

Exercices Jeux et Stratégies.

Exercice 1 (Fort-Boyard).

On dispose de 21 allumettes. Chacun à son tour, l'un des deux joueurs prend 1, 2 ou 3 allumettes. Celui qui prend la dernière allumette gagne.
Déterminer celui des deux joueurs qui possède une stratégie gagnante.

Exercice 2.

On dispose d'un jeu complet de dominos. Deux joueurs jouent, chacun à son tour, selon la règle suivante : Le joueur choisit un domino parmi ceux non encore utilisés, et le place à l'une des extrémités de la chaîne déjà formée, de sorte que deux dominos adjacents aient toujours les mêmes numéros marqués sur leurs cases adjacentes.

Le premier qui ne peut jouer perd.

Déterminer celui des deux joueurs qui possède une stratégie gagnante.

Exercice 3.

a) Sur un tableau 2012×2012 formé exclusivement de cases blanches, Alice et Bob jouent au jeu suivant : Alice commence par noircir la case en haut à gauche. Bob doit alors noircir une case non encore noircie et adjacente (i.e. ayant un côté commun) à celle que vient de noircir Alice. Puis c'est au tour d'Alice de jouer, et de noircir une case blanche adjacente à la case précédemment noircie par Bob, et ainsi de suite. Lorsqu'un joueur ne peut plus jouer, il a perdu.

Déterminer lequel des deux joueurs possède une stratégie gagnante.

b) Et s'ils jouaient sur un tableau 2011×2011 ?

Exercice 4.

Partant de 0, Alice et Bob ajoutent chacun leur tour à la quantité en cours un nombre de leur choix parmi $\{1, 2, \dots, 10\}$. Celui qui atteint 100 gagne.
Qui a une stratégie gagnante?

Exercice 5.

On place un jeton sur la case $C1$ d'un échiquier classique. Deux joueurs le déplacent à tour de rôle, en respectant la règle suivante : à chaque tour, on peut déplacer le jeton d'autant de cases que l'on veut, mais au moins une, soit vers la droite, soit vers le haut soit en diagonale vers la droite et vers le haut. Celui des deux joueurs qui amène le jeton en $H8$ gagne.

Déterminer lequel des deux joueurs a une stratégie gagnante.

Exercice 6.

Sur la table se trouvent 1999 jetons. Tour à tour, Albert et Barbara doivent enlever au moins un jeton et au plus la moitié des jetons restants au moment où ils jouent. Le joueur qui laisse un unique jeton sur la table perd la partie. C'est Albert qui commence. Déterminer lequel des deux joueurs possède une stratégie gagnante et décrire une telle stratégie.

Exercice 7.

Alice et Bob jouent aux échecs, mais en ayant le droit d'enchaîner deux coups par tour. C'est Alice qui commence. Prouver qu'elle peut s'assurer de ne pas perdre.

Exercice 8.

On inscrit $n = 2$ sur un tableau. A tour de rôle, Alice (la première) et Bob ajoutent un diviseur d du nombre n qui est inscrit au moment où ils jouent, avec $0 < d < n$ (et laissent donc $n + d$).

(a) Le premier joueur qui fait dépasser 2011^{2012} perd. Qui a une stratégie gagnante?

(b) Le premier joueur qui fait dépasser 2012^{2011} perd. Qui a une stratégie gagnante?

Exercice 9.

Une plaquette de chocolat est un rectangle de $m \times n$ carrés-unité. Seul le carré en bas à gauche est empoisonné. A tour de rôle, Achille, en premier, et Béatrice découpe la plaquette selon la règle suivante : on choisit un carré c et prend tout le rectangle dont c est le coin inférieur gauche (il se peut que certains des carrés de ce rectangle aient déjà été pris auparavant). Evidemment, celui des deux qui prend le carré empoisonné perd.

Quel est celui qui a une stratégie gagnante?

Exercice 10.

Soit $n > 0$ un entier. A tour de rôle, Alice et Bob écrivent au tableau un entier strictement positif et ne dépassant pas n . Aucun nombre n'est effacé, et il est interdit d'écrire un nombre qui divise un nombre déjà écrit au tableau. C'est Alice qui commence et le premier qui ne peut plus jouer perd la partie. Qui a une stratégie gagnante?