

Annexe**MATHÉMATIQUES****CYCLE TERMINAL DE LA SÉRIE ÉCONOMIQUE ET SOCIALE ET DE LA SÉRIE LITTÉRAIRE****CLASSE DE PREMIÈRE**

L'enseignement des mathématiques au collège et au lycée a pour but de donner à chaque élève la culture mathématique indispensable pour sa vie de citoyen et les bases nécessaires à son projet de poursuite d'études. Le cycle terminal des séries ES et L permet l'acquisition d'un bagage mathématique qui favorise une adaptation aux différents cursus accessibles aux élèves, en développant leur sens critique vis-à-vis des informations chiffrées et, plus largement, en les formant à la pratique d'une démarche scientifique.

L'apprentissage des mathématiques cultive des compétences qui facilitent une formation tout au long de la vie et aident à mieux appréhender une société en évolution. Au-delà du cadre scolaire, il s'inscrit dans une perspective de formation de l'individu.

Objectif général

Outre l'apport de nouvelles connaissances, le programme vise le développement des compétences suivantes :

- mettre en œuvre une recherche de façon autonome ;
- mener des raisonnements ;
- avoir une attitude critique vis-à-vis des résultats obtenus ;
- communiquer à l'écrit et à l'oral.

Raisonnement et langage mathématiques

Comme en classe de seconde, les capacités d'argumentation et de logique font partie intégrante des exigences du cycle terminal.

Les concepts et méthodes relevant de la logique mathématique ne font pas l'objet de cours spécifiques mais prennent naturellement leur place dans tous les champs du programme.

De même, le vocabulaire et les notations mathématiques ne sont pas fixés d'emblée, mais sont introduits au cours du traitement d'une question en fonction de leur utilité.

Il convient de prévoir des temps de synthèse, l'objectif étant d'atteindre une bonne maîtrise en fin de cycle terminal.

Utilisation d'outils logiciels

L'utilisation de logiciels, d'outils de visualisation et de simulation, de calcul (formel ou scientifique) et de programmation change profondément la nature de l'enseignement en favorisant une démarche d'investigation. En particulier, lors de la résolution de problèmes, l'utilisation de logiciels de calcul formel peut limiter le temps consacré à des calculs très techniques afin de se concentrer sur la mise en place de raisonnements.

L'utilisation de ces outils intervient selon trois modalités :

- par le professeur, en classe, avec un dispositif de visualisation collective ;
- par les élèves, sous forme de travaux pratiques de mathématiques ;
- dans le cadre du travail personnel des élèves hors de la classe.

Diversité de l'activité de l'élève

Les activités proposées en classe et hors du temps scolaire prennent appui sur la résolution de problèmes essentiellement en lien avec d'autres disciplines. Elles enrichissent la culture scientifique dans différents domaines : historique, économique, artistique, etc. De nature diverse, elles doivent entraîner les élèves à :

- chercher, expérimenter, modéliser, en particulier à l'aide d'outils logiciels ;
- choisir et appliquer des techniques de calcul ;
- mettre en œuvre des algorithmes ;
- raisonner, démontrer, trouver des résultats partiels et les mettre en perspective ;
- expliquer oralement une démarche, communiquer un résultat par oral ou par écrit.

Des éléments d'épistémologie et d'histoire des mathématiques s'insèrent naturellement dans la mise en œuvre du programme. Connaître le nom de quelques mathématiciens célèbres, la période à laquelle ils ont vécu et leur contribution fait partie intégrante du bagage culturel de tout élève ayant une formation scientifique. La présentation de textes historiques aide à comprendre la genèse et l'évolution de certains concepts.

Fréquents, de longueur raisonnable et de nature variée, les travaux hors du temps scolaire contribuent à la formation des élèves et sont essentiels à leur progression. Ils sont conçus de façon à prendre en compte la diversité et l'hétérogénéité de leurs aptitudes.

Les modes d'évaluation prennent également des formes variées, en phase avec les objectifs poursuivis. En particulier, l'aptitude à mobiliser l'outil informatique dans le cadre de la résolution de problèmes est à évaluer.

Organisation du programme

Le programme fixe les objectifs à atteindre en termes de capacités. Il est conçu pour favoriser une acquisition progressive des notions et leur pérennisation. Son plan n'indique pas la progression à suivre. Les capacités attendues dans le domaine de l'algorithmique d'une part et du raisonnement d'autre part sont rappelées en fin de programme. Elles doivent être exercées à l'intérieur de chaque champ du programme. Les exigences doivent être modestes et conformes à l'esprit des filières concernées. Les activités de type algorithmique sont signalées par le symbole \diamond .

1. Algèbre et analyse

Le programme s'inscrit, comme celui de la classe de seconde, dans le cadre de la résolution de problèmes. Les situations proposées répondent à des problématiques clairement identifiées d'origine purement mathématique ou en lien avec d'autres disciplines.

Un des objectifs de ce programme est de doter les élèves d'outils mathématiques permettant de traiter des problèmes relevant de la modélisation de phénomènes continus ou discrets.

Ainsi, on consolide l'ensemble des fonctions mobilisables, enrichi de deux nouvelles fonctions de référence, la fonction racine carrée et la fonction cube.

On introduit un nouvel outil : la dérivation. L'acquisition du concept de dérivée est un point fondamental du programme de première. Les fonctions étudiées sont toutes régulières et on se contente d'une approche intuitive de la notion de limite finie en un point.

En relation avec l'étude de phénomènes discrets, la maîtrise du traitement de données numériques nécessite la manipulation aisée des pourcentages. Il convient sur ce sujet de conforter les méthodes déjà rencontrées à l'aide de situations variées relevant par exemple d'un contexte économique ou du traitement d'informations chiffrées fournies par les médias.

Dans de nombreux domaines, notamment l'économie ou les sciences sociales, on s'intéresse à l'évolution de phénomènes qui peuvent être modélisés par une suite. L'introduction de la notion de suite peut ainsi s'appuyer sur ces situations concrètes en exploitant largement, dans des registres différents, les activités algorithmiques et le tableur qui favorisent la compréhension de la notation indicielle.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Second degré Forme canonique d'une fonction polynôme de degré deux. Équation du second degré, discriminant. Signe du trinôme.	<ul style="list-style-type: none"> Utiliser la forme la plus adéquate d'une fonction polynôme de degré deux en vue de la résolution d'un problème : développée, factorisée, canonique. 	On fait le lien avec les représentations graphiques étudiées en classe de seconde. La mise sous forme canonique n'est pas un attendu du programme. \diamond Des activités algorithmiques sont réalisées dans ce cadre.
Étude de fonctions Fonctions de référence $x \mapsto \sqrt{x}$ et $x \mapsto x^3$. Nombre dérivé d'une fonction en un point. Tangente à la courbe représentative d'une fonction dérivable en un point.	<ul style="list-style-type: none"> Connaître les variations de ces fonctions et leur représentation graphique. Tracer une tangente connaissant le nombre dérivé. 	Le nombre dérivé est défini comme limite du taux d'accroissement $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ quand h tend vers 0. On ne donne pas de définition formelle de la limite. L'utilisation des outils logiciels facilite l'introduction du nombre dérivé.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Fonction dérivée.</p> <p>Dérivée des fonctions usuelles : $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto \frac{1}{x}$ et $x \mapsto x^n$ (n entier naturel non nul).</p> <p>Dérivée d'une somme, d'un produit et d'un quotient.</p> <p>Lien entre signe de la dérivée et sens de variation.</p> <p>Extremum d'une fonction.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Calculer la dérivée de fonctions. • Exploiter le sens de variation pour l'obtention d'inégalités. 	<p>On évite tout excès de technicité dans les calculs de dérivation. Si nécessaire, dans le cadre de la résolution de problèmes, le calcul de la dérivée d'une fonction est facilité par l'utilisation d'un logiciel de calcul formel.</p> <p>On traite quelques problèmes d'optimisation.</p>
<p>Pourcentages</p> <p>Lien entre une évolution et un pourcentage.</p> <p>Évolutions successives ; évolution réciproque.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Calculer une évolution exprimée en pourcentage. • Exprimer en pourcentage une évolution. • Connaissant deux taux d'évolution successifs, déterminer le taux d'évolution global. • Connaissant un taux d'évolution, déterminer le taux d'évolution réciproque. 	<p>L'objectif est double :</p> <ul style="list-style-type: none"> - entraîner les élèves à une pratique aisée de techniques élémentaires de calcul sur les pourcentages ; - amener les élèves à avoir une attitude critique vis-à-vis des informations chiffrées. <p>Les situations d'évolutions successives ou d'évolution réciproque conduisent les élèves à s'approprier le coefficient multiplicateur $1 + \frac{t}{100}$ comme outil efficace de résolution de problèmes.</p> <p>On fait observer que les évolutions peuvent également être formulées en termes d'indices.</p>

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Suites Modes de génération d'une suite numérique.</p> <p>Sens de variation d'une suite numérique.</p> <p>Suites arithmétiques, suites géométriques de raison positive.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Modéliser et étudier une situation simple à l'aide de suites. ◇ Mettre en œuvre un algorithme permettant de calculer un terme de rang donné. ● Exploiter une représentation graphique des termes d'une suite. ● Écrire le terme général d'une suite arithmétique ou géométrique définie par son premier terme et sa raison. ● Connaître le sens de variation des suites arithmétiques et des suites géométriques de terme général q^n. 	<p>Il est important de varier les outils et les approches.</p> <p>L'utilisation du tableur et la mise en œuvre d'algorithmes sont l'occasion d'étudier en particulier des suites générées par une relation de récurrence.</p> <p>À partir de situations concrètes, exploitées conjointement dans les registres graphique et numérique, on introduit les notions de :</p> <ul style="list-style-type: none"> - suite arithmétique, variation absolue, évolution linéaire ; - suite géométrique, variation relative, évolution exponentielle. <p>On mène une comparaison de ces deux types d'évolution et on sensibilise les élèves à l'existence d'autres types d'évolution.</p> <p>◇ On peut utiliser un algorithme ou un tableur pour traiter des problèmes de comparaison d'évolutions, de seuils et de taux moyen.</p>

2. Statistiques et probabilités

L'étude et la comparaison de séries statistiques menées en classe de seconde se poursuivent avec la mise en place de nouveaux outils dans l'analyse de données.

L'objectif est de faire réfléchir les élèves sur des données réelles, riches et variées (issues, par exemple, de fichiers mis à disposition par l'Insee).

La notion de loi de probabilité d'une variable aléatoire permet de modéliser des situations aléatoires, d'en proposer un traitement probabiliste et de justifier certains faits observés expérimentalement en classe de seconde.

L'utilisation des arbres pondérés est développée pour modéliser la répétition d'expériences identiques et indépendantes. Elle est restreinte à ce cadre afin d'éviter toute confusion avec des situations relevant des probabilités conditionnelles.

Dans le cas particulier d'expériences identiques et indépendantes à deux issues, on introduit la loi binomiale. En s'appuyant sur cette loi, on poursuit la formation des élèves dans le domaine de l'échantillonnage.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Statistique descriptive, analyse de données Caractéristiques de dispersion : variance, écart-type. Diagramme en boîte.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Utiliser de façon appropriée les deux couples usuels qui permettent de résumer une série statistique : (moyenne, écart-type) et (médiane, écart interquartile). ● Étudier une série statistique ou mener une comparaison pertinente de deux séries statistiques à l'aide d'un logiciel ou d'une calculatrice. 	<p>On utilise la calculatrice ou un logiciel pour déterminer la variance et l'écart-type d'une série statistique.</p> <p>Des travaux réalisés à l'aide d'un logiciel permettent de faire observer des exemples d'effets de structure lors du calcul de moyennes.</p>
<p>Probabilités Variable aléatoire discrète et loi de probabilité. Espérance.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Déterminer et exploiter la loi d'une variable aléatoire. ● Interpréter l'espérance comme valeur moyenne dans le cas d'un grand nombre de répétitions. 	<p>À l'aide de simulations et d'une approche heuristique de la loi des grands nombres, on fait le lien avec la moyenne d'une série de données.</p> <p>On exploite les fonctionnalités de la calculatrice ou d'un logiciel pour déterminer l'espérance d'une variable aléatoire.</p>

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Modèle de la répétition d'expériences identiques et indépendantes à deux ou trois issues.</p> <p>Épreuve de Bernoulli, loi de Bernoulli.</p> <p>Schéma de Bernoulli, loi binomiale (loi du nombre de succès).</p> <p>Coefficients binomiaux.</p> <p>Espérance de la loi binomiale.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Représenter la répétition d'expériences identiques et indépendantes par un arbre pondéré. ● Utiliser cette représentation pour déterminer la loi d'une variable aléatoire associée à une telle situation. ● Reconnaître des situations relevant de la loi binomiale. ● Calculer une probabilité dans le cadre de la loi binomiale. ● Utiliser l'espérance d'une loi binomiale dans des contextes variés. 	<p>Pour la répétition d'expériences identiques et indépendantes, la probabilité d'une liste de résultats est le produit des probabilités de chaque résultat.</p> <p>La notion de probabilité conditionnelle est hors programme.</p> <p>La représentation à l'aide d'un arbre est privilégiée : il s'agit ici d'installer une représentation mentale efficace. On peut ainsi :</p> <ul style="list-style-type: none"> - faciliter la découverte de la loi binomiale pour des petites valeurs de n ($n \leq 4$) ; - introduire le coefficient binomial $\binom{n}{k}$ comme nombre de chemins de l'arbre réalisant k succès pour n répétitions ; - établir enfin la formule générale de la loi binomiale. <p>L'utilisation des coefficients binomiaux dans des problèmes de dénombrement et leur écriture à l'aide des factorielles ne sont pas des attendus du programme.</p> <p>En pratique, on utilise une calculatrice ou un logiciel pour obtenir les valeurs des coefficients binomiaux, calculer directement des probabilités et représenter graphiquement la loi binomiale.</p> <p>La formule donnant l'espérance de la loi binomiale est conjecturée puis admise.</p> <p>◇ On peut simuler la loi binomiale avec un algorithme.</p>
<p>Échantillonnage Utilisation de la loi binomiale pour une prise de décision à partir d'une fréquence.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Exploiter l'intervalle de fluctuation à un seuil donné, déterminé à l'aide de la loi binomiale, pour rejeter ou non une hypothèse sur une proportion. 	<p>L'objectif est d'amener les élèves à expérimenter la notion de « différence significative » par rapport à une valeur attendue et à remarquer que, pour une taille de l'échantillon importante, on conforte les résultats vus en classe de seconde.</p> <p>◇ L'intervalle de fluctuation peut être déterminé à l'aide d'un tableur ou d'un algorithme.</p> <p>Le vocabulaire des tests (test d'hypothèse, hypothèse nulle, risque de première espèce) est hors programme.</p>

Algorithmique

En seconde, les élèves ont conçu et mis en œuvre quelques algorithmes. Cette formation se poursuit tout au long du cycle terminal.

Dans le cadre de cette activité algorithmique, les élèves sont entraînés à :

- décrire certains algorithmes en langage naturel ou dans un langage symbolique ;
- en réaliser quelques-uns à l'aide d'un tableur ou d'un programme sur calculatrice ou avec un logiciel adapté ;
- interpréter des algorithmes plus complexes.

Aucun langage, aucun logiciel n'est imposé.

L'algorithmique a une place naturelle dans tous les champs des mathématiques et les problèmes posés doivent être en relation avec les autres parties du programme (algèbre et analyse, statistiques et probabilités, logique), mais aussi avec les autres disciplines ou le traitement de problèmes concrets.

À l'occasion de l'écriture d'algorithmes et de programmes, il convient de donner aux élèves de bonnes habitudes de rigueur et de les entraîner aux pratiques systématiques de vérification et de contrôle.

Instructions élémentaires (affectation, calcul, entrée, sortie).

Les élèves, dans le cadre d'une résolution de problèmes, doivent être capables :

- d'écrire une formule permettant un calcul ;
- d'écrire un programme calculant et donnant la valeur d'une fonction ;
- ainsi que les instructions d'entrées et sorties nécessaires au traitement.

Boucle et itérateur, instruction conditionnelle

Les élèves, dans le cadre d'une résolution de problèmes, doivent être capables de :

- programmer un calcul itératif, le nombre d'itérations étant donné ;
- programmer une instruction conditionnelle, un calcul itératif, avec une fin de boucle conditionnelle.

Notations et raisonnement mathématiques

Cette rubrique, consacrée à l'apprentissage des notations mathématiques et à la logique, ne doit pas faire l'objet de séances de cours spécifiques mais doit être répartie sur toute l'année scolaire.

Notations mathématiques

Les élèves doivent connaître les notions d'élément d'un ensemble, de sous-ensemble, d'appartenance et d'inclusion, de réunion, d'intersection et de complémentaire et savoir utiliser les symboles de base correspondants: \in , \subset , \cup , \cap ainsi que la notation des ensembles de nombres et des intervalles.

Pour le complémentaire d'un ensemble A , on utilise la notation des probabilités \overline{A} .

Pour ce qui concerne le raisonnement logique, les élèves sont entraînés, sur des exemples à :

- utiliser correctement les connecteurs logiques « et », « ou » et à distinguer leur sens des sens courants de « et », « ou » dans le langage usuel ;
- utiliser à bon escient les quantificateurs universel, existentiel (les symboles \forall , \exists ne sont pas exigibles) et à repérer les quantifications implicites dans certaines propositions et, particulièrement, dans les propositions conditionnelles ;
- distinguer, dans le cas d'une proposition conditionnelle, la proposition directe, sa réciproque, sa contraposée et sa négation ;
- utiliser à bon escient les expressions « condition nécessaire », « condition suffisante » ;
- formuler la négation d'une proposition ;
- utiliser un contre-exemple pour infirmer une proposition universelle ;
- reconnaître et utiliser des types de raisonnement spécifiques : raisonnement par disjonction des cas, recours à la contraposée, raisonnement par l'absurde.