Le calcul de Srinivasa RAMANUJAN (1887 – 1920)

« Un seul coup d'œil sur ces formules était suffisant pour se rendre compte qu'elles ne pouvaient être pensées que par un mathématicien de tout premier rang. Elles devaient être vraies, parce que personne n'eût pu avoir l'idée de les concevoir fausses. »

Ramanujan s'appuie sur l'égalité : $(1+x)^2(1-2x+3x^2-4x^3+\cdots)=1-P(x)$, formule dans laquelle la valuation de $P(x)$ augmente au fur et à mesure de l'ajout de termes au développement. Exemples :

$$(1+x)^2(1-2x)=1-3x^2-2x^3$$

$$(1+x)^2(1-2x+3x^2)=1+4x^3+3x^4$$

$$(1+x)^2(1-2x+3x^2-4x^3)=1-5x^4-4x^5$$

D'où l'idée de prendre $x=1$, d'oublier les termes finaux et d'écrire :

$$\mathbf{1-2+3-4+5-6+\cdots=\frac{1}{(1+1)^2}=\frac{1}{4}}$$

Résultat qui conduit au non moins surprenant :

$$\mathbf{1+2+3+4+5+6+\cdots=-\frac{1}{12}}$$

L'un sous l'autre, c'est encore plus curieux…