

Terence TAO (né en 1975), le plus grand mathématicien du monde ?



De nombreuses vidéos célèbrent Terence TAO, mathématicien australien d'origine Chinoise, à présent professeur à l'université de Los Angeles (UCLA). « Plus grand mathématicien du monde, homme doté du plus grand QI qui soit au monde, ... » les superlatifs ne manquent pas pour le qualifier.

À huit ans, il atteint un score presque maximal au test d'entrée à l'université ; présenté à l'Olympiade internationale de mathématiques, il obtient une médaille de bronze, puis une médaille d'argent puis une médaille d'or à treize ans. Sa réputation est déjà bien établie (sur la photo, on le voit conversant avec Paul Erdős, mathématicien hongrois). Il devient rapidement le plus jeune professeur nommé à UCLA (à 21 ans). Ses travaux mathématiques portent sur des sujets très divers. « On a dit de David Hilbert qu'il connaissait toutes les mathématiques, mais Tao est capable de produire des mathématiques de niveau extrêmement élevé sur des sujets qu'il vient de découvrir ».

Ses travaux ont été couronnés au niveau international, par exemple par la médaille Fields, mais son rayonnement dépasse le public des congrès de mathématiciens. Il assume cette réputation avec modestie, participant sur son *blog* à bien des débats, donnant son avis sur l'enseignement des mathématiques ou les directions prises par la recherche. Il s'est exprimé sur les mesures budgétaires prises récemment par l'administration des États-Unis : « Mais il est également important d'avoir une



discussion plus ouverte sur le rôle et la valeur de la science dans le monde d'aujourd'hui, et de ne pas permettre à ceux qui s'opposent à ces rôles de dominer le récit et de normaliser leurs actions extraordinaires et sans précédent. Dans le passé plus tranquille, je me contentais moi-même de me concentrer en grande partie sur les aspects techniques ou personnels de mes propres recherches, de mon enseignement et de mon mentorat, et de laisser le débat politique et l'activisme plus larges à d'autres ; mais dans notre environnement actuel, où même les activités les plus bénignes sont sujettes à des perturbations capricieuses et à des ingérences politiques, le luxe du désengagement n'est plus une option viable ».

Stage ouvert aux lycéennes et lycéens de terminale candidat(e)s au Concours général , les 23 et 24 février 2026

La Pépinière académique de mathématique organise, bénévolement, des regroupements d'élèves désignés par leurs établissements. Quatre niveaux sont habituellement concernés : les collégiens de troisième en octobre, les lycéens de première en décembre, les lycéens de terminale présentés au concours général en février et les lycéens de seconde en avril.

La Pépinière s'est assurée du concours de partenaires qui hébergent ou ont hébergé nos stages : l'INRIA, l'université de Versailles Saint Quentin en Yvelines, le lycée Camille Pissarro de Pontoise, le collège Paul Fort de Montlhéry, le collège François Furet à Antony, le lycée Vallée de Chevreuse à Gif sur Yvette, le lycée La Bruyère, le lycée Marie Curie et le lycée Hoche de Versailles. Elle a reçu le soutien de l'Institut de hautes études scientifiques de Bures-sur-Yvette.

Les élèves sont désignés et recensés par leurs établissements, parce que l'éducation nationale est responsable des élèves qui lui sont confiés, et donc des projets et des actions auxquels ils sont invités à participer. Une appétence et un répondant minimum sont attendus des élèves.

Le secrétariat opérationnel : Frédérique CHAUVIN, rectorat de Versailles

Les inspectrices et inspecteurs : Luca AGOSTINO, Karim AKEB, Nicolas FIXOT, Xavier GABILLY, Catherine GUFFLET, Catherine HUET, Éric LARZILLIÈRE, , Nicolas RAMBEAUD, Jean-François REMETTER, Charles SEVA, Christine WEILL et les retraités Anne ALLARD, Pierre MICHALAK, Évelyne ROUDNEFF

Les intervenants professeurs : Jeanne BESSON (lycée Alexandre Dumas, SAINT CLOUD), Christophe DEGUIL (Lycée Notre Dame, SAINT GERMAIN EN LAYE), Manon DELOISON (lycée Edmond Michelet, ARPAJON), Jérôme FRECKHAUS (lycée Les Sept Mares, MAUREPAS), Chloé MAROTEAUX (lycée Jules-Hardouin Mansart, SAINT CYR L'ECOLE), Pierre MONTPERRUS (Lycée Jeanne d'Albret, SAINT GERMAIN EN LAYE), Sébastien MOULIN (Lycée Jules Ferry, VERSAILLES), Julien PROUVEZE (lycée La Trinité, NEUILLY SUR SEINE), François REGUS (Lycée Viollet-le-Duc, VILLIERS SAINT FREDERIC), Anthony SAINT-CRIQ (lycée Geoffroy Saint Hilaire, ETAMPES)

Professeurs accompagnants : David CORLIN MARCHAND (lycée Émilie de Breteuil, MARLY LE ROI), Sacha DHENIN (lycée Franco-allemand, BUC)

Emploi du temps
Lundi 23 février 2026

| | Groupe 1 | Groupe 2 | Groupe 3 |
|------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------|
| 10 heures | Accueil | | |
| 10 h 10 | Arithmétique SM + JF | Suites MD + CM | Géométrie PM |
| 12 h 10 | Repas | | |
| 13 heures | Fonctions CD | Arithmétique SM + JF | Suites MD + CM |
| 15 h 15 | Film / Exposé | | |

Mardi 24 février 2026

| | Groupe 1 | Groupe 2 | Groupe 3 |
|------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| 10 heures | Suites JB + ASC | Fonctions CD | Probabilités FR + JP |
| 12 heures | Repas | | |
| 12 h 50 | Probabilités FR + JP | Géométrie PM | Fonctions CD |
| 15 heures | Géométrie PM | Probabilités FR + JP | Arithmétique JF + JB |

Arithmétique - Nombres

Exercice 1

1. Montrer qu'on ne peut pas trouver deux entiers naturels a et b tels que $3a^2 - b^2 = 10$.
2. a. Démontrer que le carré d'un entier est congru à 0, 1 ou 4 modulo 8.
b. Démontrer que si les longueurs des côtés et de la diagonale d'un rectangle sont des entiers alors l'aire du rectangle est divisible par 12.

Exercice 2

Déterminer trois nombres premiers p, q, r tels que $pq + 4 = r^4$.

Exercice 3

Déterminer toutes les paires (a, b) d'entiers strictement positifs tels que a^3 est un multiple de b^2 et $b - 1$ est un multiple de $a - 1$.

Exercice 4

Peut-on trouver des entiers premiers p et q et un entier non nul m tels que : $2^m p^2 + 1 = q^7$?

Exercice 5

Maxime a choisi quatre chiffres deux à deux distincts a, b, c, d parmi l'ensemble des chiffres de 1 à 9 et écrit les six entiers de deux chiffres $\overline{ac}, \overline{ba}, \overline{cd}, \overline{da}, \overline{db}, \overline{dc}$. Leur somme est égale à l'entier \overline{cab} et le produit de deux d'entre eux est égal à l'entier \overline{abcd} . Quels sont les quatre chiffres choisis par Maxime ?

Exercice 6

Soit p, q, r, s quatre nombres premiers tels que $5 < p < q < r < s < p + 10$.
Démontrer que la somme de ces quatre nombres premiers est divisible par 60.

Exercice 7

Déterminer le minimum de la somme $m + n$ où m et n sont deux entiers naturels tels que 2 022 divise $m + 2 026n$ et 2 026 divise $m + 2 022n$.

Fonctions – Équations – Inéquations

Exercice 1

Soit f une fonction de $[0,1]$ dans \mathbf{R}^+ tel que $f(1) = 1$ et, pour tous réels x et y de $[0,1]$ tels que $x + y \in [0,1]$,

$$f(x + y) \geq f(x) + f(y)$$

Montrer que, pour tout réel x de $[0,1]$, $f(x) \leq 2x$.

Exercice 2

Déterminer toutes les fonctions $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ telles que :

$$\text{pour tous réels } x \text{ et } y, f(x^2 - y^2) = (x - y)(f(x) + f(y)). \quad (*)$$

Exercice 3

Démontrer que pour tout entier naturel non nul n , l'inégalité (*)

$$\frac{1}{n+1} - \frac{2}{n+2} + \frac{3}{n+3} - \frac{4}{n+4} + \dots + \frac{2n-1}{3n-1} > \frac{1}{3}.$$

Exercice 4

Soit a, b, c les longueurs des trois côtés d'un triangle non aplati. On suppose que $a + b + c = 1$.

Soit n un entier tel que $n \geq 2$.

Montrer que $\sqrt[n]{a^n + b^n} + \sqrt[n]{b^n + c^n} + \sqrt[n]{c^n + a^n} < 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Exercice 5

Démontrer que pour tous réels strictement positifs a, b, c , $(a^2 + 2)(b^2 + 2)(c^2 + 2) \geq 9(ab + bc + ca)$.

Exercice 6 – Extrait CG 2025

On dit qu'une fonction f vérifie la propriété \mathcal{E} si, pour tout réel x , $f(x + 1) = \frac{1}{2} + \sqrt{f(x) - f(x)^2}$.

1. Proposer une fonction continue qui vérifie la propriété \mathcal{E} .
2. On rappelle qu'une fonction g définie sur \mathbf{R} est périodique s'il existe un réel $T > 0$ tel que :
pour tout réel x , $g(x + T) = g(x)$.

Soit f une fonction vérifiant \mathcal{E} . Montrer que f est périodique.

3. Proposer une infinité des fonctions continues f vérifiant \mathcal{E} et $f(0) = \frac{1}{2}$.

Exercice 7 – Asian Pacific Mathematics Olympiads 2018

Soit, pour tout nombre réel x non entier et tel que $0 < x < 2\,018$:

$$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-4} + \dots + \frac{1}{x-2\,018} \text{ et } g(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-5} + \dots + \frac{1}{x-2\,017}.$$

Montrer que pour tout nombre réel x non entier et tel que $0 < x < 2\,018$, $|f(x) - g(x)| > 2$.

Suites numériques

Exercice 1

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = u_1 = 1$ et, pour tout entier $n \geq 1$, $u_{n+1} = 1 + \frac{u_1^2}{u_0} + \frac{u_2^2}{u_1} + \dots + \frac{u_n^2}{u_{n-1}}$.

Déterminer le terme général u_n de la suite.

Exercice 2

Soit (u_n) la suite définie par $u_1 = 2, u_{10} = 30$ et, pour tout entier $n \geq 2$, $u_{n+1} = \frac{u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{n-1} + u_n}{n}$.

Déterminer la valeur de u_2 .

Exercice 3

Soit (u_n) définie par, pour tout entier naturel non nul n , $u_n = \frac{1}{n+n^2}$. On suppose qu'il existe deux entiers naturels non nuls n et m tels que $m < n$ et $u_m + u_{m+1} + \dots + u_n = \frac{1}{13}$.

Déterminer la valeur de $n - m$.

Exercice 4

Étudier la convergence de la suite (u_n) définie par son premier terme u_0 , réel positif, et pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = \sqrt{u_n} + \frac{1}{n+1}.$$

Exercice 5 – Extrait CG 2025

Soit (u_n) une suite réelle. On pose $v_0 = 0$ et, pour tout entier $n \geq 1$, $v_n = \sum_{k=0}^{n-1} |u_{k+1} - u_k|$.

On suppose que la suite (v_n) est majorée et on souhaite démontrer que la suite (u_n) converge.

1. Démontrer que la suite (v_n) converge.
2. Démontrer que, pour tout entier naturel n , on a $0 \leq u_{n+1} - u_n + |u_{n+1} - u_n| \leq 2|u_{n+1} - u_n|$.
3. En déduire que la suite $(u_n + v_n)$ converge.
4. Conclure.

Exercice 6 – Extrait CG 2025

Pour tout réel α , on appelle suite associée à α la suite (u_n) définie par $u_0 = u_1 = 1$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+2} = u_{n+1}^2 - \alpha u_n^4$.

On dit que α vérifie la propriété \mathcal{P} si tous les termes de la suite (u_n) associée à α sont strictement positifs.

1. Quels sont les réels α qui vérifient la propriété \mathcal{P} et qui appartiennent à :
 - a. l'intervalle $[1, +\infty[$?
 - b. l'intervalle $]-\infty, 0]$?
2. Soit α un réel appartenant à l'intervalle $]0, 1[$ et (u_n) la suite qui lui est associée. On suppose, dans cette question que α vérifie la propriété \mathcal{P} .
 - a. Démontrer que, pour tout entier naturel n , $0 < u_{n+1} \leq u_n \leq 1$.
 - b. Quelle est la limite de la suite (u_n) ?
 - c. Pour tout entier naturel n , on pose $x_n = \frac{u_{n+1}}{u_n^2}$. Exprimer x_{n+1} en fonction de α et de x_n .
 - d. Démontrer que la suite (x_n) admet une limite finie que l'on notera x_∞ et exprimer $x_\infty^2(1 - x_\infty)$ en fonction de α .
 - e. En déduire que $\alpha \leq \frac{4}{27}$.
3. Quels sont les réels α qui vérifient la propriété \mathcal{P} ?

Exercice 7

Soit (u_n) la suite définie sur \mathbf{N}^* par $u_1 = 1$ et, pour tout entier naturel non nul n , $u_{2n} = 1 + u_n$ et $u_{2n+1} = \frac{1}{u_{2n}}$.

Démontrer que pour tout nombre rationnel r , il existe un unique entier n tel que $u_n = r$.

Géométrie – Nombres complexes

Exercice 1

Dans un quadrilatère convexe d'aire 32 cm^2 , la somme des longueurs d'une diagonale et de deux côtés opposés est de 16 cm .

Déterminer toutes les valeurs possibles de la longueur de l'autre diagonale.

Exercice 2

1. Soit u et v deux nombres complexes. Montrer que $|u| + |v| \leq |u + v| + |u - v|$.

2. Soit u_1, u_2, u_3, u_4 quatre nombres complexes. Montrer que :

$$|u_1| + |u_2| + |u_3| + |u_4| \leq |u_1 + u_2| + |u_1 + u_3| + |u_1 + u_4| + |u_2 + u_3| + |u_2 + u_4| + |u_3 + u_4|$$

Exercice 3

Soit ABCDEF un hexagone régulier. On considère des points M et N situés respectivement sur [AC] et [CE] de telle sorte que $\frac{AM}{AC} = \frac{CN}{CE} = a$.

Déterminer le réel a tel que les points B, M et N soient alignés

Exercice 4

Soient ABC un triangle dont tous les angles sont aigus, Γ son cercle circonscrit, et O le centre de Γ . La hauteur de ABC issue de A recoupe Γ en un point D distinct de A, et le segment [AC] recoupe le cercle Γ' circonscrit à OCD en un point E distinct de C. Enfin, on note M le milieu du segment [BE].

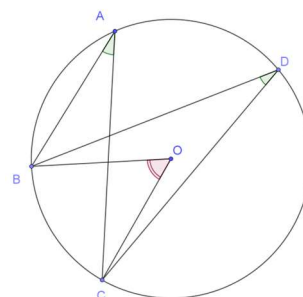
Démontrer que (DE) est parallèle à (OM).

Une propriété à connaître :

Si quatre points sont situés sur un même cercle (c'est-à-dire cocycliques) comme sur la figure ci-contre alors :

Les angles \widehat{BAC} et \widehat{BDC} sont appelés angles inscrits interceptant l'arc BC avec pour angle au centre correspondant \widehat{BOC} et

$$\widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} = 2\widehat{BDC}$$



Exercice 5

1. Soit A, B, C trois points alignés dans cet ordre. Du même côté de la droite (AC), on construit les points D et E tels que les triangles ABD et BCE sont équilatéraux. On note K et L les milieux respectifs des segments [AE] et [CD]. Montrer que le triangle BKL est équilatéral.

2. Soit ABCD un quadrilatère convexe. On note K et L les milieux respectifs des segments [AC] et [BD]. Montrer que si $AD^2 + BC^2 = 2KL^2$ alors le quadrilatère est un parallélogramme.

Exercice 6 – Addition sur une parabole – Extrait CG 2025

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Pour tout point M du plan, on note (x_M, y_M) ses coordonnées.

Soit \mathcal{P} la parabole d'équation $y = x^2$ et Δ la droite d'équation $y = -1$.

Pour tous points A et B de \mathcal{P} tels que $y_A \neq y_B$, on note $A \oplus B$ le point de \mathcal{P} dont l'abscisse est celle du point d'intersection des droites (AB) et Δ .

1. Soit A et B deux points de \mathcal{P} tels que $y_A \neq y_B$. Exprimer $x_{A \oplus B}$ en fonction de x_A et x_B .

2. Soit A, B et C trois points de \mathcal{P} . On suppose que $y_A \neq y_B, y_{A \oplus B} \neq y_C, y_B \neq y_C, y_A \neq y_{B \oplus C}$.

Démontrer que les points $(A \oplus B) \oplus C$ et $A \oplus (B \oplus C)$ sont confondus.

Pour tout point A de \mathcal{P} distinct du point O (de coordonnées $(0,0)$), on note $A\oplus A$ le point de \mathcal{P} dont l'abscisse est celle du point d'intersection de la tangente à \mathcal{P} en A et de Δ .

3. Soit A un point de \mathcal{P} distinct du point O .

a. Exprimer $x_{A\oplus A}$ en fonction de x_A .

b. Soit B un point de \mathcal{P} tel que $y_{A\oplus A} \neq y_B, y_A \neq y_B, y_A \neq y_{A\oplus B}$.

Démontrer que les points $(A\oplus A)\oplus B$ et $A\oplus(A\oplus B)$ sont confondus.

Exercice 7

Soit ABC un triangle inscrit dans un cercle Γ . On note A_1 le projeté orthogonal de A sur (BC) , B_1 le projeté orthogonal de A_1 sur (AB) et C_1 le projeté orthogonal de A_1 sur (AC) .

Est-il possible de trouver un point P intérieur au cercle et tel que la quadrilatère AB_1PC_1 soit convexe et de même aire que le triangle ABC ?

Probabilités – dénombrement

Exercice 1

Un programme génère des nombres aléatoires entre 0 et 1. Le programme est conçu de telle sorte que pour tout réel x de 0 à 1, la probabilité qu'il génère un nombre plus petit que x est trois fois plus grande que celle qu'il génère un nombre plus petit que $\frac{x}{4}$. De plus, la probabilité qu'il génère un nombre supérieur ou égal à x est identique à la probabilité qu'il génère un nombre plus petit que $1 - x$.

Calculer la probabilité que ce programme nous donne un nombre plus petit que $\frac{1}{21}$.

Exercice 2

On considère une grille rectangulaire de 2 rangées de 13 cases qu'on veut entièrement recouvrir de dominos de 1 case sur 2 ou de 1 case sur 3, sans chevauchement et en posant les dominos tous dans le même sens.

De combien de façons peut-on le faire ?

Exercice 3

Un professeur distribue 36 crayons de plusieurs couleurs à chacun de ses 37 étudiants de telle façon que chaque paire d'étudiants reçoit exactement un crayon de la même couleur.

Déterminer le plus petit nombre de couleurs différentes permettant de réaliser cette distribution.

Exercice 4

Les 9 joueurs d'une équipe de baseball sont assis autour d'une table ronde. On leur apporte 9 casquettes : 3 rouges, 3 vertes et 3 bleues. On distribue les casquettes de sorte que chaque joueur ait une casquette d'une couleur différente de celle de ses deux voisins. Calculer le nombre de manières de distribuer les casquettes aux 9 joueurs.

Exercice 5

Un cinéphile a vu 25 films en 2025, assistant à au plus une séance par jour, selon les hasards de la programmation et de ses humeurs.

Quelle est la probabilité qu'il ait vu un film au moins deux jours de suite ?

Exercice 6

1. Soit n, p, q trois entiers tels que $0 \leq p \leq n$ et $0 \leq q \leq p$. Exprimer, en fonction de n , la somme $\sum_{p=0}^n \sum_{q=0}^p (p + q)$.

2. Démontrer que si m, n, k sont trois entiers tels que $0 \leq k \leq \min(m, n)$ alors

$$\binom{m+n}{k} = \binom{n}{0} \binom{m}{k} + \binom{n}{1} \binom{m}{k-1} + \dots + \binom{n}{k} \binom{m}{0}.$$

Exercice 7 – tiré du CG 2010

Une sonde envoyée sur Mars par l'UE a réussi à observer des traces de vie sur la Planète Rouge. Il s'agit d'une forme primitive de vie et les êtres observés seront appelés cellules. Les scientifiques ont pu observer les faits suivants :

- il y a trois espèces de cellules qui seront désignées par les lettres A, B, C ;
- la reproduction de cellules implique la participation de trois cellules « parents » ;
- il ne peut y avoir de reproduction que lorsque les trois parents sont « compatibles », c'est-à-dire qu'au moins deux sont de la même espèce.

On nota a, b, c les proportions respectives des cellules A, B, C observées. On a donc $a + b + c = 1$.

1. Déterminer la probabilité p que trois cellules prises au hasard soient compatibles.

2. Montrer que $p \geq \frac{7}{9}$. On pourra d'abord établir une inégalité à c fixé.

3. Étude d'un scénario

Les scientifiques ont établi que lorsque les trois espèces de parents sont les mêmes la descendance est de la même espèce que ses parents. En revanche, lorsque deux parents sont d'une espèce α et que le troisième parent est d'une espèce β , alors le descendant est de l'espèce majoritaire α .

On va estimer l'évolution des proportions des différentes espèces au cours du temps. On note a_0, b_0, c_0 les proportions des différentes espèces à la génération 0 et on suppose que $a_0 > b_0 > c_0$. On note ensuite a_n, b_n, c_n les proportions des différentes espèces à la génération n .

Pour déterminer $a_{n+1}, b_{n+1}, c_{n+1}$, on prend au hasard trois cellules suivant les proportions a_n, b_n, c_n . Alors a_{n+1} est la probabilité que la descendance soit de type A sachant que les trois parents sont compatibles. De même pour b_{n+1}, c_{n+1} .

a. Montrer que $a_{n+1} = \frac{a_n^2(3-2a_n)}{1-6a_nb_nc_n}$, $b_{n+1} = \frac{b_n^2(3-2b_n)}{1-6a_nb_nc_n}$, $c_{n+1} = \frac{c_n^2(3-2c_n)}{1-6a_nb_nc_n}$.

b. Montrer que pour tout entier naturel n , $a_n > b_n > c_n$. En déduire que $a_n > \frac{1}{3}$, $b_n < \frac{1}{2}$ et $c_n < \frac{1}{3}$.

c. Vérifier que les suites $(a_n - b_n)$ et $(a_n - c_n)$ sont croissantes.

d. Prouver que les suites $(a_n), (b_n), (c_n)$ convergent et déterminer leurs limites.