui est constitué de 16 élèves issus de deux classes différentes. Pour une majorité, de grosses fragilités sont à noter avec un découragement dans la matière. Ce groupe à faible effectif a permis de raccrocher la plupart d'entre eux ; ils progressent à leur rythme. Le point qui peut parfois être compliqué avec ce groupe est la participation : ils peuvent se montrer passifs car ils manquent de confiance en leurs capacités dans la matière et sont souvent découragés. Les motiver requiert beaucoup d'énergie.

Je vais vous parler de l'addition de nombres relatifs. J'ai choisi ce thème car, chaque année, je constate que c'est un chapitre dans lequel les élèves rencontrent des fragilités.
Je vois également que les élèves de quatrième et de troisième ne maîtrisent pas correctement l'addition de nombres relatifs et n'y mettent pas toujours de sens.

Mes objectifs sont les suivants :

- garder une image mentale de la découverte (en étant acteur physiquement) ;
- mettre du lien entre la droite graduée et l'addition de nombres relatifs ;
- faire en sorte que les élèves arrivent à déduire le cours par eux-mêmes et identifient bien « les deux cas ».

J'ai essayé de mettre en place une activité découverte durant laquelle les élèves sont actifs physiquement dans le but de garder une image mentale de l'addition de nombres relatifs et donc de donner plus de sens à cette notion. Pour cela, j'ai voulu dessiner une « frise » dans la cour de récréation qui se rapproche le plus possible d'une droite graduée sur laquelle les élèves pourraient avancer ou reculer en fonction du calcul à faire.

En amont

Lors de la séance précédant la séance relatée, nous avions rappelé à l'oral quelques prérequis nécessaires : la notion de nombre relatif, comment identifier un nombre positif / un nombre négatif et la droite graduée (ce chapitre avait été traité trois mois plus tôt dans l'année).

La veille de la séance relatée, j'ai dessiné la « frise » dans la cour de récréation à l'aide de craies. J'ai choisi trois couleurs pour différencier les zones : une pour les négatifs, une pour les positifs et une pour le zéro. J'ai choisi de ne pas la faire avec les élèves pour gagner du temps sur ma séance.

J'ai choisi un endroit isolé pour que les élèves ne puissent pas être observés par d'autres camarades et se sentent en confiance.

Durant la séance

Partie 1 : dans la cour

Chapitre 11

Activité découverte
Additionner des nombres relatifs

Partie 1 : Dans la cour de récréation

A l'aide de la représentation dans la cour et en observant tes camarades, donne le résultat des calculs suivants :

$-1+(-3)=$ -4	$-2+5=$ 3	$2+(-4)=$ -2
$-2+(-1)=$ -3	$3+(-2)=$ 1	$-4+1=$ -3

A quelle notion mathématique, déjà vue en classe, te fait penser la représentation dans la cour ?
Cette représentation nous fait penser à une droite graduée

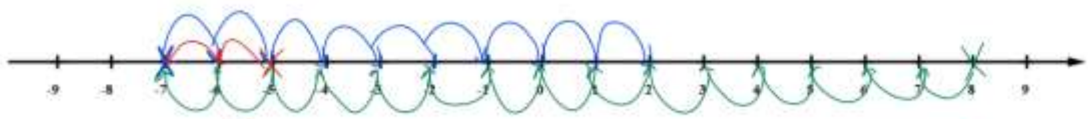
Après avoir distribué la fiche d'activité ci-dessus, nous sommes allés dans la cour. Les élèves se sont positionnés autour de la frise. Un premier élève s'est porté volontaire pour le premier calcul. Il n'a pas tout de suite vu où se placer ni comment se déplacer. J'ai donc verbalisé davantage en indiquant que le premier terme du calcul permettait de savoir où se placer et le deuxième de savoir de combien avancer /reculer pour trouver le résultat. L'élève a ensuite réussi à le faire et tous les élèves ont compris que le « positif faisait avancer », le « négatif reculer ».

Les élèves se sont succédés pour effectuer les autres calculs, y compris les élèves qui habituellement participent très peu ; j'ai trouvé cela très positif.

Parties 2 et 3 : retour en classe

Partie 2 : Lien avec la droite graduée

En t'aidant de la droite graduée, effectue les calculs suivants.



$-7+10=$ 3	$8+(-15)=$ -7	$-5+(-2)=$ -7

Partie 3 : Que remarques-tu ?

Somme de nombres de ……	Même signe « négatif » + « négatif »	Signes différents « positif » + « négatif » « négatif » + « positif »
Le résultat est ……	négatif	du signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro
On …… les distances à zéro	additionne	soustrait

L’objectif de la deuxième partie était de faire un parallèle avec les droites graduées. La majorité des élèves a réussi à faire le lien entre la frise et la droite graduée.
Nous avons cherché à schématiser le « pas » sur la droite graduée et nous sommes arrivés aux flèches. Les élèves ont donc fait les calculs suivants à l’aide de cette schématisation. Puis nous avons corrigé. Pour la dernière partie, j’avais pour objectif de laisser les élèves travailler en autonomie. Au bout de quelques minutes, cela m’a semblé compliqué pour eux et, prise par le temps, j’ai finalement décidé d’effectuer un travail collectif. En mettant en évidence avec eux les calculs pour chaque cas, les élèves ont réussi à trouver toutes les réponses. La réponse la plus difficile à trouver a été celle pour le signe du résultat dans le cas où les nombres sont de signes différents. La séance s’est terminée avec quelques calculs sans droite graduée mais avec uniquement des nombres entiers pour que les élèves puissent visualiser si besoin. Je n’ai pas réussi à évaluer si les élèves avaient utilisé les différentes images mentales, mais pour une majorité d’entre eux les calculs étaient réussis.

Bilan

Je trouve cette activité plutôt concluante. Les élèves étaient impliqués et volontaires. Lors du premier exercice d’application qui a eu lieu en fin d’heure les élèves ont rencontré moins de difficultés que les années précédentes. De même lors de la séance suivante, j’ai pu remarquer qu’une majorité d’entre eux semblait déjà avoir compris la notion et était en réussite.
Cependant, l’objectif que les élèves découvrent le cours par eux-mêmes n’a été que partiellement atteint puisque j’ai dû les guider davantage que ce que j’envisageais initialement de faire, notamment pour le signe du résultat dans le cas d’une somme de nombres de signes différents.
Je pense également que j’aurais pu mieux penser l’activité pour apporter davantage de lien et de sens.

- Il m’a été difficile de faire du lien entre l’activité et le cours pour les nombres de signes différents. Après réflexion, je pense qu’en faisant partir les élèves de l’origine et en voyant les deux nombres comme des déplacements cela aiderait à « mettre du sens ». Cela m’aurait permis de les aider en questionnant : « est-ce qu’on a plus reculé ou plus avancé ? » (pour établir le signe) ou : « si on recule et on avance, on fait deux choses différentes donc on calcule une différence » (pour trouver la distance à zéro).
- Les déplacements des élèves sur la frise sont restés silencieux. Je pense qu’il aurait été intéressant de les inciter à verbaliser leur mouvement. « Je me place sur … , j’avance/je recule de … car … , j’obtiens … ». Cela aurait pu aider davantage les élèves en grande difficulté et aurait peut-être facilité l’ancrage.

Pour finir, le dessin dans la cour m’a pris un certain temps pour une utilisation au final assez courte (10 min), je réfléchis donc à une installation plus rapide. J’ai pour le moment pensé à voir avec mes collègues d’EPS pour des cerceaux de différentes couleurs posées au sol.

Retour des élèves

Si quelques élèves ont trouvé cela trop enfantin de mimer un déplacement dans la cour, le retour global est positif. Les élèves ont apprécié sortir de la classe pour aller à l’extérieur et ont aimé être acteurs du cours. Comme l’activité dans la cour leur a semblé facile, ils ont davantage osé se lancer dans les autres parties plus mathématiques et un peu plus complexes. Même certains élèves qui ne participent pas habituellement et qui sont longs à se mettre dans la tâche ont été actifs pendant cette séance et semblent avoir pris du plaisir.

Evaluation des acquis et des progrès des élèves
L'évaluation des acquis s'est faite par une interrogation en fin de chapitre comme ils en ont l'habitude. La majorité des élèves (14 élèves sur 16) ont eu « bonne maîtrise » voir « très bonne maîtrise ». En comparant les moyennes d'interrogation sur l'année, c'est celle qui a été la mieux réussie alors, qu'habituellement, c'est un chapitre dans lequel les élèves rencontrent des fragilités. Cela me permet de conclure que cette expérimentation a été une réussite et me motive à insister davantage sur des activités de manipulation tout en insistant encore plus sur la verbalisation.

Partie 2 – l'analyse de ma pratique

1. L'expérimentation : une étape essentielle

Dans le rapport *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*[4] écrit par Cédric Villani et Charles Torossian, il est indiqué que, dès le plus jeune âge, il faut mettre en place un processus d'apprentissages en trois étapes : manipulation/expérimentation, verbalisation et abstraction et que « la manipulation concrète est essentiel pour favoriser l'apprentissage des élèves et les accompagner dans la construction d'abstraction ».
C'est un déroulement que je tente de mettre en place avec mes classes même si l'étape de manipulation/expérimentation me semble parfois difficile au vu de l'effectif des classes. Or, avec un groupe d'élève « à besoins » donc éprouvant des difficultés dans la matière et/ou « bloqué » avec celle-ci, la manipulation et l'expérimentation me semblent d'autant plus indispensables pour les « raccrocher » et les faire progresser.
C'est donc en ce point que j'ai voulu faire évoluer ma pratique en intégrant davantage de manipulation. Sur le début d'année, l'effectif du groupe (17 élèves) m'a aidée à en intégrer davantage même si le manque de motivation et le désintéressement des élèves a vite été un frein et a pu me décourager. Le groupe de travail académique m'a permis de retenter l'expérience et cela a été une réussite. En effet, cette expérience étant arrivée en cours d'année, un climat positif avait été instauré avec les élèves. Certains avaient retrouvé de la motivation et voyaient ce que ce groupe pouvait leur apporter. Il y a donc eu moins de réticence. Les élèves ont été motivés par l'activité et ont apprécié le fait de sortir de l'espace « classe ». La majorité des élèves a participé, ou en tout cas a manifesté de l'intérêt. De façon plus globale sur l'année, cela a fait gagner en confiance les élèves et la moyenne de l'interrogation de fin chapitre est la plus élevée de l'année.

Pour analyser davantage cette expérimentation, je peux la comparer :

[4] C. Villani et C. Torossian, rapport *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*. 2018. https://www.education.gouv.fr/21-mesures-pour-l-enseignement-des-mathematiques-3242

- aux années précédentes (où je n'avais pas fait cette activité de manipulation) : la notion a été mieux maîtrisée et plus sereinement pour les élèves. Cela se constate sur différents points :
  - les élèves sont plus à l'aise face aux exercices proposés ;
  - les élèves sont plus en confiance ;
  - la moyenne de l'interrogation sur cette notion a été meilleure que les années précédentes alors que le manque d'hétérogénéité pouvait laisser croire l'inverse.

- à mon autre groupe de cinquième composé d'élèves hétérogènes : pour effecteur une comparaison – et aussi en raison de l'effectif –, j'ai décidé de réaliser quasiment la même activité mais sans la partie 1 - manipulation « La marelle ». Malgré l'absence de cette partie de manipulation, mon bilan est semblable à celui de mon groupe à besoins : des élèves plus à l'aise en classe et une évaluation mieux réussie.

Cette comparaison m'a permis de me prouver que la manipulation même si elle est « abstraite » (en commençant par une droite-graduée et non la marelle) était nécessaire pour une meilleure appréhension et acquisition des compétences et une meilleure confiance dans la discipline. Cependant, je pense que celle-ci n'aurait pas suffi pour un groupe d'élève « à besoin ». Pour ces élèves, une manipulation concrète dans laquelle ils sont acteurs de leur apprentissage est vraiment un plus pour eux.

2. Sans oublier la verbalisation

Dans l'apprentissage des élèves, on peut distinguer trois niveaux de verbalisation essentiels à celui-ci :
- celle de l'enseignant ;
- celle de l'élève ;
- celle qui est entre les élèves.

En analysant cette expérimentation, je me suis rendu compte qu'elle aurait pu apporter encore plus aux élèves si j'avais insisté davantage sur la verbalisation, notamment sur celle de l'élève et sur celle entre les élèves. En particulier lors du déplacement des élèves et des corrections d'exercices.
Comme l'indique le rapport Villani-Torossian, ces verbalisations sont essentielles dans l'apprentissage des élèves : « la verbalisation est centrale : dès la maternelle, le professeur encourage l'élève à raisonner à voix haute et à échanger avec les autres en mettant « un haut-parleur sur sa pensée ».

Pour cette expérimentation, j'aurais donc pu faire verbaliser davantage l'élève :
- lors de son déplacement : « le nombre est … donc je me place …, j'ajoute … donc j'avance/recule de …, donc j'obtiens … » ;
- en faisant participer ceux et celles qui n'étaient pas actifs, qui n'ont pas osé prendre part au déplacement ; par exemple, en leur faisant verbaliser pour un camarade : un élève fait un déplacement sur la « marelle » et un autre doit commenter à haute voix le déplacement ;
- lors des corrections d'exercices, en demandant aux élèves d'exprimer à l'oral leur raisonnement. Cela aurait permis de voir ceux qui s'accrochaient encore à la manipulation ou ceux qui s'en étaient détaché et arrivaient à exprimer mathématiquement leur raisonnement.

Tout cela aurait peut-être permis d’aider davantage les élèves qui étaient encore en difficulté et de mieux abstraire la notion pour ceux qui étaient encore raccrochés à la marelle. Cela m’a permis de me rendre compte, que de façon plus globale, les corrections d’exercices au sein de mes séances manquaient de verbalisation lorsque les élèves étaient au tableau ; c’est un point sur lequel je dois travailler. Cette expérimentation aura donc été très bénéfique pour moi. Elle m’aura permis de gagner en aisance dans des activités de manipulation. Grâce à celle-ci, j’ai pu faire une activité de manipulation en classe entière sur le niveau sixième ; celle-ci s’est très bien déroulée. Elle m’aura permis également de mettre en évidence certains aspects de mon enseignement qui peuvent être améliorés et sur lesquels j’insisterai davantage l’an prochain.

Chapitre 7

Classe de cinquième

De « la petite histoire du soir » à l'addition de nombres relatifs

Mots-clés : nombres relatifs - addition - dédramatiser – verbaliser - histoire - raconter – vidéo - mémorisation – image mentale – engagement.

De Juliette Rozelot, professeure de mathématiques :

« Par cette réflexion menée sur ma pratique, je réalise que chaque nouvelle expérimentation testée en classe me permet d'enrichir d'« astuces » ma boîte à outils imaginaire contenant des techniques ou des trouvailles me permettant de m'adapter au mieux aux besoins de mes élèves, notamment les plus fragiles. Et chaque fois que je me retrouve confrontée à des élèves en difficulté, je cherche à utiliser l'« astuce » qui me semble la plus adaptée à l'élève qui se trouve face à moi. »

Partie 1 – mes idées

Je suis Juliette ROZELOT, enseignante en mathématiques depuis 2010. J'exerce au collège Bellevue de Crosne et j'ai envie de vous parler du niveau cinquième. Nous sommes un collège dont l'effectif total est de 1016 élèves avec 9 classes de cinquième dont une classe CHAM/CHAD. Pour la constitution des groupes de besoins, notre objectif a été de ne pas séparer des petits noyaux d'élèves soudés. Cette année, je m'occupe de deux groupes de cinquième. Dans le groupe A, composé de 23 élèves, 11 élèves éprouvent des difficultés : 8 élèves très fragiles dans la matière depuis plusieurs années et qui ont perdu confiance (dont deux élèves qui ont un PAP), deux élèves UPE2A et un élève en grande difficulté qui refuse l'aide apportée. Le groupe B est composé de 22 élèves, dont quatre élèves timides qui ont perdu confiance dans la matière et sont en difficulté, un élève qui est en grande difficulté et pose des problèmes de comportement et deux autres élèves qui sont sans difficulté majeure dans la matière mais dont l'attitude n'est pas celle requise en classe.

Le thème mathématique dont je souhaite vous parler est l'addition de nombres relatifs. En effet, lorsque nos élèves de cinquième arrivent en classe de quatrième, ils ont encore beaucoup de mal à additionner deux nombres relatifs. Et les difficultés s'accumulent rapidement pour les élèves en difficulté lorsque multiplication et division de nombres relatifs font leur apparition. J'ai également constaté la réelle difficulté pour certains élèves de soustraire les distances à zéro lorsqu'il s'agit d'additionner deux nombres relatifs de signes contraires : « mais si c'est une addition, pourquoi on soustrait ? »

Mes objectifs
Je veux que les élèves sachent additionner deux nombres relatifs.
Pour cela, je souhaite :

- proposer une approche différente en utilisant mon attrait pour raconter des histoires, ma capacité à théâtraliser mes propos, ma gestuelle afin d'illustrer mon oral en classe. Par ces biais, je veux aider notamment les élèves les plus fragiles à dédramatiser la matière et à leur faire faire des mathématiques à leur insu ;
- permettre aux élèves les plus fragiles de se trouver dans une situation de réussite et contribuer à les aider et à les accompagner pour retrouver, petit à petit, le chemin de la confiance ;
- faire comprendre, par l'intuition dans un premier temps, les deux situations qui se présentent lors d'une addition de deux nombres relatifs : somme de deux nombres de même signe et somme de deux nombres de signes contraires.

Scénario pédagogique
La séance débute par le rituel de *questions flash*. C'est l'occasion de réactiver avec précision le vocabulaire, pré-requis essentiel pour aborder l'addition de nombres relatifs : nombre relatif, nombre positif, nombre négatif, distance à zéro d'un nombre relatif, signe d'un nombre relatif.
Une fois les rappels nécessaires effectués, j'annonce aux élèves que je vais leur montrer une courte vidéo (2 min 22 s) qui devrait leur suffire à comprendre la nouvelle notion que nous allons étudier. Une fois cette vidéo visionnée, les élèves reformulent et verbalisent ce qu'ils ont compris. Nous profitons de ce travail de l'oral pour travailler vocabulaire et précision des propos en corrigeant, si besoin, les réponses données

par les élèves volontaires. Ce moment d'échanges est suivi de quelques exemples de calculs simples : deux ou trois sommes de nombres relatifs sont écrites au tableau, les élèves doivent trouver le bon résultat. Un temps est laissé pour les éventuelles questions.

Je propose ensuite, à l'écrit, un exercice dans lequel les élèves doivent calculer, en autonomie, des sommes de deux nombres entiers relatifs. Un brouillon est fourni aux élèves et cet exercice sera, une fois terminé, ramassé.

Extrait de l'énoncé de l'exercice pour évaluer les acquis :

Application Additionner deux nombres relatifs

A l'aide de la technique utilisée dans la vidéo, effectue les calculs suivants.
Si besoin, tu peux dessiner, sur un brouillon, des petites boules d'une couleur et des petites boules d'une autre couleur pour illustrer « le combat » et trouver la bonne réponse.

$(+7)+(-12)=\ldots\ldots$	$(-7)+(+12)=\ldots\ldots$	$(-7)+(-12)=\ldots\ldots$
$(+7)+(+12)=\ldots\ldots$	$(+9)+(-5)=\ldots\ldots$	$(-9)+(-5)=\ldots\ldots$
$(+9)+(+5)=\ldots\ldots$	$(-9)+(+5)=\ldots\ldots$	$(-4)+(+10)=\ldots\ldots$

La séance se poursuit par la verbalisation des deux cas de figure qui se présentent lorsque l'on additionne deux nombres relatifs : selon les cas, il faudra parfois additionner les distances à zéros des deux nombres ou d'autres fois les soustraire.

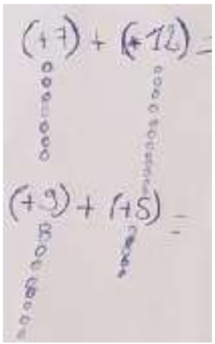
La séance se termine par la trace écrite dans le cahier de cours et des exercices de calculs de somme de nombres relatifs sont donnés pour la prochaine séance (calculer des sommes de nombres entiers relatifs, compléter des additions à trous, retrouver des signes manquants pour que des égalités soient vraies).

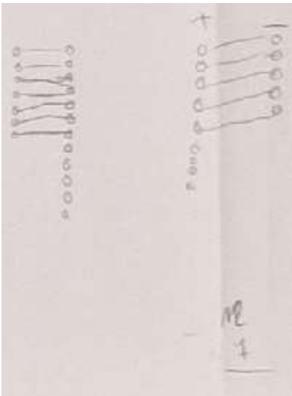
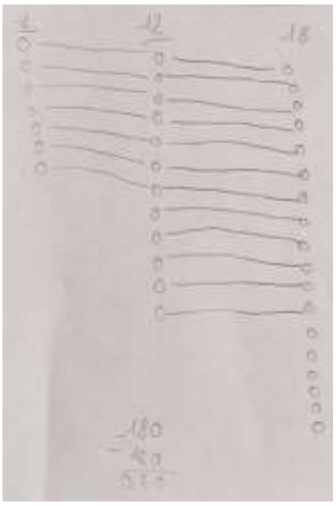
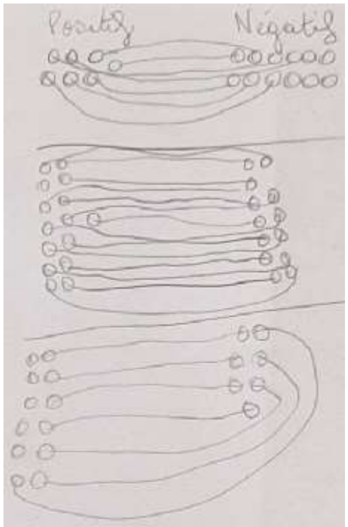
Partie 2 – l'analyse de ma pratique

Pour introduire l'addition de nombres relatifs, j'ai choisi d'opter pour une approche moins conventionnelle afin de continuer de lutter pour dédramatiser les mathématiques. Mon objectif est de tout mettre en œuvre pour faire passer un moment agréable aux élèves en classe tout en m'assurant qu'ils aient bien compris et mémorisé la notion étudiée. Donner du sens à l'information que les élèves perçoivent et leur permettre d'acquérir une notion tout en étant capable de restituer cette même notion sur du long terme me semble essentiel. L'idée est que les élèves se souviennent, de manière ludique, de la notion étudiée et puissent être capables de restituer cet apprentissage à tout moment et notamment sur du long terme.
Raconter les mathématiques, lorsque c'est possible, permet souvent d'instaurer un climat propice aux apprentissages en plaçant les élèves dans une situation comparable à celle de « l'histoire du soir » bien connue et souvent rassurante. Il m'a donc semblé intéressant d'essayer de raconter « La guerre chez les relatifs » pour introduire la somme de deux relatifs. Cette introduction imagée a une influence positive sur la mémorisation. L'idée est d'associer des éléments connus pour favoriser la mémorisation. Evidemment, le simple fait de voir une image ne suffira pas à sa transformation en image mentale, c'est le langage qui aidera à la création de l'image mentale et c'est pourquoi la reformulation est essentielle une fois la vidéo regardée. Un travail sur l'encodage et la mémorisation à long terme doit être mené. Imager permet de faire du lien avec la mémorisation, de capter les attentions des élèves, de les aider à la focaliser et à la maintenir.
Par le biais de la vidéo, un travail sur l'engagement actif des élèves est mené.
Au-delà de toute façon un peu différente d'introduire une nouvelle notion, il reste néanmoins primordial de s'imposer l'exigence liée à la matière, d'utiliser des propos

clairs et précis en classe et de fournir aux élèves un cours structuré et rigoureux afin d'offrir un cadre rassurant en proposant, aussi, une trace écrite exemplaire et de référence consultable selon les besoins et compréhensible de tous.

Lors de la séance d'expérimentation, j'ai constaté plusieurs points :
- Après quelques petits rires et regards entre pairs au début de la vidéo, des élèves habituellement passifs et dépassés par leurs difficultés se prennent au jeu et semblent démontrer une certaine envie de comprendre ce qui est expliqué et raconté dans la vidéo.
- Des élèves en retrait dans des séances plus classiques osent participer pour donner les résultats des calculs proposés.
- La mise au travail est très rapide, les élèves ont eu envie d'essayer, ils ont fait preuve d'autonomie dans leur travail et se sont réellement engagés dans l'activité d'application proposée ; des élèves habituellement en difficulté ont été en réussite dans cet exercice d'application qui a suivi le visionnage de la vidéo.
- Certains élèves ont totalement adhéré, parfois même souri en travaillant et se sont senti capables de réussir.
- Les brouillons des élèves ont mis en évidence la propriété du calcul de la somme deux nombres relatifs de signes contraires :



Il me semble que cette façon de procéder a contribué, pour les élèves les plus fragiles, à renforcer confiance en soi et estime de soi et ainsi permis de réactiver la spirale de la réussite. De manière spontanée et naturelle, certains élèves en grande difficulté ont souri en cours de mathématiques et se sont réellement engagés dans l'exercice d'application qui a suivi. Quasiment tous les élèves se sont engagés dans le travail écrit proposé (un élève seulement n'a pas joué le jeu). Les élèves ont été en situation de réussite lors de l'évaluation bilan dans laquelle ils devaient, notamment, calculer des sommes de nombres relatifs. J'ai constaté que beaucoup d'élèves avaient utilisé leur brouillon pour y schématiser des « combats » comme sur les brouillons précédents.

Plusieurs questions se sont toutefois posées :
- Introduire une nouvelle notion en classe, et notamment celle de l'addition de deux nombres relatifs, constitue un moment d'égalité pour les élèves puisque tous partent du même niveau et que la liste des pré-requis est essentiellement celle de la

connaissance du vocabulaire associé aux nombres relatifs. Une façon plus classique de procéder aurait-elle pu suffire ?

- Proposer le visionnage de la vidéo plutôt en fin d'une séance afin de travailler la verbalisation lors de la séance suivante et laisser ainsi davantage de temps entre visionnage et reformulation.
- Cette façon de procéder convient-elle à tous types de groupes ? (ambiance de classe entre pairs, relationnel entre l'enseignant et le groupe-classe, dynamique de groupe)
- Comment réussir à faire que les élèves se détachent de l'image mentale illustrée par « la guerre chez les relatifs » ? Il sera nécessaire de travailler régulièrement la somme de nombres relatifs, par le biais des rituels de début d'heure, afin de consolider et d'automatiser cette notion.

Selon les profils d'élèves face à nous, nous pourrions imaginer de proposer aux élèves volontaires de jouer une saynète dans laquelle des troupes partiraient au combat en fonction de calculs proposés par l'enseignant. Les élèves spectateurs observeraient alors et s'occuperaient de faire le bilan de chaque situation proposée. L'idée serait de rendre l'élève acteur de ses apprentissages mais pour cela, l'enseignant devra tout de même s'assurer que l'ambiance du groupe soit propice à ce type d'expérimentation.
Par cette réflexion menée sur ma pratique, je réalise que chaque nouvelle expérimentation testée en classe me permet d'enrichir d'« astuces » ma boîte à outils imaginaire contenant des techniques ou des trouvailles me permettant de m'adapter au mieux aux besoins de mes élèves, notamment les plus fragiles. Et chaque fois que je me retrouve confrontée à des élèves en difficulté, je cherche à utiliser l'« astuce » qui me semble la plus adaptée à l'élève qui se trouve face à moi.
Toutes mes expérimentations ne sont pas concluantes, certaines fois j'échoue mais je ne m'avoue jamais vaincue et je me remets également très souvent en question afin de trouver des solutions pour trouver de nouvelles idées afin d'aider au mieux mes élèves et lutter contre les préjugés souvent associés à cette discipline des mathématiques. Et parfois, me vient une idée qui me permet de faire passer plus en douceur la notion étudiée ou introduite.

J'essaie constamment de tout mettre en œuvre pour instaurer un climat de confiance et cela me semble essentiel pour permettre à tous les élèves – et notamment les plus fragiles dans la matière – de s'engager, d'oser essayer et initier des choses. Il me semble également essentiel d'accueillir les erreurs sans aucun jugement, d'encourager sans cesse la participation, de considérer chaque élève. Je commence dès l'entrée en classe en saluant chacun de mes élèves d'un « Bonjour [+prénom] » et ensuite, en classe, j'essaye toujours d'être très attentive aux mimiques de mes élèves pour savoir si mes propos sont clairs et si les élèves me suivent. Si ce n'est pas le cas, je reprends mes explications sans pour autant pointer du doigt les élèves qui semblent suivre mais ne pas comprendre afin de ne pas les mettre mal à l'aise lorsque je les sais réservés et discrets. Je me suis également rendu compte que j'utilisais beaucoup le « nous » en classe aussi dans le but, peut-être, de marquer une appartenance à un même groupe et développer l'esprit d'équipe des élèves.

Lors de l'expérimentation concernant la présentation de l'addition de deux nombres relatifs par le visionnage d'une vidéo, j'ai aussi présenté d'autres façons de représenter cette notion (le déplacement d'un ascenseur et le gains/pertes d'argent) et j’ai constaté que certains élèves y étaient plus sensibles. Il me semble donc important de varier les images mentales afin de s’assurer de toucher le plus d’élèves possible tout en veillant à ce que cela reste précis et rigoureux.

Cette expérimentation m’a donné envie de continuer à chercher des nouvelles idées pour me renouveler et ainsi m’adapter aux profils de mes élèves et faire de mon mieux pour les faire progresser.

Chapitre 8

Classe de cinquième

L'addition de deux nombres relatifs « pas à pas »

Mots-clés : nombres relatifs – addition – distance à zéro - expérimenter – sortir du cadre – engagement – automatisme.

De Catherine Torres, professeure de mathématiques :

« J'ai aussi appris au fil de mon enseignement qu'il y aura régulièrement un schéma mental peu commun que je n'aurai pas anticipé. Lorsque cela se présente, encore une fois, je « m'arrête » et j'essaie de comprendre le schéma de l'élève qui aboutit à une erreur de raisonnement. »

Partie 1 – mes idées

À vos marches, prêts ? partez !

Je suis Catherine Torres, enseignante de mathématiques depuis 1996. J'exerce au collège Rosa Parks de Villabé depuis 2008. L'équipe de mathématiques est composée de quatre titulaires depuis de longues années dans le collège et un stagiaire, cette année. L'entente est bonne et permet tout un travail collaboratif.
J'ai envie de vous parler plus particulièrement de deux élèves de cinquième qui font partie de mon groupe hétérogène de 20 élèves. La première élève (C.) est en difficulté sur chacune des compétences travaillées depuis le début de l'année, à l'exception de la construction de points symétriques par symétrie centrale. Elle manque de confiance en elle. Elle participe spontanément une fois par séance, au maximum. Le deuxième élève (T.) a du mal à se concentrer (possible TDAH : les parents font des bilans en ce moment). Il peut se montrer pertinent ponctuellement mais il décroche rapidement sur une séance de 55 minutes. Le groupe de cinquième de 20 élèves est constitué de la sorte : 7 élèves en réussite, 5 élèves « à besoins » et 8 autres élèves. Le groupe « vit bien » ensemble. La parole est libre et se fait dans un climat de confiance.
Pour les 5 élèves dits à besoins, les progrès sont inégaux mais ces élèves disent tous être contents d'être en petit groupe en mathématiques. Les deux élèves les plus en difficulté ont aussi progressé de façon significative :

- un élève, souvent absent (absent le jour de l'activité proposée) qui relève d'un autre dispositif commence à accepter de copier le cours et d'effectuer les exercices donnés. Il ose, depuis quelques semaines poser des questions, ce qu'il ne faisait pas en début d'année. Il a besoin de me montrer chaque début de calculs, de tracé de figures, etc. pour se rassurer car il souffre d'un réel manque de confiance en lui. Sur les deux dernières évaluations, il n'a pas rendu « copie blanche » : ses notes progressent ;
- l'autre élève, à laquelle j'ai choisi de m'intéresser particulièrement pour cette activité, a pour la première fois sur la dernière évaluation (proportionnalité, symétries axiale et centrale) proposé un contenu correct sur deux exercices. J'avais pris contact avec la maman fin janvier pour lui proposer que sa fille se concentre uniquement dans ses révisions pour l'évaluation sur le « chapitre en cours ». Cela semble porter ses fruits.

Je veux vous parler de l'addition de deux nombres relatifs. L'addition de deux nombres relatifs de **signes différents** est en effet une nouvelle notion qui présente deux difficultés :

- identifier clairement ce qu'est une distance à zéro pour comparer les deux distances à zéro ;
- soustraire les deux distances à zéro alors que l'opération proposée est une addition de deux nombres relatifs.

Je souhaite que :

- tous les élèves identifient l'addition des deux distances à zéro et la soustraction des deux distances à zéro selon le cas proposé ;
- l'élève C. participe et verbalise ;
- l'élève T. s'implique jusqu'au bout de la séance.

Déroulement de la séance

Après un **rapide rappel** sur la distance à zéro d'un nombre relatif, j'ai choisi de proposer aux élèves une expérimentation à l'extérieur : l'escalier est juste à côté de ma salle. J'ai positionné les nombres relatifs de -5 à +6, marche par marche (installation rapide de nombres relatifs plastifiés donc réutilisables). J'ai choisi des couleurs différentes pour les nombres relatifs positifs, zéro et les nombres relatifs négatifs pour mieux les identifier. Je suis sortie avec les élèves pendant 12 min (19 élèves présents) pour qu'ils puissent chacun à « leur tour » faire les 4 montées et descentes d'escalier. J'ai pris quelques photos (voir ci-dessous). Puis nous sommes retournés dans la salle de classe pour que les élèves vérifient leurs résultats en utilisant la droite graduée, qu'ils complètent les additions proposées et que deux conjectures émergent sur l'addition de deux nombres relatifs selon le signe des deux nombres. Ensuite trois applications leur ont été données. Dès ce retour en salle, j'ai filmé quelques minutes en positionnant un Ipad au fond de ma salle sur un pied (matériel prêté par l'équipe EPS), pour que les élèves soient de dos par rapport au droit à l'image. Cette courte vidéo a ensuite été partagé avec le groupe de travail académique pour un retour d'expérience. Durée totale : 53 min.

Activité proposée :

Activité : l'escalier et l'addition de deux nombres relatifs.

Complète les réponses suivantes :

1. Je suis sur le nombre relatif **positif** + et je monte de trois marches. Je suis sur le nombre relatif ………. .
2. Je suis sur le nombre relatif **négatif** – et je monte de onze marches. Je suis sur le nombre relatif ………. .
3. Je suis sur le nombre relatif **positif** + et je descends de sept marches. Je suis sur le nombre relatif ………. .
4. Je suis sur le nombre relatif **négatif** – et je descends de trois marches. Je suis sur le nombre relatif ………. .

Vérifie en utilisant la droite graduée :

Entoure les **nombres relatifs** de **départ** au **stylo vert** sur la droite graduée suivante.
À partir de chaque nombre relatif entouré en vert, indique au crayon à papier tes déplacements en suivant l'exemple ci-dessous.
Puis entoure le **nombre d'arrivée en rouge**.

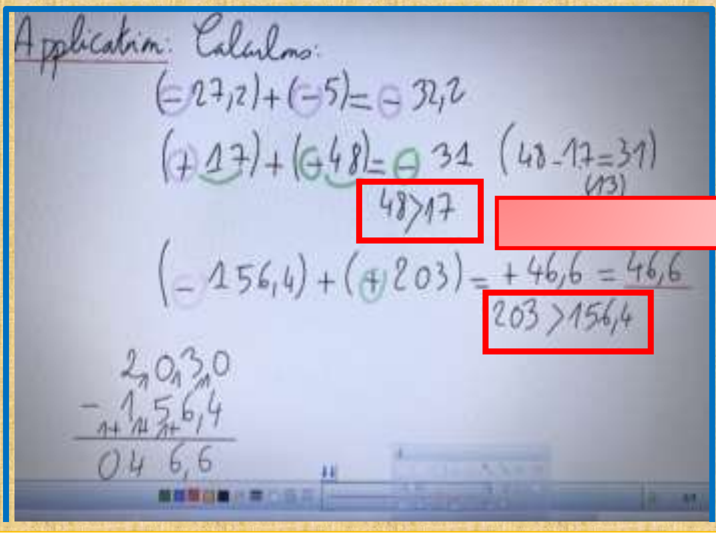
Complète les additions suivantes :

(+ 1) + (+ 3) = ……
(– 5) + (+ 11) = ……
(+ 4) + (– 7) = ……
(– 1) + (– 3) = ……

Quelle conjecture peux-tu faire sur le signe et la distance à zéro du résultat de chaque addition ?
……
…… .

Installation rapide des nombres relatifs dans l'escalier

Trace écrite sur le TNI :



Comparaison des deux distances à zéro.

Bilan

Il est important de rappeler aux élèves à quoi correspond la distance à zéro pour un nombre relatif en début de séance. Tous les élèves ont aimé **sortir de la salle** pour réaliser cette activité. C'est une pratique à étendre lorsque c'est possible surtout en sixième et en cinquième car il est facile de les mobiliser (ils sont enthousiastes). La vérification sur la droite graduée a permis à une grande majorité des élèves de comprendre le processus. Quatre élèves, dont un élève « à besoins », ont compris dans l'escalier la signification de monter ou descendre en ajoutant ou soustrayant les distances à zéro respectivement. Les élèves ont facilement verbalisé la somme de deux nombres relatifs de même signe. Ils ont de même assez facilement identifié la différence des distances à zéro lorsque les nombres relatifs étaient de signes différents à l'aide des deux dernières additions complétées. C'est un **point très positif** car la soustraction des distances à zéro est souvent un réel écueil. Par contre, ils ont eu **globalement du mal à trouver le signe du résultat** lorsque les nombres relatifs étaient de signes différents. Après les trois dernières applications et le fait d'écrire la comparaison des distances en zéro, le groupe – à l'image de l'élève C., la plus en difficulté – semble être bien entré dans le processus d'acquisition de la compétence.

Mes objectifs ont ainsi été globalement réalisés pour cette première séance :
- les élèves de groupe se sont globalement mobilisés pendant 55 min et ont eu le sentiment d'avoir fait la découverte avec une certaine facilité d'une nouvelle notion mathématique ;
- plus particulièrement, l'élève C. a beaucoup participé. L'élève T. a été très actif en début de séance (escaliers), moins sur la droite graduée car il faisait partie des quatre élèves qui avait bien compris le processus en montant et en descendant les marches. Enfin, il s'est remobilisé sur les applications (il aime bien le calcul mental).

L'obstacle que j'ai rencontré pour certains élèves (témoignage d'élève en fin de vidéo) : compter la marche où il se trouve comme un pas.

Retour des élèves

Dans ce groupe où l'entente est bonne, les élèves sont unanimes pour dire qu'**ils ont aimé l'activité** avec la partie plus « **ludique » de l'escalier**. Ils ont aussi **aimé participer à une expérimentation** (je leur avais expliqué le cadre de cette expérimentation et les modalités). Ils ont **aimé découvrir une nouvelle notion mathématique** et apparemment sont bien entrés dans sa première compréhension. Lors du réinvestissement à la séance suivante, ils se sont montrés pertinents dont l'élève C. qui a participé spontanément tout au long de la séance avec justesse (l'élève C. a gentiment accepté une petite interview, à la fin de la vidéo).

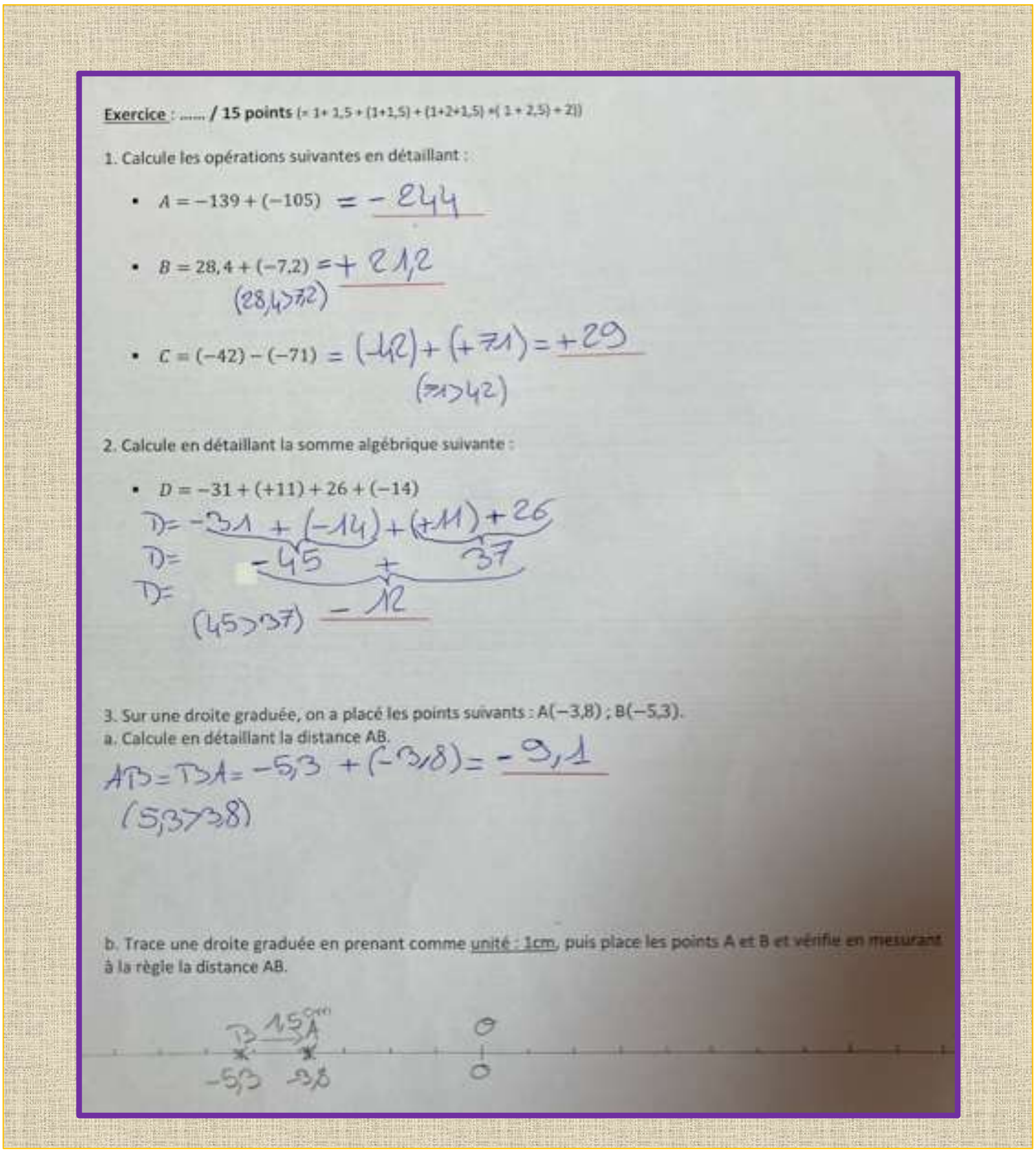
Evaluation des acquis et des progrès des élèves

Cette activité est le point de départ du chapitre sur l'addition et la soustraction de deux nombres relatifs. À la séance suivante, les propriétés ont été écrites dans le cahier de cours afin que les élèves puissent les apprendre pour le jour de la rentrée (le 28 avril 2025) puis trois applications ont été effectuées dans le cahier de cours en écrivant explicitement la comparaison de distances à zéro lorsque les deux nombres relatifs étaient de signes différents. Le jour de la rentrée, je leur ai donné une interrogation écrite sur la première propriété (addition de deux nombres relatifs de même signe) puis des exercices d'application avec également des simplifications d'écriture. À la séance suivante, il y a eu une interrogation écrite sur la deuxième propriété puis un test de 10 minutes : quatre additions proposées (non évaluées mais corrigées. 8 élèves sur 20 en réussite). À la séance suivante, un petit test de 10 minutes a été proposé : quatre opérations, évaluées (moyenne du groupe : 3/5 pts) puis introduction de la soustraction de deux nombres relatifs. J'ai également choisi de proposer une autre évaluation que celle à laquelle j'avais préalablement pensé (portant sur d'autres

notions) : une évaluation portant uniquement sur l'addition et la soustraction de nombres relatifs pour une analyse plus fine des progrès des élèves. La moyenne obtenue à cette évaluation a été d'environ10,2/15 (en progrès).
Sur 20 élèves,18 élèves savent effectuer une addition de deux nombres relatifs de même signe et sur ces 18 élèves, 14 savent effectuer l'addition de deux nombres relatifs (quel que soit le signe des deux nombres).

Voici deux copies d'élèves :

Élève 1



Exercice : ...... / 15 points (= 1+ 1,5 + (1+1,5) + (1+2+1,5) +(1 + 2,5) + 2))

1. Calcule les opérations suivantes en détaillant :

- $A = -139 + (-105)$ = − 244
- $B = 28,4 + (-7,2)$ = + 21,2
  (28,4>7,2)
- $C = (-42) - (-71)$ = (−42) + (+71) = +29
  (71>42)

2. Calcule en détaillant la somme algébrique suivante :

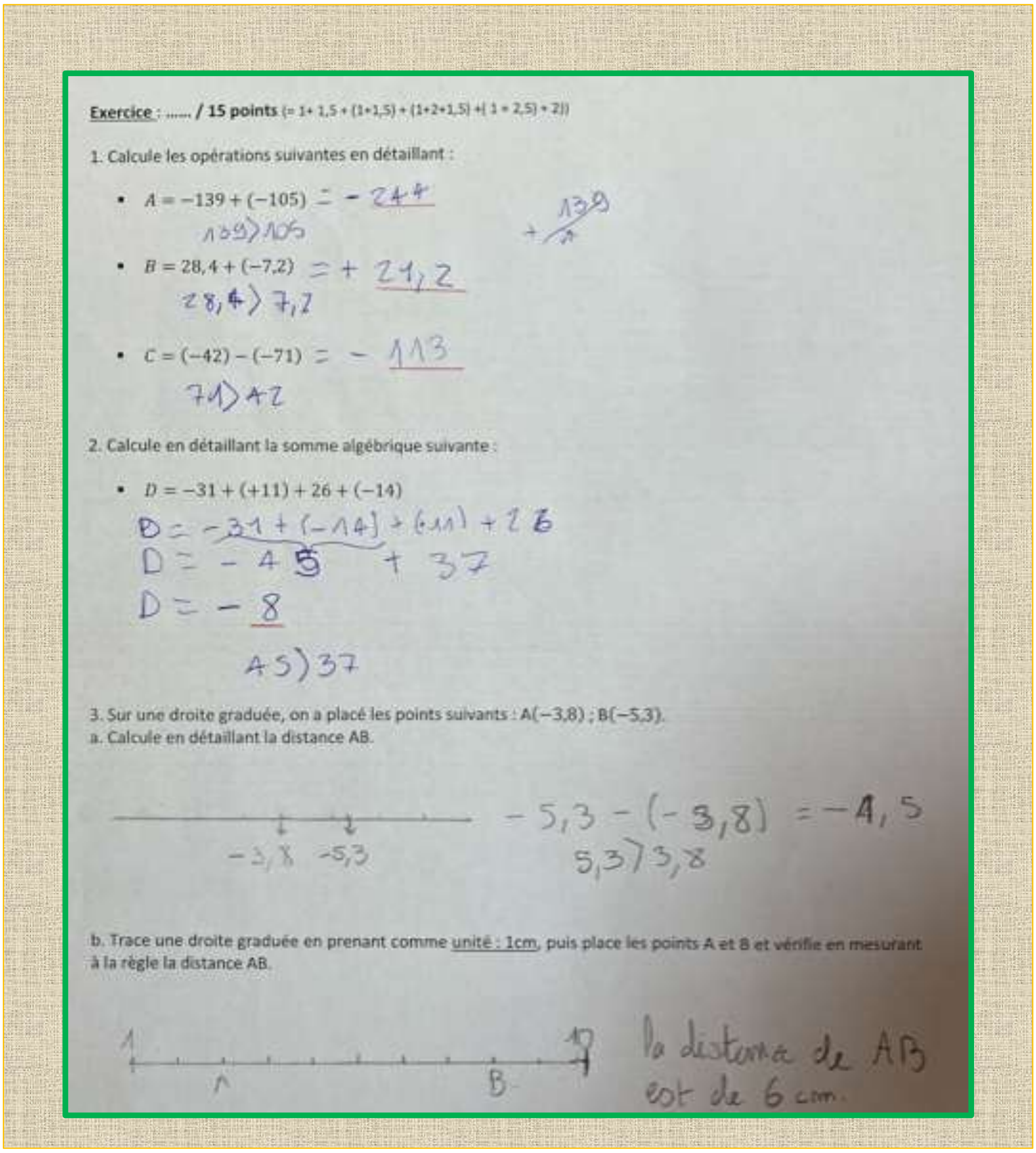
- $D = -31 + (+11) + 26 + (-14)$

D= −31 + (−14) + (+11) + 26
D= −45 + 37
D=
(45>37) − 12

3. Sur une droite graduée, on a placé les points suivants : A(−3,8) ; B(−5,3).
a. Calcule en détaillant la distance AB.

AB = BA = −5,3 + (−3,8) = − 9,1
(5,3>3,8)

b. Trace une droite graduée en prenant comme unité : 1cm, puis place les points A et B et vérifie en mesurant à la règle la distance AB.


Exercice : ...... / 15 points (= 1+ 1,5 + (1+1,5) + (1+2+1,5) +(1 + 2,5) + 2))

1. Calcule les opérations suivantes en détaillant :

- $A = -139 + (-105)$ = − 244
  139 > 105
- $B = 28,4 + (-7,2)$ = + 21,2
  28,4 > 7,2
- $C = (-42) - (-71)$ = − 113
  71 > 42

2. Calcule en détaillant la somme algébrique suivante :

- $D = -31 + (+11) + 26 + (-14)$

D = −31 + (−14) + (+11) + 26
D = − 45 + 37
D = − 8
45 > 37

3. Sur une droite graduée, on a placé les points suivants : A(−3,8) ; B(−5,3).
a. Calcule en détaillant la distance AB.

−3,8 −5,3
−5,3 − (−3,8) = −4,5
5,3 > 3,8

b. Trace une droite graduée en prenant comme unité : 1cm, puis place les points A et B et vérifie en mesurant à la règle la distance AB.

A B
la distance de AB est de 6 cm.

Partie 2 – l'analyse de ma pratique

J'analyse ma pratique…même pas peur ?! ...si un peu…

En début d'année, dans chacune de mes classes, je dis aux élèves : « toutes les questions ont leur place. Il n'y a pas de questions mathématiques idiotes. Se tromper, faire des erreurs font partie de vos apprentissages ». Je conclus en leur disant que je suis la garante d'une prise de parole libérée au sein de la classe. Je leur explique ensuite que je répondrai toujours à leurs questions et si, en réexpliquant une deuxième fois autrement, ce n'est toujours pas clair pour l'élève qui a posé la question, nous en rediscuterons au cours prochain en classe (si cela me semble judicieux pour tous) ou seulement avec l'élève concerné. Cette introduction me semble essentielle pour créer un climat serein de réflexion et d'échanges. Je dis aussi aux élèves que sur une séance de 55 minutes, j'essaierai d'échanger mathématiquement au moins une fois dans la séance avec chacun d'entre eux, soit en répondant à leur question soit en les interrogeant si je pense qu'ils sont en difficulté sans oser le verbaliser devant le groupe. Je leur dis enfin que lorsqu'une question sera posée ou que j'aurai besoin de leur expliquer une notion avant de la copier dans le cours ou l'appliquer en exercices, j'utiliserai la partie de gauche de mon tableau. Il suffira aux élèves de poser les stylos (pour capter toute leur attention) et d'être attentif (il n'y a rien à écrire). Enseigner une nouvelle notion mathématique est une responsabilité car notre « méthode » restera longtemps celle que les élèves appliqueront, même en changeant d'enseignant ce qui ne devra évidemment pas poser de souci. Il faut donc veiller à être rigoureux, clarifier la pensée des élèves en réussite et créer des automatismes pour les autres élèves. Il faut aussi déconstruire l'idée pour les élèves en difficulté qu'une nouvelle notion est forcément difficile. Je pense qu'il faut vraiment le verbaliser en début de séance et régulièrement dans l'année pour que ce cycle infernal irrationnel ne perdure pas. C'est aussi une chance d'enseigner une nouvelle notion. Cela permet de voir leur réflexion évoluer jusqu'à l'acquisition de la compétence, leur curiosité s'exprimer et les entendre dire à la fin de la première séance : « C'est que ça l'addition de deux nombres relatifs ! » En choisissant l'escalier pour introduire l'addition de deux nombres relatifs, j'ai fait un choix qui me ressemble : une approche plus ludique en faisant sortir les élèves du cadre habituel et en filmant une petite partie de la séance. Le fait que l'escalier soit à côté de la salle est un avantage mais j'aurai pu aussi disposer les nombres relatifs dans le couloir (gain de temps et pratique).

Analyser sa pratique reste un exercice subtil. Il faut mettre de côté une partie de son expérience de… 30 ans. Cette expérience est évidemment un pilier de mon enseignement qui me permet d'avoir une bonne connaissance des difficultés des élèves pour mieux les anticiper. En effet, le premier écueil était de faire comprendre à mes élèves que pour trouver le signe du résultat de l'addition de deux nombres relatifs de signes différents, il fallait comparer leur distance à zéro. Il faut sur ce point « s'arrêter » vraiment dès qu'une réponse erronée est donnée. Quand j'écris, il faut « s'arrêter » vraiment, c'est que sur la partie gauche de mon tableau (mon tableau est composé de trois volets avec un grande partie centrale qui est le TNI), j'ai utilisé un marqueur et j'ai écrit le troisième exemple proposé : (-7) + (+4). J'ai expliqué : « Si on compare les nombres relatifs, +4 est supérieur à - 7 (s'appuyer sur la droite graduée pour éclairer le propos) on pourrait conclure que le résultat de l'addition est négatif. Il faut donc bien comparer les distances à zéro et pas les nombres relatifs. Or les différentes expérimentations dans l'escalier prouvent bien que le résultat est négatif. Donc il faut comparer les deux distances à zéro. La distance à zéro de +4 est 4 et la distance à zéro de - 7 est 7. $7 > 4$, c'est le nombre relatif qui a la plus grande distance à zéro (ici -7) qui donne son signe au résultat ». Comme l'explication n'était pas encore suffisante pour certains, j'ai utilisé l'argent (c'est concret pour eux) : « je te prends 7€ puis (cette succession d'actions induit l'addition) je te donne 4€. Le bilan est négatif. Il te manque 3 € donc : -3. ». Je réitère avec un deuxième exemple en interrogeant un autre élève. Ce temps d'arrêt est essentiel pour clarifier la pensée des élèves qui sont déjà dans le processus d'acquisition de la compétence ou créer des automatismes pour les autres. Cette notion d'automatisme est essentielle pour les élèves en difficulté. Elle leur permet de se rassurer en trouvant le bon résultat de façon répétée. Pour créer cet automatisme, il faut aussi se mettre à la place des élèves et rendre le plus simple possible les premières applications. En effet, à la fin de la séance, il y a eu des applications réalisées sur le TNI (voir l'encadré dans la partie 1) dont celle-ci : (+17) +(- 48). « Les deux nombres relatifs de cette addition sont de signes différents. Il y a donc un choix à faire entre le signe de +17 et de – 48 contrairement à l'addition de deux nombres relatifs de même signe. Pour faire ce choix, on doit comparer les deux distances à zéro et on écrit cette comparaison : $48 > 17$ en commençant par la plus grande distance à zéro car le résultat a le signe du nombre relatif qui a la plus grande distance à zéro. Nous écrivons de gauche à droite, je me sers donc de l'indication donnée par la distance à zéro 48. » Par expérience, j'écris cette comparaison (dans ce sens) pour que chaque étape de réflexion soit automatisée et la dernière phrase me permet de lever le doute pour certains élèves. Ensuite, pour les élèves qui hésitaient (peu nombreux) encore à soustraire ou ajouter les deux distances à zéro pour trouver celle du résultat de (+17) +(- 48), je leur dis : « lorsque vous écrivez une comparaison : $48 > 17$, vous devez soustraire les distances à zéro. Ces deux « actions » sont liées ». Je les incite à créer un deuxième automatisme dont la plupart parviendra à se défaire par la suite.

Certes, mon expérience, non négligeable en termes d'années, la connaissance de mes élèves au fil des semaines, nos échanges mathématiques, leurs résultats en évaluation me permettent de mieux appréhender la plupart des difficultés qu'ils pourront rencontrer. Mais j'ai aussi appris au fil de mon enseignement qu'il y aura régulièrement un schéma mental peu commun que je n'aurai pas anticipé. Lorsque cela se présente, encore une fois, je « m'arrête » et j'essaie de comprendre le schéma de l'élève qui aboutit à une erreur de raisonnement. Je n'y parviens pas toujours car il n'est pas simple de faire expliciter un raisonnement qui s'avère « faux » par l'élève.

En conclusion, en me prêtant très sérieusement à l'analyse de ma pratique, je me suis rendu compte que ce qui prédomine de plus en plus, outre le fait d'anticiper de mieux en mieux leurs difficultés, c'est l'importance et l'attention que je donne à une question posée ou une réponse erronée. Dans les deux cas, c'est un gain inestimable. En quelques mots, quelques minutes, on peut déconstruire un schéma erroné de façon définitive pour l'élève qui a posé la question ou donné une mauvaise réponse mais aussi pour tous ceux qui n'osaient pas poser la question ou qui n'en étaient pas encore là dans leur réflexion (ils ont donc gagné en compétence sans le savoir). Il faut parfois accepter de ne pas faire exactement tout ce que nous avions prévu au regard de notre progression sur une séance. Ce qui ressort aussi de ce choix d'activité plus ludique comme l'escalier est qu'il est important aussi ponctuellement de sortir de sa « routine » mais je pense que cela doit rester ponctuel car cette routine permet surtout aux élèves en difficulté de créer des automatismes.

Post ambule

Ce que je pourrais faire aussi, c'est proposer cette activité de l'escalier adaptée à un travail en groupe : cinq groupes hétérogènes (je répartis les « forces ») de quatre élèves. Deux élèves par groupe réalisent à l'extérieur (je peux être dans le couloir ; vue sur ma salle et l'escalier) ou dans le couloir, les quatre montées et descentes pendant que leurs deux autres camarades utilisent la droite graduée. Puis mise en commun avec un rapporteur en fin de séance par groupe qui verbalise une conjecture. Cette verbalisation des cinq rapporteurs peut être filmée pour une utilisation uniquement « en interne » lors de la séance suivante comme point de départ pour faire émerger les propriétés respectives de l'addition de deux nombres relatifs de même signe et de deux nombres relatifs de signes différents.

Merci à Mme Gufflet, Mme Pacaud, M. Remetter pour leurs conseils et à Juliette Rozelot pour des échanges enrichissants.