

Objectifs

Quelles sont les articulations en géométrie? L'idée est de mettre en avant la réflexion qui sous-tend les enchaînements choisis par le professeur.

Progression 6^{ème} en géométrie

Contribution de Valérie LOIGNON et Nathalie LAUQUIN - Groupe de réflexion 2013

Une progression spiralée peut s'avérer complexe mais une progression fractionnée peut-être envisagée facilement.

La progression ci-dessous est un exemple, ce n'est pas la seule envisageable.

La colonne « Contenu du cours » propose un plan détaillé, organisé, de chaque chapitre, et la colonne « Articulations et liens logiques » justifie cette organisation pour mieux respecter la progressivité annuelle des apprentissages.

Le fil rouge de cette progression porte sur les polygones, et notamment sur les quadrilatères particuliers : losange, rectangle et carré. En s'appuyant sur ce que connaissent les élèves pour « réviser sans refaire », on fait évoluer les connaissances, pour parvenir, en cours d'année, à une synthèse et une classification des polygones, qui sera approfondie jusqu'en fin d'année.

Quelques conseils :

- 1) Le vocabulaire de base et les notations : point, points alignés, droite, demi-droite, segment, angle, \in , \notin , \perp et $//$ sont introduits progressivement en fonction des besoins, éventuellement un lexique peut-être élaboré et complété au fur et à mesure en fin de cahier.
- 2) Dans le cours, penser à bien préciser si une propriété est admise ou démontrée.
- 3) Les instruments de géométrie utilisés sont précisés pour chaque chapitre. L'usage de la « règle graduée » est précisé lorsqu'il s'impose et dans tous les autres cas l'usage de la « règle » sous-entend « règle non graduée ».
- 4) Pour les constructions travaillées s'assurer que la progression permet de les justifier par un raisonnement faisant appel aux connaissances déjà étudiées ; c'est pourquoi les instruments de géométrie sont introduits progressivement en fonction de leur utilité.
- 5) Cette progression en géométrie comporte des notions du domaine « géométrie » du programme de 6^{ème}, mais aussi des notions des domaines « organisation et gestion de données » et « grandeurs et mesures » et doit être ajustée avec la progression du domaine « nombres et calculs » du programme.

	Chapitres	Contenu du cours - Connaissances et capacités	Articulations et liens logiques	Fil rouge : polygones
1	<p>Premières notions de géométrie et droites (volet 1)</p> <p><i>Instruments : Règle graduée, Règle, Equerre</i></p>	<p>I. Introduction de la distance entre deux points, de sa notation et du milieu d'un segment, codage de deux longueurs égales. <i>NB : Penser à préciser la signification de « points distincts » et « points confondus » (maîtrise de la langue)</i></p> <p>II. Positions relatives de deux droites du plan</p> <p>a. Droites sécantes : définition. Cas particulier des droites perpendiculaires: définition, notation, codage de l'angle droit, unicité et construction à l'équerre sur feuille blanche ; étude du cas particulier de la médiatrice d'un segment : définition (« Soit A et B deux points distincts, la médiatrice du segment [AB] est la droite perpendiculaire à (AB) passant par le milieu de [AB] ») suivie de la construction à la règle et l'équerre, codage.</p> <p>b. Droites parallèles : définition, notation, unicité et construction sur quadrillage. Cas particulier des droites confondues.</p> <p>III. Applications : Triangle rectangle, rectangle et carré Définitions et constructions (uniquement avec l'équerre et la règle graduée)</p> <ul style="list-style-type: none"> Triangle rectangle : triangle ayant un angle droit. Rectangle : quadrilatère ayant quatre angles droits Carré : quadrilatère ayant 4 angles droits et 4 côtés de même longueur 	<p>Le milieu d'un segment est construit à la règle graduée</p> <p>Les droites perpendiculaires sont construites à l'équerre et à la règle non graduée ; la médiatrice d'un segment à l'équerre et à la règle graduée.</p> <p>Les droites parallèles sont tracées sur des supports quadrillés en attendant le chapitre 4 sur les droites (volet 2) avec les propriétés qui permettront de justifier la construction à l'équerre, sur feuille blanche.</p> <p>Les constructions faisant intervenir l'hypoténuse d'un triangle rectangle ou la diagonale d'un rectangle seront envisagées à la fin de la leçon sur le cercle.</p>	<p>NB : Toutes les constructions sont réalisées uniquement avec l'équerre et la règle graduée. On se limitera au : Triangle rectangle connaissant les longueurs des deux côtés de l'angle droit. Rectangle connaissant la longueur et la largeur. Carré connaissant la longueur du côté. Remarque à justifier : le carré est un rectangle particulier.</p>
2	<p>Le cercle</p> <p><i>Instruments : Règle graduée, Règle et introduction du Compas</i></p>	<p>I. Découverte du cercle comme ensemble de points du plan équidistants d'un point donné.</p> <ul style="list-style-type: none"> Sont distingués cercle et disque. Mise en place du vocabulaire autour du cercle : rayon, diamètre (définition et démonstration de la propriété : Si un segment est un diamètre, alors le centre du cercle est son milieu), points diamétralement opposés, centre, corde, arc de cercle. <p>II. Applications :</p> <p>a) Régionnement du plan : utilisation des expressions « à plus de » « à moins de ».</p> <p>b) Définitions des triangles isocèle, rectangle isocèle, équilatéral puis construction de ces triangles : connaissant les longueurs des 3 côtés et du triangle rectangle connaissant l'hypoténuse.</p> <p>c) Définition d'un losange (4 côtés de même longueur) et construction au compas.</p> <p>d) Approche de la notion du périmètre d'un polygone et comparaison par report de longueurs au compas.</p> <p>e) Pratique du raisonnement déductif. Exemple : justifier la nature d'un triangle ou justifier qu'un quadrilatère est un losange à l'aide de la définition du cercle.</p>	<p>Distinguer : centre \neq milieu, rayon et longueur du rayon, diamètre et longueur du diamètre</p> <p>Un segment de longueur donnée et son milieu sont construits au compas.</p> <p>Initiation à la notion de propriété réciproque à partir de la propriété démontrée sur le diamètre et raisonnements autour de l'équidistance.</p> <p>Approche de la notion de périmètre.</p>	<p>NB : Constructions au compas <u>Triangles</u> : Construction de triangles dont on connaît les longueurs des 3 côtés, de triangles : isocèle, rectangle (dont on connaît l'hypoténuse), rectangle isocèle, équilatéral. <u>Quadrilatères</u> : Losange : la construction à la règle et au compas est justifiée avec 2 cercles sécants de même rayon. Rectangle dont on connaît la diagonale. Le carré est un losange particulier est justifié.</p>

	Chapitres	Contenu cours - Connaissances et capacités	Articulations et liens logiques	Fil rouge : polygones
3	<p>La médiatrice d'un segment</p> <p><i>Instruments</i> <i>Règle</i> <i>Equerre</i> <i>Compas</i></p>	<p>Rappels (Chapitre 1) : définition de la médiatrice d'un segment et construction à la règle graduée et l'équerre.</p> <p>I. Propriété caractéristique (équidistance) et construction de la médiatrice d'un segment sur feuille blanche à la règle et au compas.</p> <p>II. Applications :</p> <ul style="list-style-type: none"> • construction de droites perpendiculaires au compas et à la règle • construction du milieu d'un segment au compas et à la règle • propriété des diagonales d'un losange (Les diagonales du losange ont le même milieu et sont perpendiculaires) est justifiée à l'aide de la médiatrice d'un segment et construction losange connaissant la longueur des diagonales. • trouver le centre d'un cercle (lien avec la leçon précédente) <p>III. Symétrie axiale : Du pliage à la médiatrice d'un segment. Pour aborder la symétrie orthogonale en sixième, on s'appuie sur les acquis du primaire (l'usage du papier calque a été introduit au CP, la notion d'axe de symétrie est abordée en CE2). On fait ensuite le lien avec la médiatrice d'un segment en définissant le symétrique d'un point par rapport à une droite.</p>	<p>La construction de la médiatrice d'un segment au compas et à la règle est justifiée.</p> <p><u>On en déduit :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - La construction de droites perpendiculaires. - La construction du milieu d'un segment : c'est justifié et raisonné. <p>Réactiver les connaissances sur le cercle avec les médiatrices de deux cordes.</p> <p><u>Découverte :</u> Définition du symétrique d'un point par rapport à une droite puis construction raisonnée et justifiée de 2 façons différentes :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Règle graduée et équerre (définition de la médiatrice d'un segment) - Règle et compas (propriété caractéristique) 	<p>Construction du losange à partir des diagonales</p> <p>Les axes de symétrie du losange sont mis en évidence.</p>
4	<p>Position relative de trois droites du plan. (droites : volet 2)</p> <p><i>Instruments</i> <i>Règle</i> <i>Equerre</i></p>	<p>I. Cas général et vocabulaire Trois droites sécantes deux à deux, droites concourantes</p> <p>II. Cas particuliers et propriétés</p> <p>A) 1. Deux droites perpendiculaires à une même droite Enoncé de la propriété pour démontrer que deux droites sont parallèles. Application : Construction de parallèles sur feuille blanche (règle non graduée et équerre)</p> <p>2. Deux droites parallèles à une même droite Si deux droites sont parallèles, toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre (propriété de la relation de parallélisme)</p> <p>B) 1. Deux droites parallèles coupées par une sécante Si deux droites sont parallèles, toute droite sécante à l'une est sécante à l'autre.</p> <p>2. Deux droites parallèles coupées par une perpendiculaire Enoncé de la propriété pour démontrer que deux droites sont perpendiculaires. (comparer cette propriété avec A)2)</p> <p>III. Application et pratique du raisonnement déductif : nouvelle définition du rectangle démontrée.</p>	<p>Construction de droites parallèles justifiée et appliquée à la règle et à l'équerre.</p> <p>Evolution de la définition du rectangle (avec trois angles droits)</p>	<p><u>Rectangle :</u> Un quadrilatère qui a trois angles droits est un rectangle (démontrée à l'aide des 2 propriétés sur les droites A) 1 et B) 2.)</p> <p><u>Losange :</u> Les médiatrices des côtés opposés d'un losange sont parallèles (en exercice)</p>

	Chapitres	Contenu cours - Connaissances et capacités	Articulations et liens logiques	Fil rouge : polygones
5	<p>Polygones généralités - Triangles et quadrilatères</p> <p><i>Instruments</i> <i>Règle</i> <i>Equerre</i> <i>Compas</i></p>	<p>I. Vocabulaire sur les polygones : sommets, côtés, angles, diagonales... puis travail sur la maîtrise de la langue : les notions de « consécutifs » et « opposés », différentes natures de polygones, insister sur l'ordre des sommets lorsqu'on nomme un polygone.</p> <p>II. Définitions : (synthèse)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Triangles et triangles particuliers • Quadrilatères : rectangle, losange et carré (comme rectangle et losange particuliers). <p>III. Reprise du périmètre par report de longueurs au compas et les formules sont établies pour le rectangle puis est déduite celle du carré.</p> <p>Approche de la notion d'aire en utilisant uniquement le découpage /recollage (puzzle, tangram, un losange partagé en 4 triangles rectangles...) puis comparaison d'aires et/ ou périmètres à l'aide d'un quadrillage.</p>	<p>La synthèse permet de trier, organiser et hiérarchiser les connaissances</p> <p>L'ordre de présentation est réfléchi : Polygones à 3 sommets puis 4 puis 5...</p> <p>Les cas particuliers sont mis en évidence</p> <p><u>Anticiper</u> (chapitre 6 espace volet 1) <u>avec la découverte du parallélogramme pour préparer le travail sur la perspective cavalière ; par exemple : envisager un exercice VRAI/FAUX favorisant la production de contre-exemples comme les cerfs-volants, trapèzes et surtout les parallélogrammes.</u></p>	<p>Synthèse sur les polygones déjà rencontrés et autres polygones</p> <p>Le triangle équilatéral est vu comme cas particulier d'un triangle isocèle.</p> <p>Le carré est vu comme cas particulier du rectangle et du losange.</p> <p>Les formules de calcul du périmètre du rectangle puis du carré sont données</p> <p>Découverte du parallélogramme et définition (côtés opposés parallèles) non exigible.</p>
6	<p>Espace (volet 1)</p> <p>Le parallélépipède rectangle</p> <p><i>Instruments</i> <i>Règle</i> <i>Equerre</i> <i>Compas</i></p>	<p>I. Activité permettant le tri des solides, et le repérage des différentes natures en particulier repérer et identifier un parallélépipède rectangle communément appelé pavé droit.</p> <p>II. Description d'un pavé droit. Mise en place du vocabulaire : sommets, arêtes, faces Travail sur la maîtrise de la langue : nouveau contexte pour les notions « opposé », « perpendiculaire », « parallèle » et distinction polygone et polyèdre (étymologie). Cas particulier du cube.</p> <p>III. Règles de la représentation en perspective cavalière Exemples : pavé droit et cube sur quadrillages.</p> <p>IV. Patrons d'un pavé droit et d'un cube (11 patrons du cube)</p>	<p>Reprise des constructions de parallèles et perpendiculaires sur quadrillage pour représenter les pavés droits en perspective sur quadrillage.</p> <p>Reprise des constructions de quadrilatères pour construire des patrons de parallélépipèdes rectangles sur feuille blanche ou sur quadrillage pour déterminer leur aire.</p>	<p>Réinvestissement des connaissances sur les polygones pour décrire les solides (nature des faces, longueur des arêtes...)</p> <p>Hexagone-hexaèdre</p> <p>Raisonnement : le carré est un rectangle particulier donc le cube est un pavé droit particulier.</p>

	Chapitres	Contenu cours - Connaissances et capacités	Articulations et liens logiques	Fil rouge : polygones
7	Les angles <i>Instruments</i> <i>Règle</i> <i>Rapporteur</i> <i>(introduction)</i>	I. Vocabulaire et nature d'un angle II. Mesure d'un angle au rapporteur III. Construction de triangles et de losanges ? IV. Bissectrice d'un angle : <ul style="list-style-type: none"> Définition : Soit O, A et B trois points. La bissectrice de l'angle \widehat{AOB} est la droite qui passe par le sommet O et qui partage l'angle \widehat{AOB} en deux angles de même mesure. Application : Construction de la bissectrice 	Ici la construction de la bissectrice d'un angle se fait au rapporteur et à la règle uniquement	Nouvelles constructions de triangles et de losanges faisant intervenir au moins la mesure d'un angle.
8	Les aires <i>Instruments</i> <i>Règle</i> <i>Equerre</i> <i>Compas</i> <i>Rapporteur</i>	I. Unités : définition du mètre carré et des autres unités d'aire dérivées II. Équivalence : 1 dm^2 vaut 100 cm^2 III. Construction sur papier millimétré d'un dm^2 à partir de 100 cm^2 , d'un cm^2 à partir de 100 mm^2 . IV. Elaboration du tableau des conversions V. Formules de calcul d'aires de polygones établies. Pour le rectangle : par dénombrement (longueurs entières) une unité d'aire étant choisie puis généralisation pour valider la formule $L \times l$ (utilisation de papier millimétré pour illustrer)	Réactiver la notion de périmètre Reprise des notions d'aires par découpage et comptage du nombre d'unités d'aire, avant d'établir les formules.	Formules établies et justifiées pour : <ul style="list-style-type: none"> L'aire du triangle rectangle, déduite de l'aire du rectangle L'aire du carré déduite de celle du rectangle en tant que rectangle particulier L'aire du losange par découpage en quatre triangles rectangles et recollement en un rectangle.
9	La symétrie orthogonale <i>Instruments</i> <i>Règle</i> <i>Equerre</i> <i>Compas</i> <i>Rapporteur</i>	I. Constructions du symétrique d'une figure : segment, droite, cercle, ligne brisée... II. Propriétés de conservation III. III. Axe(s) de symétrie d'une figure : <ul style="list-style-type: none"> axe de symétrie d'une figure : définition axe de symétrie des polygones particuliers (triangles isocèle, équilatéral, rectangle, losange et carré) axe de symétrie d'un angle (bissectrice) et construction au compas (justifiée) IV. Conséquences : déduire les propriétés relatives aux angles d'un triangle isocèle, équilatéral puis celles relatives aux côtés, aux diagonales et aux angles d'un rectangle, d'un losange et d'un carré.	Reprise de la définition du symétrique d'un point et constructions soit au compas soit avec la règle et l'équerre. Construction d'axes de symétrie d'une figure. Reprise de la bissectrice avec nouvelle construction au compas justifiée	Calcul d'aires et d'angles grâce à la symétrie orthogonale et propriétés de conservation. Constructions diverses de triangles et de quadrilatères en s'appuyant sur leurs propriétés déduites et/ou des axes de symétrie s'ils existent.

	Chapitres	Contenu cours - Connaissances et capacités	Articulations et liens logiques	Fil rouge : polygones
10	Espace (volet 2) Volumes	<p>I. Approche par empilement et assemblage (une unité de volume étant choisie)</p> <p>II. Unités : Définition du mètre cube et des autres unités de volume dérivées Equivalence : $1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$ Elaboration du tableau des conversions en lien avec les capacités : $1\text{L} = 1\text{dm}^3$</p> <p>III. Volume d'un parallélépipède rectangle :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Par dénombrement (longueurs entières) une unité de volume étant choisie • Généralisation pour valider la formule $L \times l \times h$ • Volume du cube cas particulier du parallélépipède rectangle. 	Comparaison d'aires et de volumes de solides à l'aide de quadrillage (une unité étant choisie)	Reconnaître les polygones sur une représentation en perspective cavalière pour déduire la nature d'un polyèdre puis le volume.
11	Périmètre et aire du disque	<p>I. Périmètre du disque (longueur du cercle)</p> <p>II. Aire d'un disque</p>	<p>Longueur du cercle envisagée en lien avec la proportionnalité et découverte du nombre π</p> <p>Aire du disque : formules justifiées par découpage et collage pour reformer un rectangle.</p>	<p>Réinvestissement du périmètre d'un rectangle</p> <p>Réinvestissement de l'aire du rectangle</p>