MAISON DES EXAMENS
Service Interacadémique des Examens & Concours

BANQUE DE SUJETS

ITALIEN / MATHÉMATIQUES

SECTION

EUROPÉENNE

SESSION 2024

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège », est autorisé.

MODELE DE PRESENTATION POUR LES SUJETS

BACCALAUREATS GENERAL ET TECHNOLOGIQUE
SESSION 2024

EPREUVE SPECIFIQUE MENTION « SECTION EUROPEENNE OU DE LANGUE ORIENTALE »
Académies de Paris – Créteil – Versailles

Binôme : Italien / Mathématiques

Sujet n°1

Piazza dell'Anfiteatro è una piazza della città di Lucca, costruita sui resti di un antico anfiteatro romano del II secolo.

La piazza ha la forma di un'ellisse con un **asse maggiore** di circa **75 m** e un **asse minore** di circa **50 m**.

Consideriamo un riferimento cartesiano ortonormale avente come origine il centro dell'ellisse e i cui assi coordinati siano gli assi dell'ellisse (vedi figura 1).

Nella rappresentazione grafica dell'ellisse in figura 1, l'unità corrisponde a 12,5 m, ciò significa che il punto di coordinate $I(1;0)$ corrisponde al punto dell'asse maggiore dell'ellisse situato a $12{,}5m$ dall'origine del sistema di riferimento.

In tale rappresentazione grafica:

1) Giustificare che le **coordinate** dei punti A e B sono $A(3;0)$ e $B(0;2)$.

2) Scrivere l'**equazione** dell'ellisse della Piazza dell'Anfiteatro.

3) Determinare le coordinate dei **fuochi** dell'ellisse della Piazza dell'Anfiteatro F_1 e F_2 e calcola la loro distanza in metri.

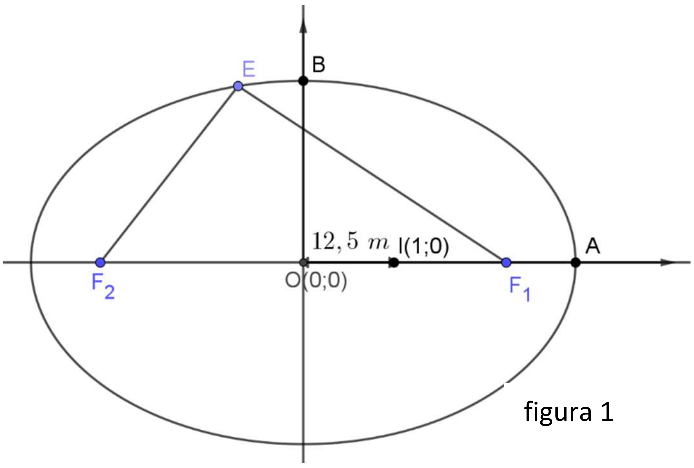
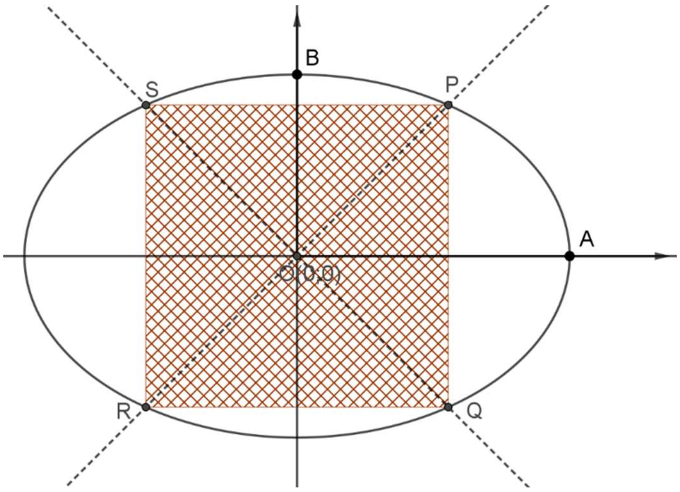


figura 1

MODELE DE PRESENTATION POUR LES SUJETS

In occasione delle celebrazioni di San Paolino, Santo patrono della città, previste per il 12 luglio 2024, si decide di installare un palco[1] **quadrato inscritto nell'ellisse**, sul quale si svolgerà una rievocazione storica in costume.

Sappiamo che i vertici di tale quadrato appartengono alle **bisettrici** degli assi coordinati.



5) Calcolare l'ascissa e l'ordinata a del vertice $P(a;a)$, appartenente al primo quadrante.

6) Calcolare l'**area** del palco in m^2. Indicare un valore approssimato all'unità.

7) Quale **percentuale dell'area della piazza** sarà occupata dal palco? Indicare un valore approssimato all'unità.

8) Conosci altri esempi in cui delle ellissi sono state utilizzate per realizzare delle opere architettoniche?

---

[1] Estrade

MODELE DE PRESENTATION POUR LES SUJETS

BACCALAUREATS GENERAL ET TECHNOLOGIQUE
SESSION 2024

EPREUVE SPECIFIQUE MENTION « SECTION EUROPEENNE OU DE LANGUE ORIENTALE »
Académies de Paris – Créteil – Versailles

Binôme : Italien / Mathématiques

Sujet n°1 : **CORRIGÉ**

Piazza dell'Anfiteatro è una piazza della città di Lucca, costruita sui resti di un antico anfiteatro romano del II secolo.

La piazza ha la forma di un'ellisse con un **asse maggiore** di (circa) **75 m** e un **asse minore** di (circa) **50 m**.

Consideriamo un riferimento cartesiano ortonormale avente come origine $O(0;0)$, il punto di intersezione degli assi di tale ellisse e i cui assi coordinati siano gli assi dell'ellisse (vedi figura).

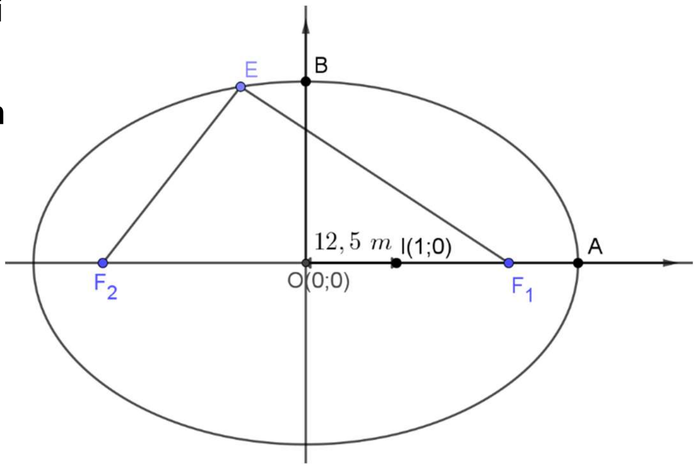
Si considera come punto di coordinate $I(1;0)$, il punto dell'asse maggiore dell'ellisse situato a $12{,}5m$ dall'origine del riferimento cartesiano.

In tale riferimento cartesiano:

1) Giustificare che le **coordinate** dei punti A e B sono $A(3;0)$ e $B(0;2)$.

   Semiasse maggiore = 75:2 =37,5 m
   ascissa A = 37,5:12,5 = 3.
   Quindi $A(3;0)$**.**

   Semiasse minore = 50:2 = 25 m
   ordinata B = 50 : 2 = 25.
   Quindi $B(0;2)$**.**



2) Scrivere l'**equazione** dell'ellisse della Piazza dell'Anfiteatro.

$$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$$

3) Determinare le coordinate dei **fuochi** F_1 e F_2 dell'ellisse della Piazza dell'Anfiteatro.

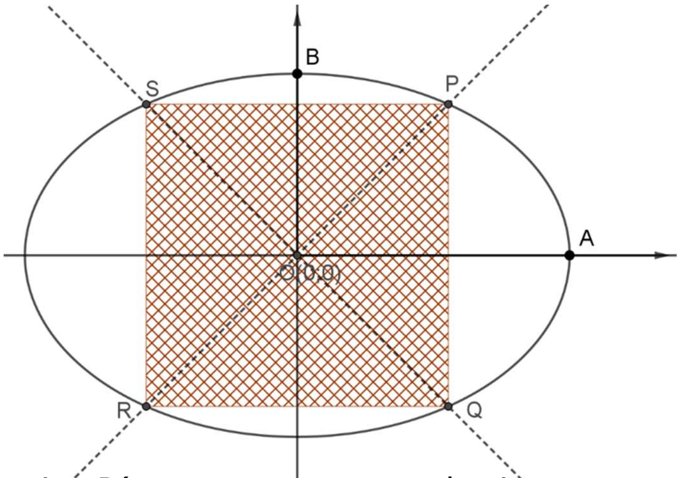
$F_1(\sqrt{5};0)$ **e** $F_2(-\sqrt{5};0)$

Si considera un punto E sul bordo della piazza dell'anfiteatro.

4) Quanto vale la somma in metri delle distanza di E dal fuoco F_1 e della distanza di E dal fuoco F_2 ?
La somma di tali distanze è costante ed è uguale alla lunghezza dell'asse maggiore : 75 metri.

In occasione delle celebrazioni di San Paolino, Santo patrono della città, previste per il 12 luglio 2024, si decide di installare un palco[2] **quadrato inscritto nell'ellisse**, sul quale si svolgerà una rievocazione storica in costume.

Sappiamo che i vertici di tale quadrato appartengono alle **bisettrici** degli assi coordinati.



5) Calcolare l'ascissa e l'ordinata a del vertice P($a;a$, appartenente al primo quadrante.
Risolvendo l'equazione

$$\frac{a^2}{9}+\frac{a^2}{4}=1$$

per $a \in$**, si ottiene** $a=\frac{6}{\sqrt{13}}\approx 1{,}664$**. Quindi P(**$\frac{6}{\sqrt{13}};\frac{6}{\sqrt{13}}$**).**

6) Calcolare l'**area** del palco in m^2. Indicare un valore approssimato all'unità.
Area = $\left(\frac{6}{\sqrt{13}}\times 2\times 12{,}5\right)^2=\frac{22500}{13}\approx 1731m^2$

7) Quale **percentuale dell'area della piazza** sarà occupata dal palco? Indicare un valore approssimato all'unità.
Area della piazza = $\pi\times 37{,}5\times 25\approx 2945m^2$

---

[2] Estrade

MODELE DE PRESENTATION POUR LES SUJETS

BACCALAUREATS GENERAL ET TECHNOLOGIQUE
SESSION 2024

EPREUVE SPECIFIQUE MENTION « SECTION EUROPEENNE OU DE LANGUE ORIENTALE »
Académies de Paris – Créteil – Versailles

Binôme : Italien / Mathématiques

Sujet n° 2

Il modello economico di Malthus

La crescita esponenziale di una popolazione

Indichiamo con P_0 il numero degli individui viventi in un certo anno e con c il tasso di crescita annuale della popolazione, espresso in percentuale. Dopo un anno il numero di individui diventa:

$$P_1 = P_0 + cP_0 = P_0(1+c)$$

Dopo due anni il numero di individui diventa:

$$P_2 = P_1(1+c) = P_0(1+c)^2$$

Come si può osservare, il **quoziente** fra ogni numero e quello precedente è sempre costante e vale $(1+c)$. Perciò tutti i numeri calcolati sono i termini di una **progressione geometrica** di ragione $(1+c)$. In questo caso si parla di **crescita esponenziale** della popolazione.

Generalizzando il risultato precedente si può dire che dopo un numero n di anni il numero di individui risulta:

$$P_n = P_0(1+c)^n$$

La crescita lineare delle risorse

Indichiamo con R_0 la quantità di risorse disponibili in un certo anno. Supponiamo che ogni anno la disponibilità di risorse aumenti di una quantità $a > 0$. Dopo un anno la quantità di risorse disponibili diventa:

$$R_1 = R_0 + a$$

Dopo due anni la quantità di risorse diventa:

$$R_2 = R_1 + a = R_0 + 2a$$

In questo caso la **differenza** fra ogni numero e quello precedente è costante e vale a. Perciò tutti i numeri calcolati sono i termini di una **progressione aritmetica** di ragione a e si parla di **crescita lineare** delle risorse.

Dopo un numero n di anni la quantità di risorse risulta:

$$R_n = R_0 + an$$

Le previsioni di Malthus

Nel 1798 l'economista britannico Thomas Malthus (1766-1834) studiò l'evoluzione della popolazione dell'Inghilterra e l'evoluzione della produzione agricola che le permetteva di nutrirsi.

Nel suo trattato *Saggio sul principio di popolazione*, Malthus ipotizza una crescita esponenziale della popolazione e una crescita lineare delle risorse agricole necessarie a nutrirla.

MODELE DE PRESENTATION POUR LES SUJETS

Nel 1798 la popolazione dell'Inghilterra era stimata a 8,2 milioni di abitanti e aumentava ogni anno del 2%. In quell'anno si stimava che le risorse agricole permettessero di sfamare 10 milioni di persone, e che ogni anno si potessero sfamare 400000 persone in più (vale a dire 0,4 milioni).

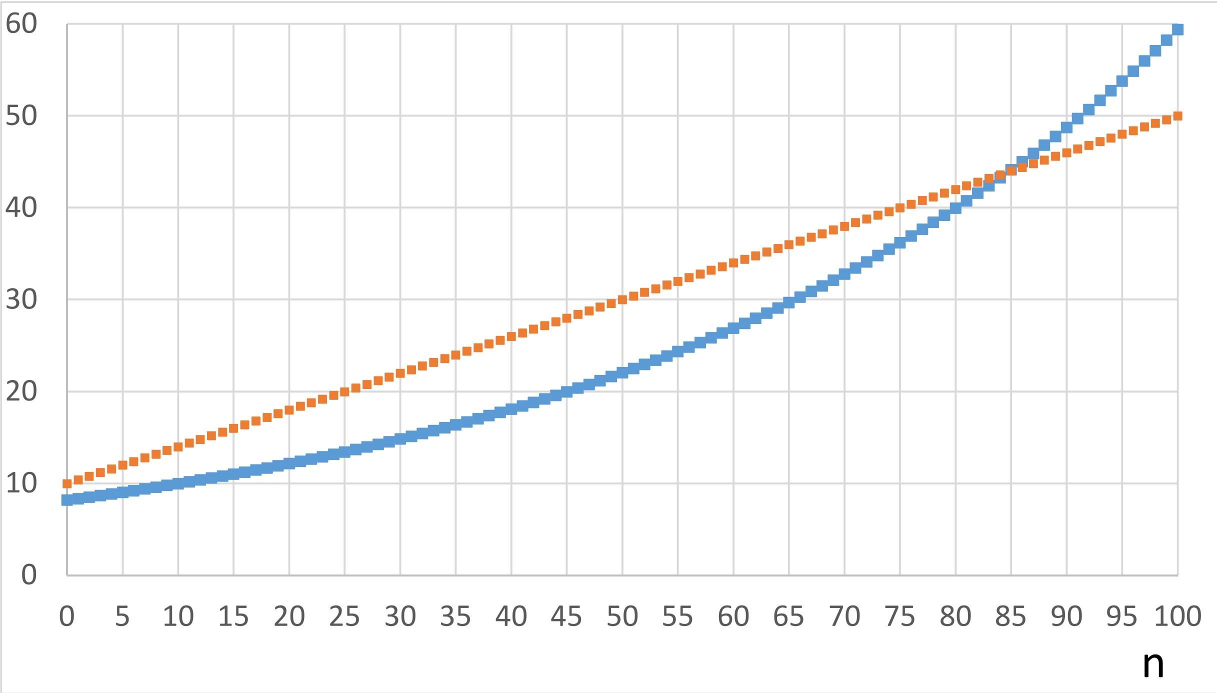
Utilizzando il modello proposto da Malthus, indichiamo con P_n la popolazione dell'Inghilterra (in milioni) e con R_n il numero di abitanti (sempre in milioni) che è possibile sfamare nell'anno $1798 + n$ (dove n è un numero naturale). Quindi, ad esempio, $P_0 = 8{,}2$ e $R_0 = 10$.

1)
   a) Dimostrare che, secondo questo modello, la popolazione inglese nel 1799 è di 8,364 milioni di abitanti.
   b) Calcolare R_1 e interpretare il risultato nel contesto del problema.

2)
   a) Esprimere P_n in funzione di n.
   b) Esprimere R_n in funzione di n.

3) Per questa domanda, le risposte saranno eventualmente arrotondate al millesimo.
   a) Calcolare la popolazione prevista da questo modello per il 1850, poi per il 1900.
   b) Calcolare il numero di abitanti che possono essere sfamati dall'agricoltura inglese nel 1850, poi nel 1900.
   c) Commentare i risultati ottenuti.

4) Il grafico seguente rappresenta le successioni (P_n) e (R_n).



   a) Attribuire a ogni serie di punti la relativa sequenza:

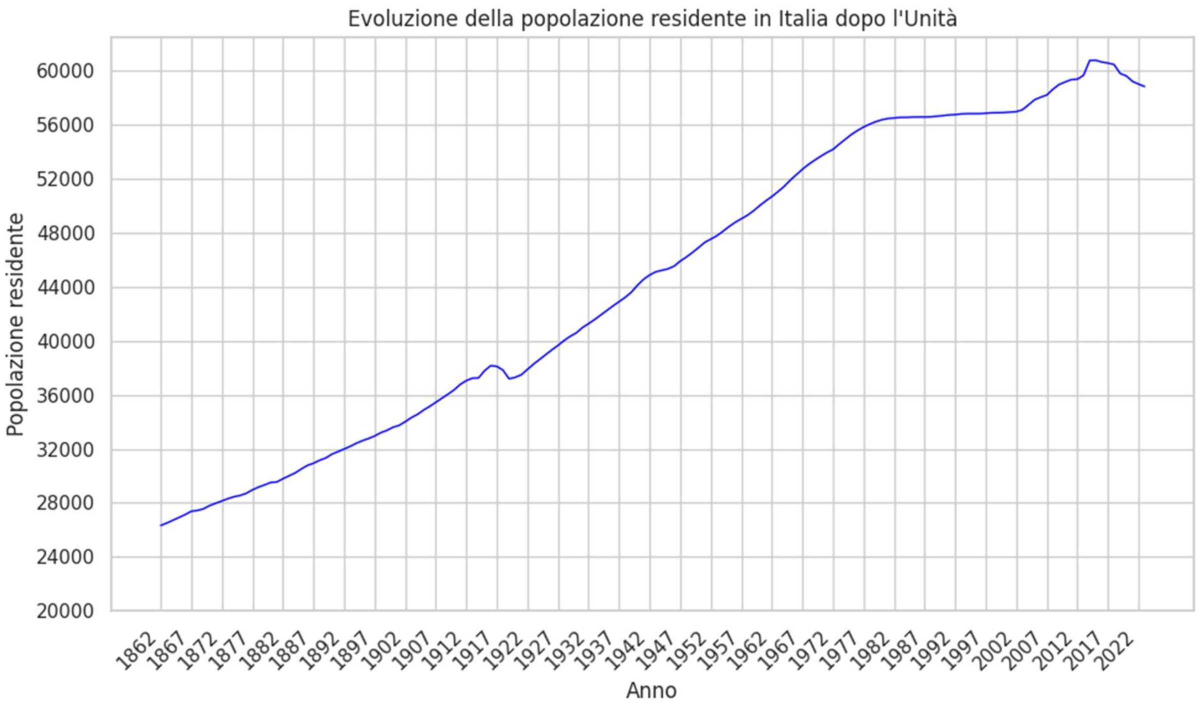
   × …………………

   \+ …………………

   b) Secondo Malthus, nel momento in cui le risorse sono insufficienti a nutrire tutta la popolazione si ha una carestia. A partire dal grafico, stimare in quale anno si prevede una carestia in Inghilterra secondo il modello proposto.

MODELE DE PRESENTATION POUR LES SUJETS

5) Il grafico seguente mostra l'evoluzione della popolazione italiana a partire dall'Unità d'Italia (1861). Commentare questa evoluzione e dire in particolare se essa è in accordo con il modello di Malthus.



MODELE DE PRESENTATION POUR LES SUJETS

Sujet n° 2 : CORRIGÉ

Il modello economico di Malthus

1)

a) Dimostrare che, secondo questo modello, la popolazione inglese nel 1799 è di 8,364 milioni di abitanti.

$$8{,}2 \times \left(1 + \frac{2}{100}\right) = 8{,}364$$

b) Calcolare R_1 e interpretare il risultato nel contesto del problema.

$$R_1 = 10 + 0{,}4 = 10{,}4$$

Nel 1799 le risorse permetteranno di nutrire 10,4 milioni di persone in Inghilterra.

2)

a) Esprimere P_n in funzione di n.

$$P_n = 8{,}2 \times 1{,}02^n$$

b) Esprimere R_n in funzione di n.

$$R_n = 10 + 0{,}4n$$

3) Per questa domanda, le risposte saranno eventualmente arrotondate al millesimo.

a) Calcolare la popolazione prevista da questo modello per il 1850, poi per il 1900.
Il 1850 corrisponde a n = 52. $P_{52} = 8{,}2 \times 1{,}02^{52} \approx 22{,}963$
Il 1900 corrisponde a n = 102. $P_{102} = 8{,}2 \times 1{,}02^{102} \approx 61{,}806$
Nel 1850 si prevedono 22,963 milioni di abitanti e nel 1900 61,806 milioni.

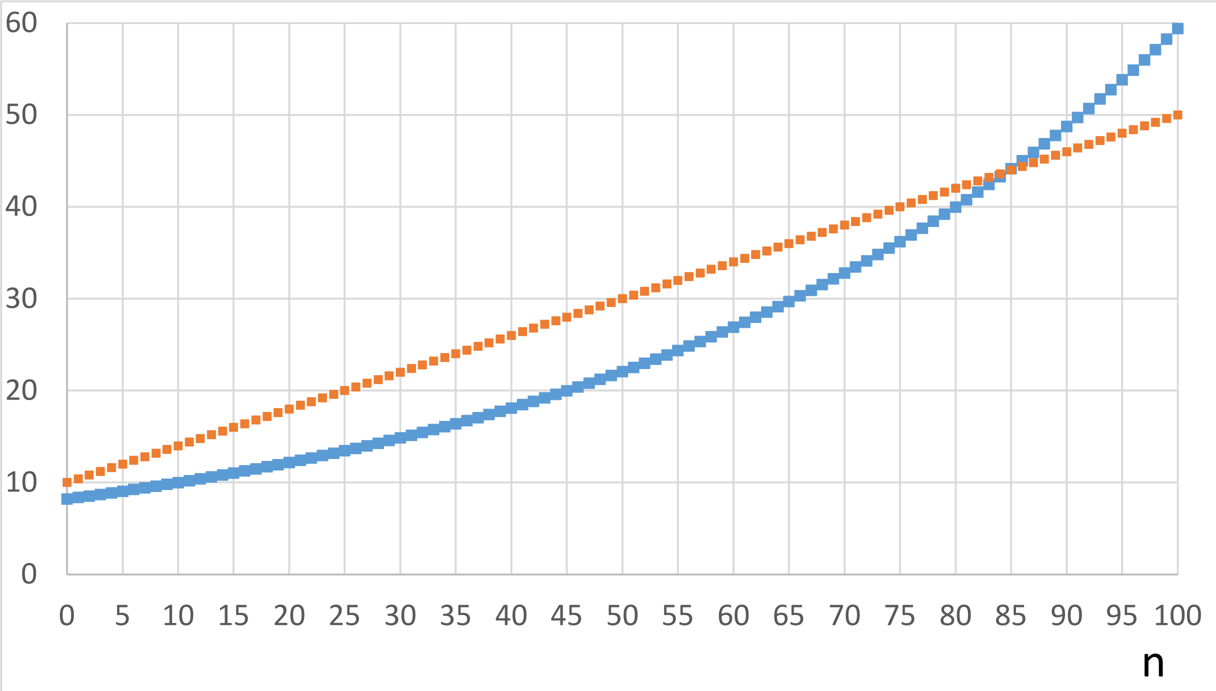
b) Calcolare il numero di abitanti che possono essere sfamati dall'agricoltura inglese nel 1850, poi nel 1900.

$$R_{52} = 10 + 0{,}4 \times 52 = 30{,}8$$
$$R_{102} = 10 + 0{,}4 \times 102 = 50{,}8$$

Nel 1850 si possono sfamare 30,8 milioni di persone e nel 1900 50,8 milioni.

c) Commentare i risultati ottenuti.
Si può osservare che $P_{102} > R_{102}$. Questo significa che, se le tendenze si mantengono per molti anni, nel 1900 le risorse non permetteranno di sfamare tutta la popolazione inglese.

4) Il grafico seguente rappresenta le sequenze $(P|\quad|n)$ e (R_n).



a) Attribuire a ogni serie di punti la relativa sequenza:

$\times$ (R_n)

+ (P_n)

b) Secondo Malthus, nel momento in cui le risorse sono insufficienti a nutrire tutta la popolazione si ha una carestia. A partire dal grafico, stimare in quale anno si prevede una carestia in Inghilterra secondo il modello proposto.
In corrispondenza del rango n=85 le due serie di punti “si incrociano”; a partire da quel rango si ha $P_n > R_n$, quindi le risorse sono insufficienti. n=85 corrisponde all’anno 1883.

5) Il grafico seguente mostra l’evoluzione della popolazione italiana a partire dall’Unità d’Italia (1861). Commentare questa evoluzione e dire in particolare se essa è in accordo con il modello di Malthus.

La curva non sembra seguire un andamento esponenziale come previsto da Malthus (anzi la sua forma è più simile a un andamento lineare su tre intervalli). Si osserva una diminuzione della popolazione tra il 1918 e il 1920 e un’altra a partire dal 2017.