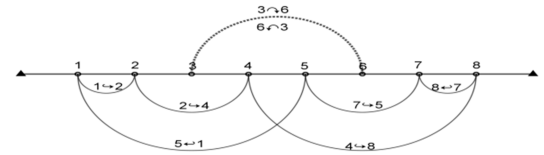


Rédaction possible pour « La raison du plus fort »

Déplacement d'un agneau

1. a. et b. Comme le montre la figure ci-contre, les positions occupées par l'agneau parti de 4 sont successivement 8, 7, 5, 1, 2 et 4, etc. tandis que l'agneau partant de 3 occupe ad libitum les places 6 et 3.

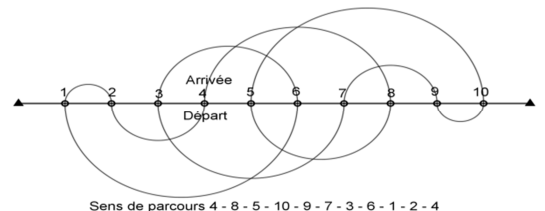
c. Le parcours au départ de la position 4 est fermé, toutes les positions 4, 8, 7, 5, 1, 2 sont revisitées en 6 mouvements. Au départ de la position 3, on répète les positions 6 et 3. Tout point de départ est donc retrouvé.



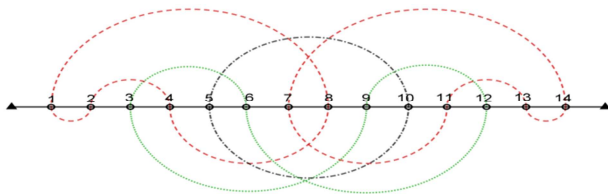
Un agneau en orbite

2. a. La figure ci-contre illustre le fait que l'orbite de 2 est $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

b. Tous les entiers compris entre 1 et 10 ont la même orbite.



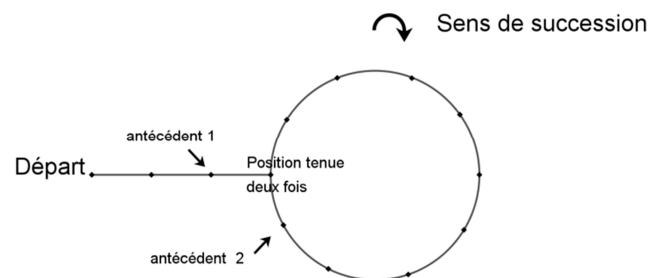
3. Dans le cas $n = 7$



La figure de gauche montre 4 orbites distinctes, et une symétrie par rapport à la médiatrice du segment (qui représente le chemin). $\Omega_1 = \{1, 2, 4, 8\}$, $\Omega_2 = \{3, 6, 12, 9\}$, $\Omega_3 = \{5, 10\}$ et $\Omega_4 = \{7, 14, 13, 11\}$.

distance qui le sépare du loup le plus proche, Loup 1, et va en $2p$. Si $p > n$, il double la distance qui le sépare du loup le plus proche, Loup 2, et va en $p - (2n + 1 - p) = 2p - 2n - 1$. La séparation entre les deux situations est repérée par la parité. Conclusion : un agneau occupant une position k paire, disons $k = 2p$, vient de la position p . Un agneau occupant une position impaire, disons $k = 2p + 1$, vient de la position $n + p + 1$.

5. C'est le théorème de la poêle à frire (dessin en regard). Supposons un agneau partant de la position k . Son parcours contient nécessairement une position visitée deux fois (ce parcours occupe au plus $2n$ cases et comporte plus de $2n$ étapes). D'après ce qui précède, cette position visitée deux fois ne peut l'être qu'après une visite de son **seul** antécédent, qui est donc lui aussi visité deux fois. Si on représente ce parcours avec une boucle, le raisonnement précédent fait entrer l'antécédent 1 dans la boucle en l'identifiant à l'antécédent 2, et ainsi de suite jusqu'au k de départ. Donc le point de départ est dans la boucle.



6. a. La suppression de la condition « $nb = 0$ » interdit au Tant Que de démarrer (le démarrage étant soumis au seul « $positionCourante \neq k$ », alors que le contenu de $positionCourante$ est précisément k).

b. La partie grisée du tableau ci-contre donne le complément à réaliser pour l'algorithme.

```

nb ← 0
positionCourante ← k
Tant Que ((positionCourante ≠ k) ou (nb = 0)) Faire
    Si k < n
        positionCourante ← 2k
    sinon
        positionCourante ← 2k - 2n - 1
    nb ← nb + 1
Afficher nb

```

Et à plusieurs ? Moutons de Panurge...

7. Lors de ces déplacements collectifs, chaque agneau décrit une ou plusieurs fois son orbite. Si les agneaux se déplacent un nombre de fois égal au produit des cardinaux (nombres d'éléments) des orbites, chacun aura retrouvé sa place initiale. On peut faire mieux, se limiter au nombre d'orbites et non à $2n$ (nombre d'agneaux), ou même au plus petit multiple commun de ces cardinaux. Sauf que le nombre d'orbites n'est pas directement connu quand on connaît n .