



MINISTÈRE DE  
L'ÉDUCATION NATIONALE

MINISTÈRE DE  
L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR  
ET DE LA RECHERCHE

# Olympiades académiques de mathématiques

*Académies d'Amiens, de Caen, de la Corse,  
de Grenoble, de Rouen et de Versailles*

## Classes de quatrième

### *Concours René Merckhoffer*

**Jeudi 3 avril 2014**

Durée de l'épreuve : 2 heures.

Les calculatrices sont autorisées.

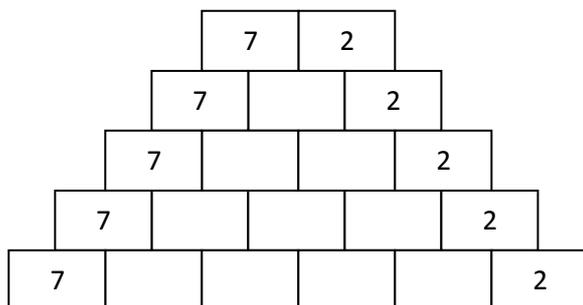
Les quatre exercices sont à traiter. Les candidats sont invités à faire figurer sur les copies les résultats, même partiels, auxquels ils sont parvenus, et les idées qui leur sont venues.

## Exercice 1

### Des pyramides de Pascale

On appelle pyramide de Pascale un empilement de cases complétées de la manière suivante :

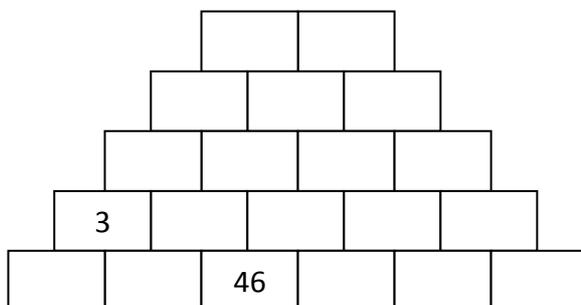
- on choisit deux nombres entiers positifs  $m$  et  $n$  ;
- le premier nombre de chaque ligne est égal à  $m$  (dans l'exemple ci-dessous  $m = 7$ ) ;
- le dernier nombre de chaque ligne est égal à  $n$  (dans l'exemple ci-dessous  $n = 2$ ) ;
- un nombre inscrit dans une case est égal à la somme des nombres inscrits dans les deux cases situées juste au-dessus.



Exemple de pyramide de Pascale avec  $m = 7$  et  $n = 2$ .

On n'a représenté ici que les cinq premières lignes.

- a. Reproduire et compléter l'exemple de pyramide de Pascale ci-dessus.  
b. Pour chaque ligne, calculer la somme des nombres figurant sur celle-ci.  
Que remarque-t-on ?
- Si l'on considère la pyramide de Pascale associée aux nombres entiers  $m = 1$  et  $n = 1$ , sur quelle ligne la somme des nombres sera-t-elle égale à 1024 ?
- Prouver que, pour des nombres entiers  $m$  et  $n$  quelconques, la somme des nombres de la quatrième ligne est égale au double de la somme des nombres de la troisième ligne.
- Compléter la pyramide de Pascale ci-dessous.



## Exercice 2

### La frise

Christophe a découpé quarante formes identiques à celle représentée ci-dessous (*figure 1*).  
Il a commencé à les assembler en une frise régulière (*figure 2*).  
Lorsqu'il aura fini de poser la quarantième forme, quel sera le périmètre de la frise ainsi créée ?

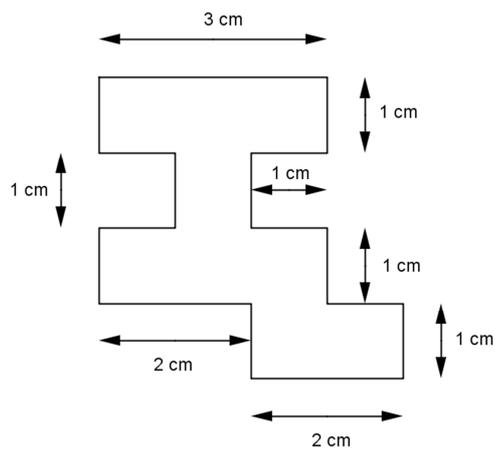


Figure 1

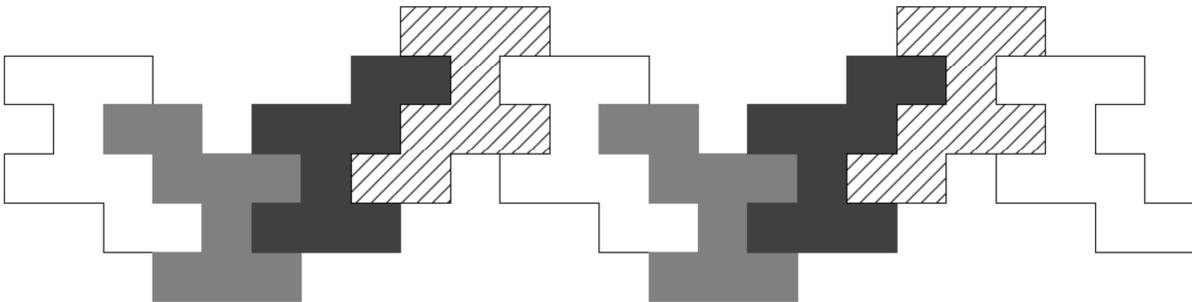


Figure 2

### Exercice 3

#### Le tableau

On considère le tableau ci-dessous dont seulement quelques lignes – les premières – sont ici présentées, et certaines remplies.

A	B	C	D	E
	1	4	7	
22	19	16	13	10
	25	28	31	
46	43	40	37	34
	49	...	...	
...	...	...	...	...

Expliquer pourquoi le nombre 2 014 figure dans ce tableau.  
Déterminer la ligne et la colonne du tableau correspondant.

### Exercice 4

#### D'une distance à l'autre

On considère deux points A et B tels que :  $AB = 10$ .

Sur le segment  $[AB]$ , on place le point C tel que :  $AC = 6$  (et par conséquent :  $CB = 4$ ).

D'un même côté de la droite  $(AB)$ , on place les points D et E tels que :  $DC = DB = 3$ ,  $EA = 8$  et  $EC = 6$ .

Calculer la distance DE.