



ACADÉMIE
DE VERSAILLES

Liberté
Égalité
Fraternité

Pépinière académique de mathématiques

Stage en ligne de mars et avril 2021 proposé aux élèves de seconde

Fiche numéro 1

Les propositions de solution de chaque exercice doivent être envoyées d'ici le mardi 6 avril à l'adresse euler.pepiniere@ac-versailles.fr, sous forme numérique (format .pdf ou image), en pièce jointe ou avec un système de dépôt pour les fichiers volumineux, par les professeurs et selon les modalités précisées dans le courrier envoyé dans les lycées (envoi des propositions d'au plus deux équipes).

Exercice S1. 1 Le retournement d'une fonction affine

La fonction f est telle qu'il existe deux réels a et b tels que pour tout x : $f(x) = ax + b$ et $f(bx + a) = x$. Que sont a et b ?

Exercice S1. 2 Un critère de divisibilité par 7

Un nombre entier N s'écrit avec deux chiffres dans le système décimal, le chiffre des dizaines d et le chiffre des unités u . Montrer que N est multiple de 7 si et seulement si le nombre $5u + d$ est multiple de 7.

Exercice S1. 3 Un air de famille

Le nombre entier N , écrit dans le système décimal, et son carré N^2 se terminent par la même suite de chiffres \overline{abcd} . Quelles sont les valeurs possibles pour \overline{abcd} ?

Exercice S1. 4 Champs catalaniques

Dans le système décimal, existe-t-il un multiple de 81 ne s'écrivant qu'avec des « 1 » ?

Exercice S1. 5 Un problème de construction

Avertissement : la question « construire un triangle » appelle comme réponse une explication argumentée et une figure. Un dessin ne suffit pas.

Dans un triangle PQR dont les angles sont tous aigus, on note respectivement S et T les pieds des hauteurs issues de P et R .

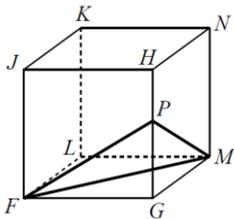
On suppose que $PT = 1$, $TQ = 4$ et $QS = 3$.

1. Construire un tel triangle. Combien de possibilités a-t-on ?
2. Déterminer la distance SR .

Exercice S1. 6 Partage équitable

Soit ABC un triangle dont les mesures des angles sont toutes inférieures à 90° et tel que $AC \neq BC$. On note K le pied de la hauteur issue de C dans ce triangle et O le centre du cercle circonscrit à ce triangle.

Montrer que les quadrilatères $AKOC$ et $BKOC$ ont même aire.



Exercice S1. 7

On considère un cube $FGHJLMNK$ comme sur la figure ci-contre.

On suppose que les arêtes du cube ont pour longueur 200.

On considère un point P sur l'arête $[GH]$ tel que, si la perpendiculaire au plan (PFM) passant par le point G coupe ce plan en un point I , alors $GI = 100$.

Déterminer la longueur HP .

Exercice S1. 8 Irréductibles

Parmi les écritures fractionnaires $\frac{1}{1800}, \frac{2}{1800}, \frac{3}{1800}, \dots, \frac{1798}{1800}, \frac{1799}{1800}, \frac{1800}{1800}$, combien y en a-t-il d'irréductibles ?