

Exercice 3 du concours STD2A, STI2D, STL

Élection paradoxale

1. Le total des points obtenus par les trois candidats est le produit du nombre de votants par 7, chaque votant ayant attribué 7 points. Il y avait donc 20 votants.

2. Ali a été classé 4 fois premier. Si on note x le nombre de fois qu'Ali a été classé deuxième et y le nombre de fois qu'il a été classé troisième, on a : $2x + 4y = 40$, c'est-à-dire $x + 2y = 20$. Compte tenu du nombre de votants, on a aussi $x + y = 16$. Il s'ensuit que $y = 4$ et $x = 12$. Ali a été classé 12 fois deuxième et 4 fois troisième.

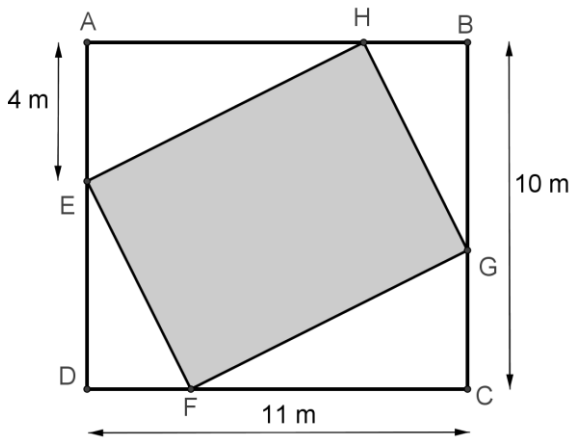
Caro a été classée le plus souvent première, et elle l'a été un nombre impair de fois, puisque son total est impair, et un nombre de fois supérieur à 7 puisqu'elle l'a été le plus souvent. Faisons dans chacune des hypothèses le même raisonnement que pour Ali. On appelle cette fois a le nombre de fois que Caro a été classée deuxième et b le nombre de fois qu'elle a été classée troisième (a et b sont des entiers naturels) :

Nombre de premières places pour Caro	9	11	13	15
Équation portant sur le total des points obtenus	$a + 2b = 18$	$a + 2b = 17$	$a + 2b = 16$	$a + 2b = 15$
Équation portant sur le total des votants	$a + b = 11$	$a + b = 9$	$a + b = 7$	$a + b = 5$
Nombre de troisièmes places pour Caro	7	8	Pas de solution	Pas de solution

Deux hypothèses restent envisageables. Ali ayant été classé 4 fois troisième, il reste 16 places de troisième à répartir entre Bela et Caro, Bela en obtenant davantage que Caro. Caro a donc été classée 9 fois première, 4 fois deuxième et 7 fois troisième.

Exercice 4 du concours STD2A, STI2D, STL

Les pieds dans le tapis



Notons x la distance HB.

Les triangles HBG et EAH sont rectangles respectivement en B et A, et ils ont les mêmes angles aigus. Les tangentes des angles \widehat{BGH} et \widehat{AHE} sont égales :

$$\frac{x}{6} = \frac{4}{11 - x}$$

Cette égalité se traduit par une équation du second degré dont les solutions sont 3 et 8.

La somme des aires des quatre triangles rectangles deux à deux superposables est 50 m^2 dans l'hypothèse $x = 3$, elle est 60 m^2 dans l'hypothèse $x = 8$. C'est ce dernier résultat qu'il faut retenir, le tapis recouvrant moins de la moitié de la surface au sol.