



Académie de Versailles

# Olympiades académiques de mathématiques de quatrième

## Concours 2006

\*\*\*

**Mardi 28 mars 2006**

Durée de l'épreuve : 2 heures.  
Les calculatrices sont autorisées.

\*\*\*

Les quatre exercices sont à traiter. Les candidats sont invités à faire figurer sur les copies les résultats, même partiels, auxquels ils sont parvenus, et les idées qui leur sont venues.

INSTITUT NATIONAL  
DE RECHERCHE  
EN INFORMATIQUE  
ET EN AUTOMATIQUE

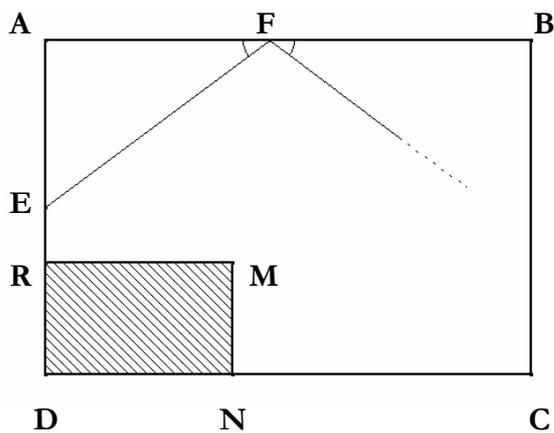


partenaire de l'académie de Versailles

### Exercice numéro 1

1. Quel est le nombre de chiffres du nombre  $N = 10^{2006} - 2006$  ?
2. Quelle est la somme des chiffres de  $N$  ?

### Exercice numéro 2



Un escargot se promène dans un jardin de forme rectangulaire entouré d'un mur. Une maisonnette en occupe un coin. Sur le schéma ci-contre, le rectangle **ABCD** représente le jardin, le rectangle **RMND** la maisonnette.

L'unité de longueur est le mètre. On donne :  
**AB** = 13, **BC** = 9, **MN** = 3, **DN** = 5.  
 Soit **E** le point de **[AD]** tel que **AE** = 4,5.

L'escargot part du point **E** et se déplace en ligne droite. Il atteint le mur en **F**, point de **[AB]** tel que **EF** = 7,5. Il poursuit son chemin comme si sa trajectoire se réfléchissait sur l'obstacle (les angles de même mesure sont indiqués sur la figure). Il rebondit de même sur **[BC]** en un point **G** puis sur **[NC]** en un point **H** avant d'atteindre **[MN]** en un point **P**.

1. Compléter la figure et coder les angles de même mesure.
2. Déterminer la distance **PN**.
3. Les points **H**, **P** et **E** sont-ils alignés ?

### Exercice numéro 3

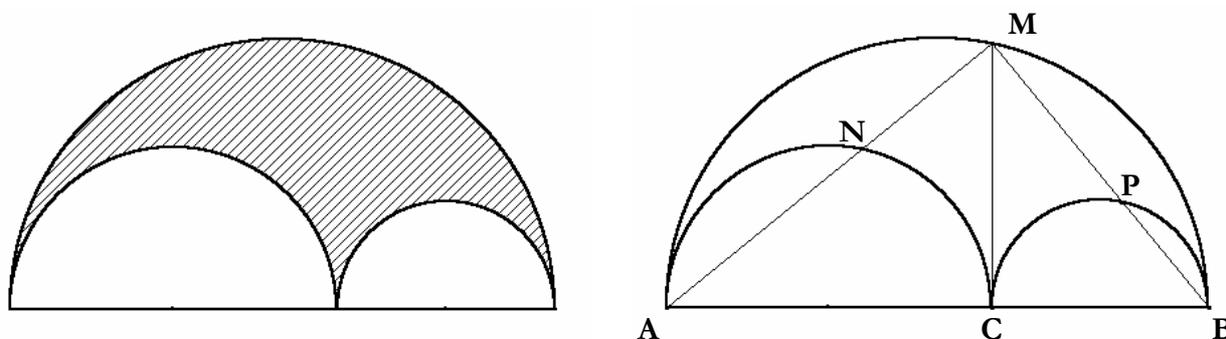
On s'intéresse aux diverses façons d'écrire un nombre entier naturel comme somme d'autres nombres entiers naturels (pour éviter les répétitions, ils sont écrits dans l'ordre croissant). Par exemple :

$5 = 1+1+1+1+1$ ,  $5 = 1+1+1+2$ ,  $5 = 1+1+3$ ,  $5 = 1+2+2$ ,  $5 = 1+4$ ,  $5 = 2+3$  sont les six décompositions possibles du nombre 5.

À chacune des sommes ainsi écrites, on associe le produit de ses termes. Les résultats obtenus pour 5 sont 1, 2, 3, 4 et 6.

1. Quelles sont les décompositions possibles du nombre 7? Quels sont les produits correspondants? Lequel est le plus grand?
2. On s'intéresse à présent aux décompositions du nombre 28, qu'on ne cherchera pas à écrire, et aux produits correspondants.
  - a. On considère une décomposition quelconque du nombre 28 où apparaît le nombre 1. On appelle P le produit associé. Trouver une décomposition dont le produit associé est supérieur à P.
  - b. On considère une décomposition quelconque du nombre 28 où apparaît le nombre 5. On appelle R le produit associé. Trouver une décomposition dont le produit associé est supérieur à R.
  - c. Quelles décompositions de 28 donnent le plus grand produit associé?

### Exercice numéro 4



La forme hachurée ci-dessus (figure de gauche) est appelée *arbelos*. Sur la figure de droite, on peut voir qu'elle est construite à l'aide de trois demi-cercles dont les diamètres  $[AB]$ ,  $[BC]$  et  $[AC]$  sont tels que C est un point de  $[AB]$ .

On considère le point M, point d'intersection de la perpendiculaire en C à  $(AB)$  avec le demi-cercle de diamètre  $[AB]$ . Les droites  $(AM)$  et  $(BM)$  coupent les demi-cercles de diamètres  $[AC]$  et  $[BC]$  respectivement en N et P.

1. Montrer que l'aire de la figure hachurée est égale à l'aire du disque de diamètre  $[CM]$ .
2. Montrer que la droite  $(NP)$  est tangente aux cercles de diamètres  $[AC]$  et  $[BC]$ .