

Un raisonnement de Pierre de Fermat

Si l'aire d'un triangle rectangle était un carré, il y aurait deux bicarrés dont la différence serait un carré : il s'ensuit qu'on aurait également deux bicarrés dont la somme et la différence seraient des carrés. Par conséquent, on aurait un nombre carré somme d'un carré et du double d'un carré, avec la condition que la somme des deux carrés qui servent à la composer soit également un carré. Mais si un nombre carré est somme d'un carré et du double d'un carré, sa racine est également somme d'un carré et du double d'un carré, ce que je puis prouver sans difficulté.

On conclura de là que cette racine est la somme de deux côtés d'un angle droit d'un triangle dont l'un des carrés composant formera la base et le double de l'autre carré la hauteur.

Ce triangle rectangle sera donc formé par deux nombres carrés dont la somme et la différence seront des carrés. Mais on prouvera que la somme de ces deux carrés est plus petite que ces deux carrés, dont on a également supposé que la somme et la différence soient des carrés. Donc, si on trouve deux carrés dont la somme et la différence soient des carrés, on donne par là même en nombres entiers deux carrés jouissant de la même propriété dont la somme est inférieure.

Par le même raisonnement, on aura ensuite une somme plus petite que celle déduite de la première et en continuant indéfiniment on trouvera toujours des nombres entiers plus petits satisfaisant aux mêmes conditions. Mais cela est impossible, puisque, un nombre entier étant donné, il ne peut y avoir une infinité de nombres entiers qui soient plus petits.