



Ressources pour la classe de première générale et technologique

Mathématiques Série STD2A

Images, histogrammes et logarithmes

Ces documents peuvent être utilisés et modifiés librement dans le cadre des activités d'enseignement scolaire, hors exploitation commerciale.

Toute reproduction totale ou partielle à d'autres fins est soumise à une autorisation préalable du Directeur général de l'enseignement scolaire.

La violation de ces dispositions est passible des sanctions édictées à l'article L.335-2 du Code de la propriété intellectuelle.

24 octobre 2011

Images, histogrammes et logarithmes

Thème :

Étudier les divers histogrammes associés aux images en niveaux de gris.

Niveau :

Le début de l'activité peut être fait en classe de Première STD2A, mais tout ce qui concerne les logarithmes devra être réservé aux classes Terminales.

Situation d'accroche :

Comment distinguer, de manière objective, différentes zones dans une image numérique en niveaux de gris ?

Documents supports :

Photographies en gris et en couleurs

Domaines :

Fonctions de référence, notions de statistique descriptive du programme de Seconde.

Capacités :

Manipuler des formules et des fonctions dans un tableur

Maîtriser quelques indicateurs statistiques élémentaires (histogramme, moyenne, médiane).

Outils :

Tableur, Logiciel de traitement d'images

Auteurs :

R. Cabane, L. Degraeve, P. Dutarte

Crédits :

Les photographies proviennent des collections personnelles des auteurs.

Le motif de l'assiette Bottna de Marimekko™ est dû à Anna Danielsson, designer.

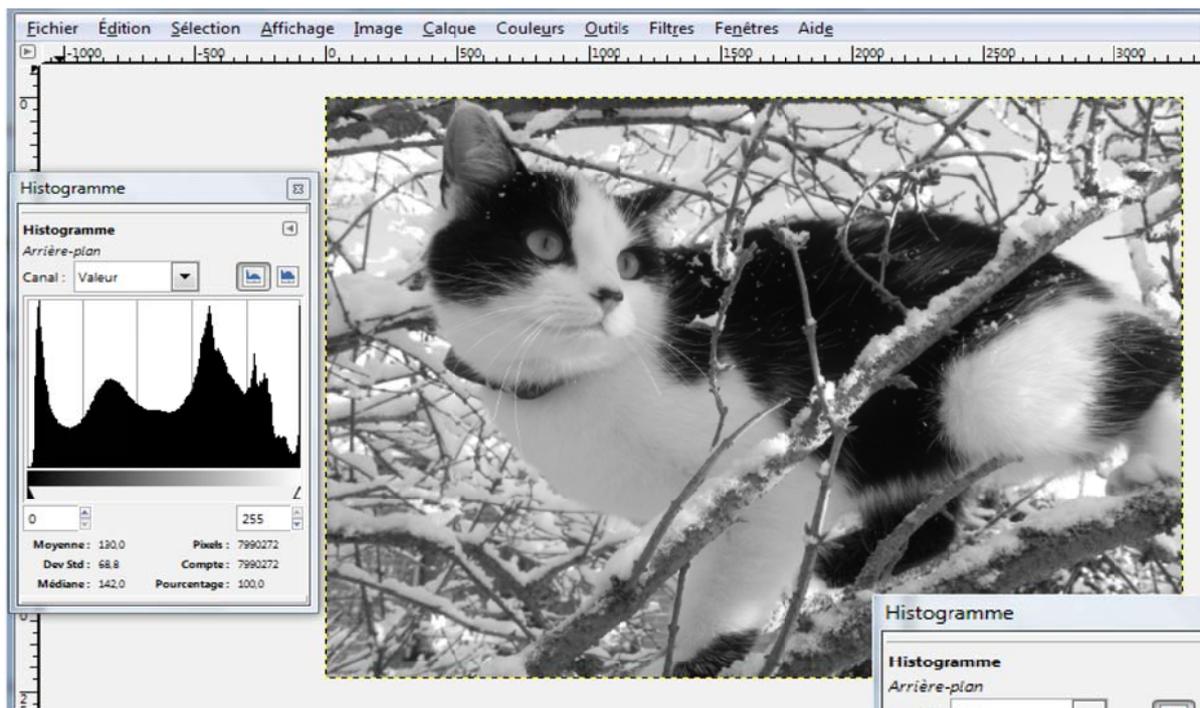
Images, histogrammes et logarithmes

1. Histogramme linéaire

1) Définition

« L'histogramme linéaire » d'une image donne le nombre de pixels pour chaque valeur i de l'intensité lumineuse ou niveau de gris (il s'agit en fait, selon les cas, d'un diagramme en bâtons ou d'un nuage de points).¹

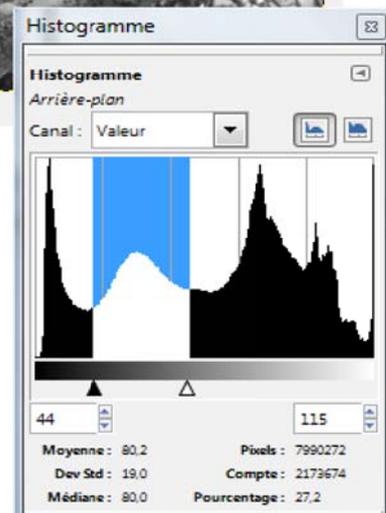
Pour une image en 256 niveaux de gris, l'axe des abscisses correspond aux valeurs de l'intensité i , entier compris entre 0 = noir et 255 = blanc, et l'axe des ordonnées au nombre de pixels pour chacune des valeurs de i .



Pour les images RVB et en niveaux de gris, la Valeur indique la distribution des luminosités dans l'image (ou le « calque » actif si l'image est faite de plusieurs couches combinées).

Cette courbe offre une visualisation de l'exposition de votre photo. A gauche se trouvent les tons foncés et à droite les tons clairs. Plus la courbe est haute plus il y a de valeurs dans tel ou tel ton.

On peut généralement réduire l'analyse à un intervalle limité de valeurs, et ce, en déplaçant les triangles noir ou blanc du curseur situé sous l'histogramme (ci-contre).



Les statistiques au bas de la fenêtre donnent des indications sur la distribution des valeurs dans l'intervalle choisi.

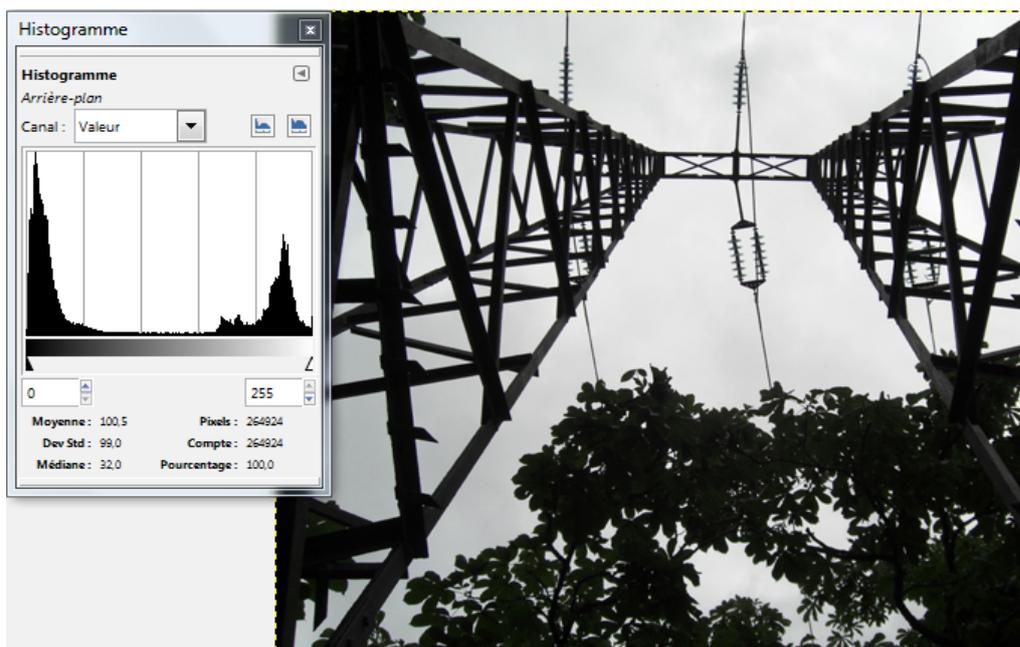
¹ On recommande de consulter à ce propos le programme de Physique destiné aux classes STD2A, où les notions de pixel et histogramme figurent explicitement dans les compétences attendues (*Réaliser des images à l'aide d'un APN.*

Commenter leurs caractéristiques et les histogrammes associés).

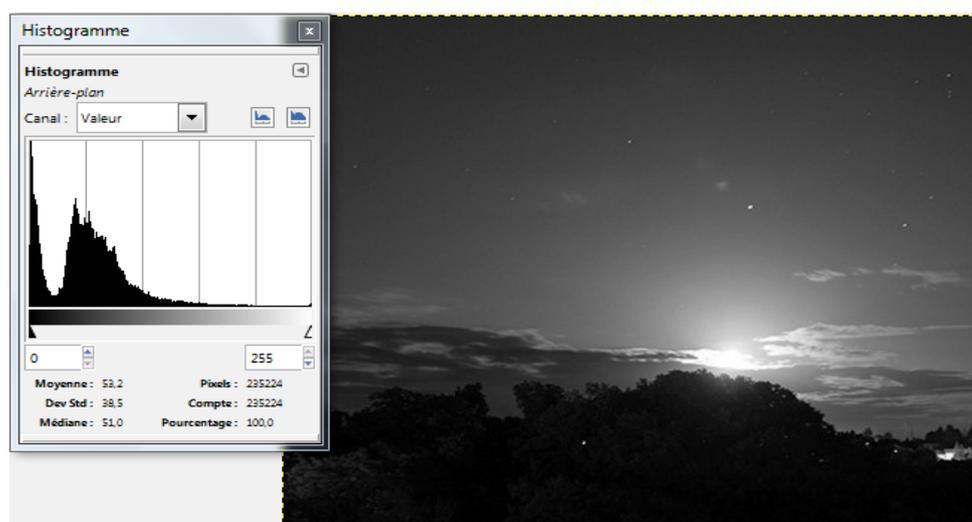
2. Comment interpréter un histogramme ?

Voici plusieurs exemples ; il s'agit à chaque fois d'interpréter les histogrammes affichés.

Cette image a une courbe n'occupant que les extrémités de l'histogramme. Elle possède de très forts contrastes. Le « pic » de gauche de l'histogramme correspond aux structures du pylône et aux feuilles d'arbre, tandis que le « pic » de droite correspond au ciel.



Cette image possède une courbe occupant essentiellement le côté gauche de l'histogramme. Les nuances de gris sont très proches du noir : il s'agit d'une image sous-exposée. Par contre, une image sur-exposée affichera un histogramme occupant essentiellement le côté droit.



Activité de classe :

- Présenter, au moyen du vidéoprojecteur, différentes images en niveau de gris et faire identifier par les élèves la signification des différents « pics » observés.
- Recommencer avec des images en couleurs.

Ce travail peut être perçu par les élèves comme assez difficile. On peut alors commencer par confronter les histogrammes des trois composantes R, V et B avant de revenir à l'histogramme global (où les intensités lumineuses issues des trois couleurs primaires sont cumulées).

- On divise la valeur de tous les pixels par 2. Quel est l'effet obtenu sur l'histogramme ?

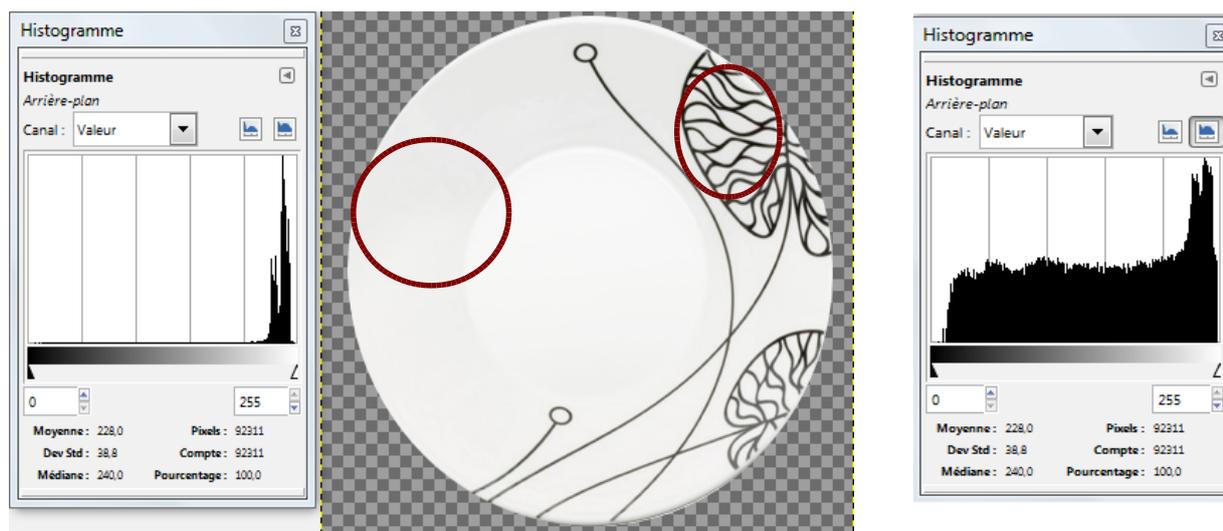
- Les valeurs statistiques figurant sous l’histogramme incluent moyenne et médiane². Comment peut-on interpréter ces deux valeurs en termes d’imagerie ?

Réponses possibles : la moyenne peut être comprise comme l’intensité lumineuse moyenne d’un pixel choisi au hasard dans l’image, ou comme l’intensité lumineuse d’une image uniforme produisant le même éclaircissement sur une cible suffisamment éloignée. La médiane correspond au « gris moyen » de l’image (celui qui permet de distinguer autant de pixels plus sombres que de plus clairs).

3. Histogramme logarithmique (classe terminale STD2A)

L’inconvénient des histogrammes « linéaires » (en fait, arithmétiques) est de mal faire apparaître les zones de moyenne importance. Quand on active la fonction « histogramme » du logiciel, on peut, au choix, prendre sur l’axe des ordonnées une échelle « linéaire » comme précédemment (histogramme de gauche ci-dessous) ou « logarithmique » (histogramme de droite), où les effectifs n sont remplacés en échelle logarithmique par $\ln(n+1)$ ³, (\ln désignant le logarithme népérien de n).

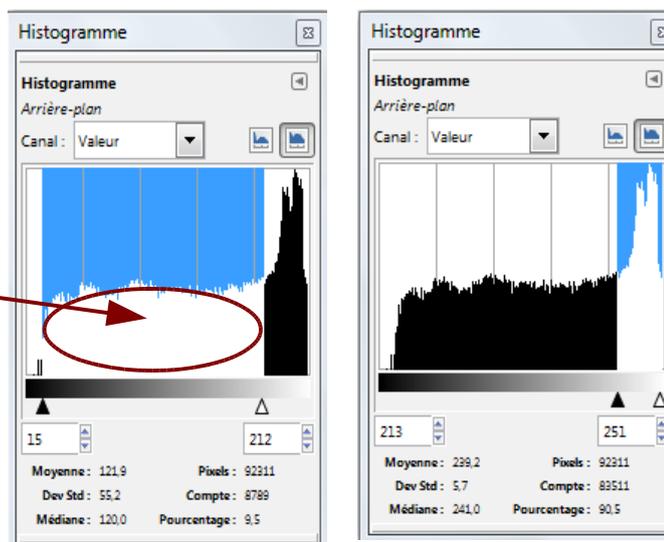
Nous illustrerons ces concepts à partir de la reproduction d’un modèle d’assiette (décor Marimekko™), ci-dessous. Sur l’histogramme « ordinaire » (à gauche), on ne voit qu’un pic très à droite, qui correspond au fond de l’assiette (blancs et gris très clairs), dépourvu d’intérêt. Sur l’histogramme logarithmique (à droite), on voit que l’image contient bien des pixels sombres alors que l’histogramme linéaire les dissimule totalement.



On peut aussi distinguer deux zones distinctes dont la signification est aisée à retrouver : **fond** et **motif** (signalés par des ovales rouges dans l’image ci-dessus). Concernant ce dernier, on note deux choses intéressantes :

² Ces deux notions figurent dans le programme de la classe de Seconde.
³ Seule la fonction logarithme décimal \log est au programme de Terminale ST2DA, il faut donc calculer $k \cdot \log(n+1)$, k étant la constante de normalisation. On calcule $\log(n+1)$ et non $\log(n)$ pour éviter de tomber sur $\log(0)$.

- un « poids » faible des pixels sombres, dû au fait que le motif est linéaire (dessin au trait)
- un **répartition** assez égale des pixels de valeurs comprises entre 30 et 210, due à un léger « floutage » autour des traits noirs (qui peut aussi bien provenir du motif originel que de la prise de photo suivie d'une mise à l'échelle).



En fin de compte, l'échelle logarithmique permet une meilleure analyse des images comprenant quelques intensités fortement représentées et prend le relais de l'histogramme linéaire lorsque celui-ci ne permet pas d'interpréter les niveaux de gris insuffisamment visibles.

Quelques activités de classe possibles :

- Présenter, au moyen du vidéoprojecteur, différentes images en niveau de gris et faire identifier par les élèves la signification des différentes zones observées sur l'histogramme logarithmique.
Éviter les reproductions de paysages qui ont généralement des histogrammes peu contrastés donc difficiles à interpréter ; il est plus aisé de travailler sur des photos de scènes d'intérieur, convenablement éclairées.
- Recommencer avec des images en couleurs.
Mêmes observations que précédemment (décomposer en R, V, B).
- On double la taille de l'image (mise à l'échelle à 200%). Quel est l'effet obtenu sur l'histogramme normal, sur l'histogramme logarithmique ? Même question avec la réduction d'un facteur 50%.

4. Codage d'une image et calcul de l'histogramme avec le tableur

Ce travail peut être fait en classe avec les élèves.

On reprend l'image de l'assiette vue précédemment. Dans *The Gimp*, on fait la conversion du fichier image .png en image .pgm en choisissant le format PGM et en sélectionnant l'option ASCII.⁴

Puis on change l'extension .pgm en .csv afin d'importer le fichier dans le tableur.

Pour éviter les obstacles techniques, le professeur peut réaliser ce travail préparatoire à l'avance, les élèves commençant leur activité avec la feuille de calcul déjà prête.

⁴ D'autres logiciels de conversion permettent cette tâche (essayer Nconvert/XnView, Image Magick ...), l'essentiel étant de produire un fichier au format « texte » et non « binaire ».

On obtient ainsi sur une (grande) colonne la distribution de tous les niveaux de gris (entiers de 0 à 255), précédée de quelques informations sur l'image (le code P2, un commentaire, les dimensions de l'image, la valeur maximale des pixels). Les valeurs des pixels proprement dites commencent à la cellule A5.

Remarque : la structure rectangulaire de l'image est ici ignorée, et n'a pas d'importance pour la suite de l'activité.

	A	
1	P2	
2	# CREATOR: GIMP PNM Filter Version 1.1	
3		188
4		255
5		255
6		255
7		255
8		255
9		255
10		255
11		255
12		255

Le travail à accomplir est de créer une seconde feuille où les valeurs requises pour obtenir les histogrammes pourront prendre place.

On place dans la colonne A de la seconde feuille les différents niveaux de gris allant de 0 à 255, dans la colonne B, à l'aide de la fonction `NB.SI()`, on compte le nombre d'apparitions de chaque niveau de gris codé dans la feuille précédente.

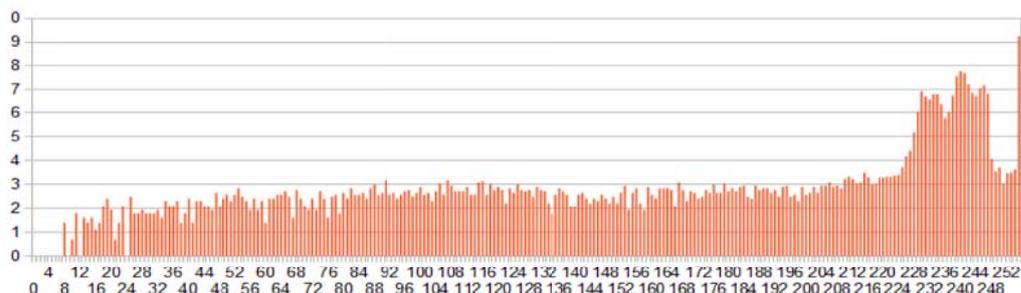
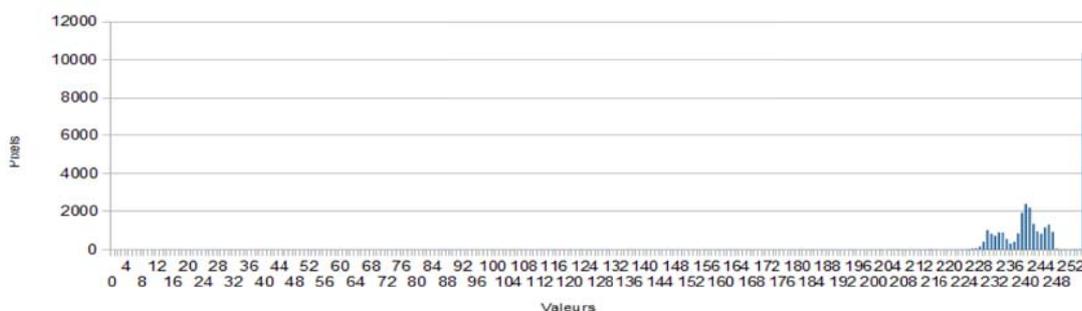
Cette première tâche fournit l'occasion de revoir les mécanismes fondamentaux du tableur, et notamment l'adressage absolu (requis pour désigner la zone contenant les valeurs des pixels) ainsi que la fonction `NB.SI()`.

Dans la colonne C, on détermine le logarithme (népérien ou décimal) de chaque effectif, en ajoutant 1 à chaque valeur de la colonne B pour éviter $\ln(0)^5$.

	A	B	C
1	0	0	0
2	1	0	0
3	2	0	0
4	3	0	0
5	4	0	0
6	5	0	0
7	6	0	0
8	7	0	0
9	8	3	1,386294361
10	9	0	0
11	10	1	0,693147181
12	11	5	1,791759469
13	12	0	0
14	13	4	1,609437912
15	14	3	1,386294361
16	15	4	1,609437912

Dans une troisième feuille, on peut, à l'aide de l'assistant graphique, afficher les deux histogrammes linéaire et logarithmique et constater que l'on obtient les mêmes informations que celles obtenues dans le paragraphe précédent à l'aide de *The Gimp*.

Histogramme linéaire



5 L'utilisation du logarithme décimal peut être une alternative pour coller au programme.

5. Un peu de culture : à propos de la dynamique d'une image

La dynamique d'une image, est la capacité d'une image numérique à redonner les vraies échelles d'intensité lumineuses du monde réel. On exprime souvent la dynamique en utilisant l'unité des stops. Un « stop » correspond à un bit. Si les intensités lumineuses peuvent prendre n valeurs, la dynamique x de l'image, exprimée en stops, est solution de l'équation :

$$2^x = n \text{ soit } x = \frac{\log(n)}{\log(2)}.$$

Quelques exemples pour bien comprendre :

En imagerie numérique, on rencontre surtout des fichiers JPEG :

Pixel le plus clair 255 ; pixel le plus sombre : 0 ; 256 valeurs possibles. La dynamique est donc : $\log(256) / \log(2) = 8$. Cela correspond aux 8 bits de précision par couleur du JPEG⁶.

Le fichier JPEG a donc 8 stops.

Les fichiers RAW (issus des appareils photo numériques) ont en général 10 stops.

Les fichiers à haute résolution (HDR) peuvent aller bien au-delà de 15 à 20 stops.

En cinématographie, on a la notion d'*Exposure latitude*, qui est la dynamique d'une caméra ou d'un film.

Caméra vidéo standard : 5,5 stops ; film négatif standard : 7 stops ; film négatif « Extended latitude » : 11 stops.

Pour les écrans, on a le taux de contraste qui correspond à une dynamique d'affichage.

Technologie LCD : 9 stops ; technologie SED : 16 stops.

Dans le monde réel : étendue de 100 000 000, correspondant à environ 26 stops.

6 Permet la consolidation de propriétés algébriques de la fonction logarithme décimal, et éventuellement d'introduire la fonction logarithme de base 2, si nécessaire.