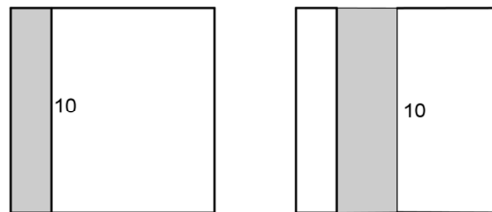


Rédaction possible pour « Juxtaposition de rectangles »

1. Le côté du carré est $c = t + u + y$ (largeurs de R_4, R_5, R_2), c'est-à-dire 11. On en déduit les dimensions inconnues : la longueur de R_1 est $11 - 2 = 9$, celle de R_2 est $11 - 3 = 8$, celle de R_3 est $11 - 5 = 6$, celle de R_4 est $11 - 1 = 10$, et enfin celle de R_5 est $11 - 1 - 3 = 7$.

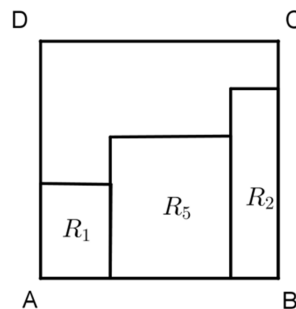
2. a. Comme une des longueurs des rectangles à assembler est 10, le carré obtenu est de côté supérieur ou égal à 10.

b. Un des rectangles a pour longueur 10. Qu'il se situe sur un « bord » comme à gauche de la figure ou « au milieu » comme à droite, il reste à placer les autres rectangles : quatre (à gauche) ou deux et deux (à droite, pas trois et un, car ce dernier aurait une dimension égale à 10) pour remplir le ou les espaces rectangulaires qui restent. C'est impossible d'après le préambule. Donc $n \geq 11$.



3. a. Si des côtés de trois rectangles constituent un des côtés du carré final, il reste à remplir avec deux rectangles un polygone ayant 8 sommets. En effet, les sommets de R_1, R_2, R_5 qui ne sont pas sur un des bords du carré ne peuvent pas être alignés (des dimensions seraient identiques). Il faut occuper cet espace à 8 sommets par deux rectangles. Le préambule du problème a montré que c'est impossible : la juxtaposition de deux rectangles de dimensions différentes produit un polygone à 6 ou 8 sommets, et dans ce dernier cas, quatre sont alignés.

b. Si un rectangle du pavage est « intérieur » au carré, deux de ses dimensions n'interviennent pas dans le calcul du périmètre du carré. Au maximum, ce périmètre est donc $3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 52$. Il s'ensuit que $n \leq 13$, puisque $52 = 4 \times 13$.

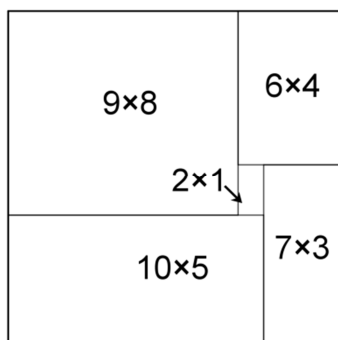
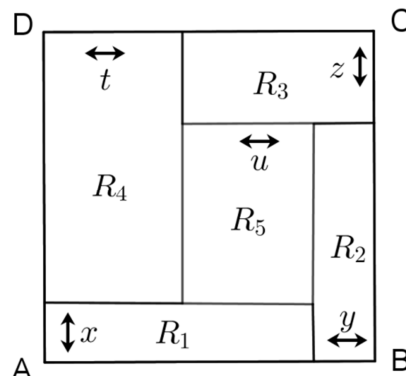


4. a. Si $n = 12$, le même total, 12, doit être réalisé quatre fois avec des sommes d'entiers distincts compris entre 1 et 10. Ceci est réalisable avec exactement quatre combinaisons, $12 = 10 + 2 = 9 + 3 = 8 + 4 = 7 + 5$. Restent 6 et 1, qui sont donc nécessairement les dimensions du rectangle intérieur R_5 .

b. En reprenant la figure de l'énoncé et ses notations, supposons $u = 1$. Il vient alors $t + y = 11$ et $z + x = 6$.

Ou bien $x = 2$ ou bien $x = 4$, car 1 est pris et x et z ne peuvent être égaux. Les longueurs AD et BC, égales à 12, sont donc obtenues en additionnant des nombres pairs. Les autres côtés ont des longueurs sommes de nombres impairs (9 et 3, 7 et 5). Mais y et t ne peuvent être simultanément impairs, puisque leur somme est 11. Si on avait supposé $u = 6$, les rôles de (y, t) et (z, x) auraient été intervertis. Finalement $n = 12$ est impossible.

Remarque : la figure guide, mais il faut s'assurer qu'elle n'impressionne pas.



5. Nous avons vu que 11 convient. Il reste à examiner le cas de 13. D'après la question **3. b.** nous savons que le rectangle intérieur a pour dimensions 1 et 2 qui ne peuvent être présentes sur le périmètre. La figure ci-contre donne une réalisation possible. 11 et 13 sont donc les solutions du problème.