



RÉGION ACADÉMIQUE
ÎLE-DE-FRANCE

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE
MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR,
DE LA RECHERCHE
ET DE L'INNOVATION



Olympiades académiques de mathématiques par équipe

Mardi 27 mars 2018

Durée de l'épreuve : 2 heures.
Les calculatrices sont autorisées.

Chaque équipe remet ses propositions pour les trois exercices proposés.
Un travail n'est collaboratif que lorsque les recherches et les démarches sont communes, partagées et mutualisées et lorsque les résultats sont collectivement contrôlés.

On peut remettre un travail inachevé, en indiquant en quoi il marque une étape dans la résolution du problème abordé.

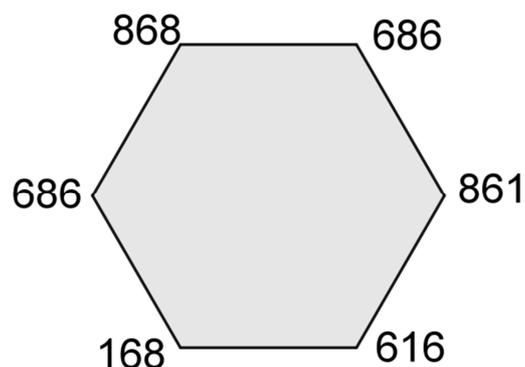
Exercice 1

Les derniers seront les premiers

On se donne un entier n . Aux sommets d'un hexagone régulier, on place des nombres entiers qui s'écrivent avec trois chiffres dont deux au moins sont distincts dans le système décimal sans utiliser le 0 et sont des multiples de n .

Ces nombres doivent respecter la règle suivante : en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre, le deuxième et le troisième chiffre d'un nombre deviennent respectivement le premier et le deuxième chiffre de son successeur.

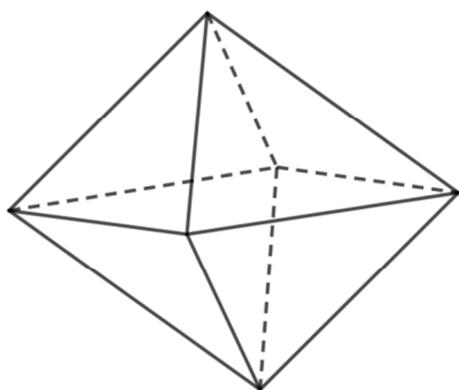
Ci-contre, un exemple, construit avec des multiples de 7.



1. Peut-on réaliser un tel schéma avec d'autres multiples de 7, dont l'un serait 154 ?
2. Un tel schéma est-il réalisable avec des multiples de 5 ?
3. Même question pour n prenant les valeurs 2, 3, 4, 6, 8, 9.

Exercice 2

Octaèdre régulier



Un octaèdre régulier est un solide qu'on peut considérer comme l'assemblage de deux pyramides régulières à base carrée dont les faces latérales sont des triangles équilatéraux. Il a donc 8 faces triangulaires et 6 sommets. C'est un des cinq polyèdres réguliers. **Un patron d'un octaèdre régulier est fourni avec le matériel de composition.**

Sur chacune des faces d'un tel octaèdre, on écrit un des entiers compris entre 1 et 8. Chacun de ces entiers est utilisé une et une seule fois. Chaque sommet appartient à quatre faces, et pour chaque sommet on fait la somme des nombres inscrits sur ces quatre faces.

1. Est-il possible que quatre sommets situés dans un même plan (les sommets d'un carré, donc) reçoivent le même total de points ?
2. Si trois sommets d'un carré reçoivent le même total, quel total reçoit le quatrième ?
3. On observe cinq totaux identiques. Quels sont-ils ? Quel est le sixième total ?
4. On observe quatre totaux identiques et pas cinq. Un des deux autres totaux est 16. Quel est le dernier ?

Exercice 3

Suites de chiffres

Le protocole suivant permet de définir des suites de chiffres :

- Donner les quatre premiers chiffres de la suite, par exemple 1 – 2 – 3 – 4.
- Chaque terme nouveau est le chiffre des unités de la somme des quatre précédents. Par exemple, en partant de 1 – 2 – 3 – 4, les chiffres qui suivent sont : 0 – 9 – 6 – 9 – 4 – 8 – 7 – etc.

1. Quel est le vingtième chiffre de la suite dont les premiers termes sont 1 – 7 – 8 – 9 ?
2. Quels sont les chiffres de la suite dont les premiers termes sont 5 – 5 – 5 – 5 ?
3. La suite commençant par 2, 0, 1, 8 fait-elle apparaître la succession 2, 0, 1, 7 ?
4. La suite commençant par 2, 0, 1, 8 fait-elle apparaître une deuxième fois 2, 0, 1, 8 ?