Extensions de corps

Les premiers « résolveurs » d'équations éliminaient spontanément les mauvaises solutions (D'abord, on respecte les *dimensions* physiques, pendant longtemps les racines négatives, *Fausses racines*, disait d'Alembert, et on ne reconnaît pas les racines réelles cachées sous des complexes).

Pourtant : un polynôme à coefficients *rationnels* peut avoir des racines irrationnelles. Exemple $P(x) = x^2 - 2$ n'a pas de racine rationnelle. Pourtant, on peut calculer comme le dit Gauss dans un ensemble qui contient tous les rationnels plus $\sqrt{2}$ et tous les résultats des opérations entre les nombres s'écrivant $a + b\sqrt{2}$ où a et b sont des rationnels. Cet ensemble et ces opérations constituent une ***extension*** de **Q**, qu'on note **Q[$\sqrt{\mathbf{2}}$].**

En ce sens, **R[i] = C**

Le théorème fondamental de l'algèbre clôt provisoirement le débat, d'ailleurs on dit que **C est algébriquement clos.**