

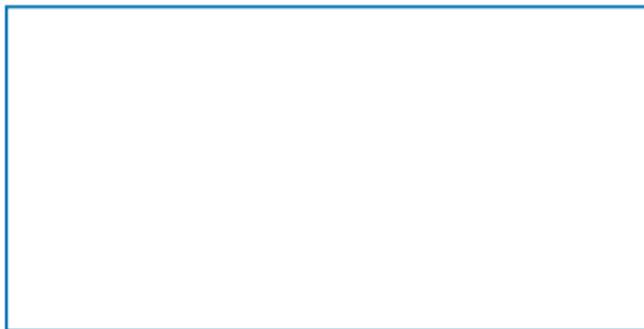
Étude du billard

Laboratoire de mathématiques

30 mai 2019

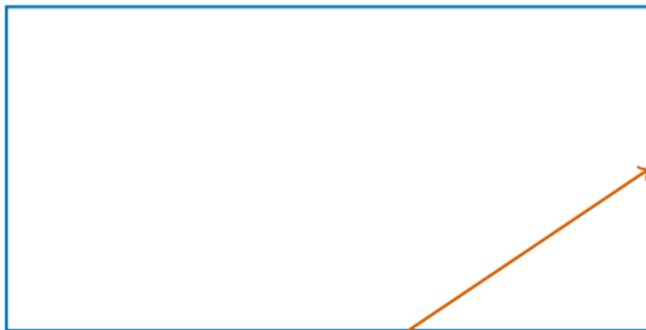
Introduction

Une bille lancée dans un billard modélisé par un rectangle.



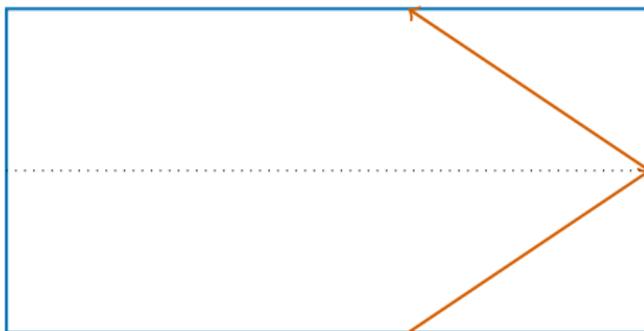
Introduction

Une bille lancée dans un billard modélisé par un rectangle.



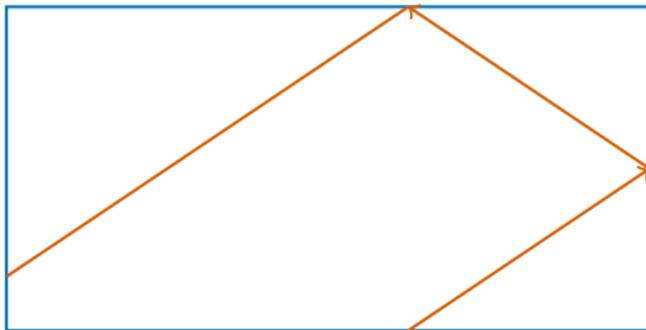
Introduction

Une bille lancée dans un billard modélisé par un rectangle.



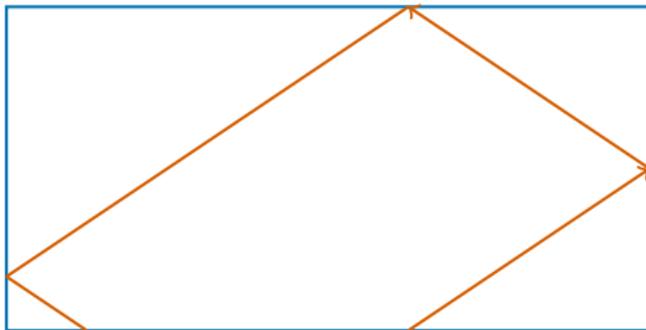
Introduction

Une bille lancée dans un billard modélisé par un rectangle.



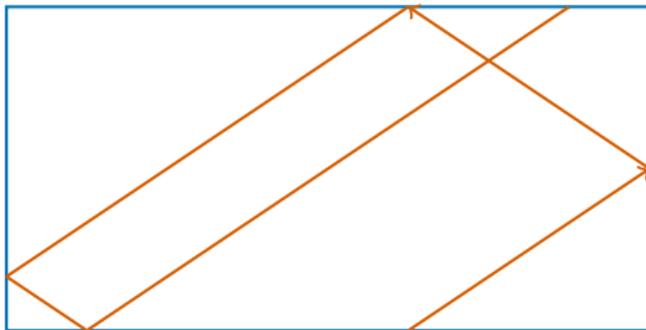
Introduction

Une bille lancée dans un billard modélisé par un rectangle.



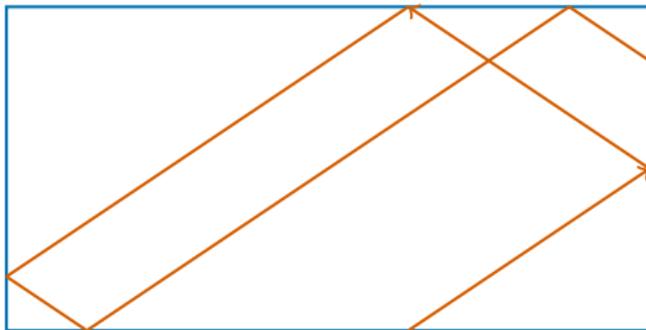
Introduction

Une bille lancée dans un billard modélisé par un rectangle.



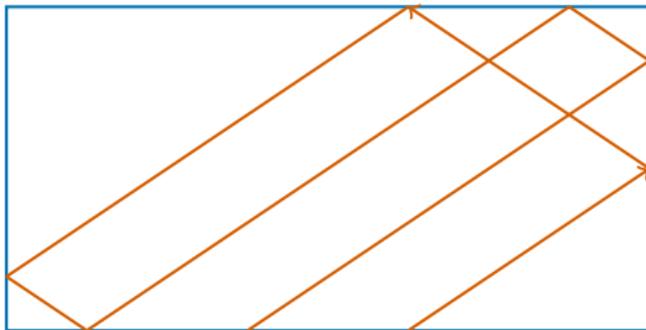
Introduction

Une bille lancée dans un billard modélisé par un rectangle.



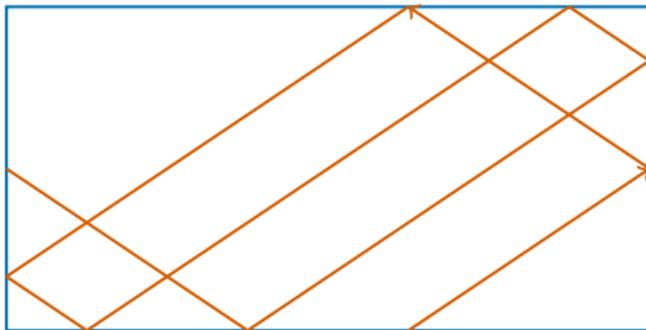
Introduction

Une bille lancée dans un billard modélisé par un rectangle.



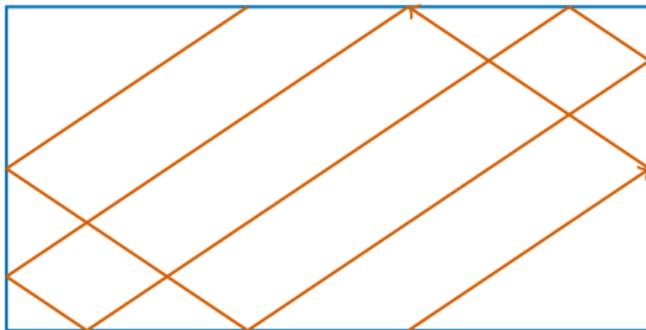
Introduction

Une bille lancée dans un billard modélisé par un rectangle.



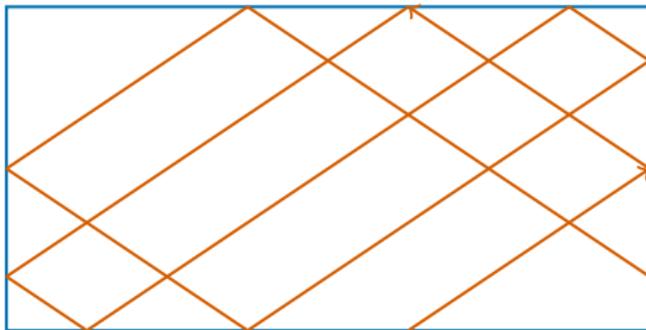
Introduction

Une bille lancée dans un billard modélisé par un rectangle.



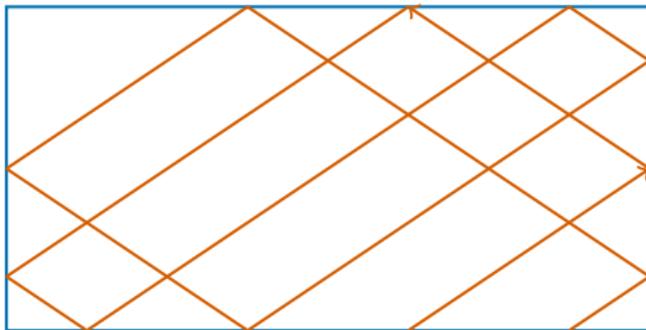
Introduction

Une bille lancée dans un billard modélisé par un rectangle.



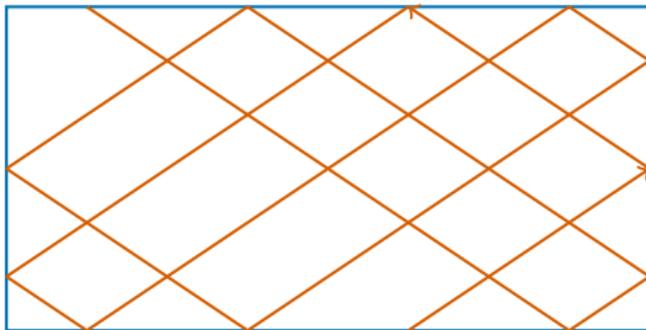
Introduction

Une bille lancée dans un billard modélisé par un rectangle.



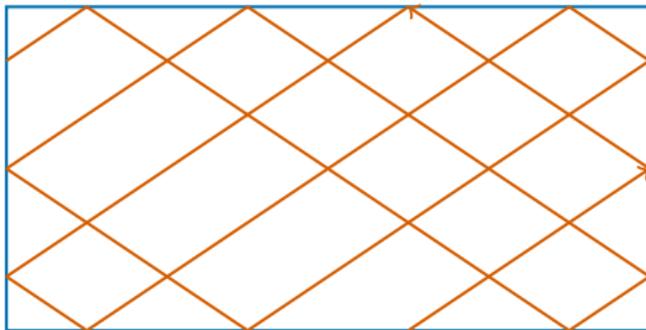
Introduction

Une bille lancée dans un billard modélisé par un rectangle.



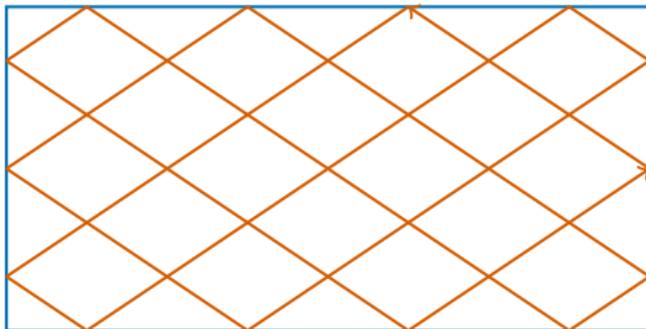
Introduction

Une bille lancée dans un billard modélisé par un rectangle.



Introduction

Une bille lancée dans un billard modélisé par un rectangle.



- 1 Introduction
- 2 Activités possibles
 - Règles et rapporteurs
 - GeoGebra
 - Calcul des rebonds
 - Programme Python
 - Synthèse
- 3 Le billard dans l'histoire
- 4 Conclusion

Introduction

Activités possibles

Le billard dans l'histoire

Conclusion

Règles et rapporteurs

GeoGebra

Calcul des rebonds

Programme Python

Synthèse

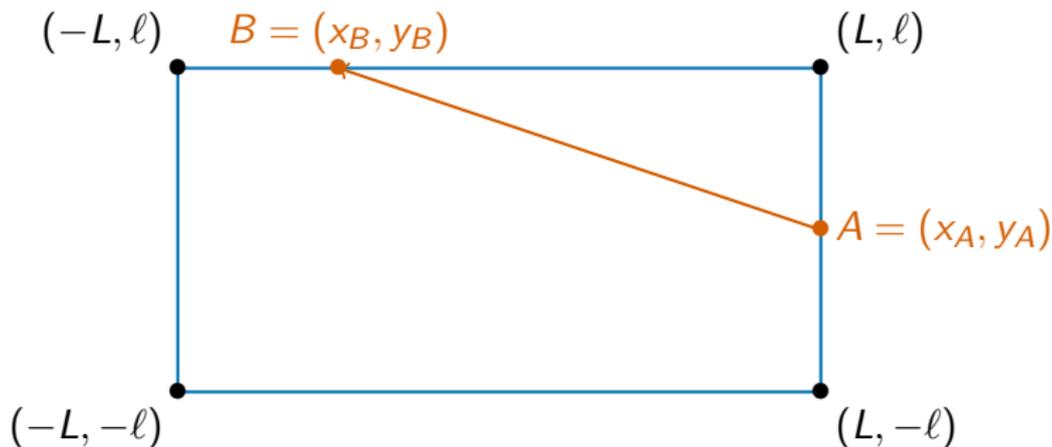
- Établissement de la construction et animation.
- On peut faire varier l'angle de départ de façon interactive.

Problématique

Comment calculer les coordonnées d'un rebond ?

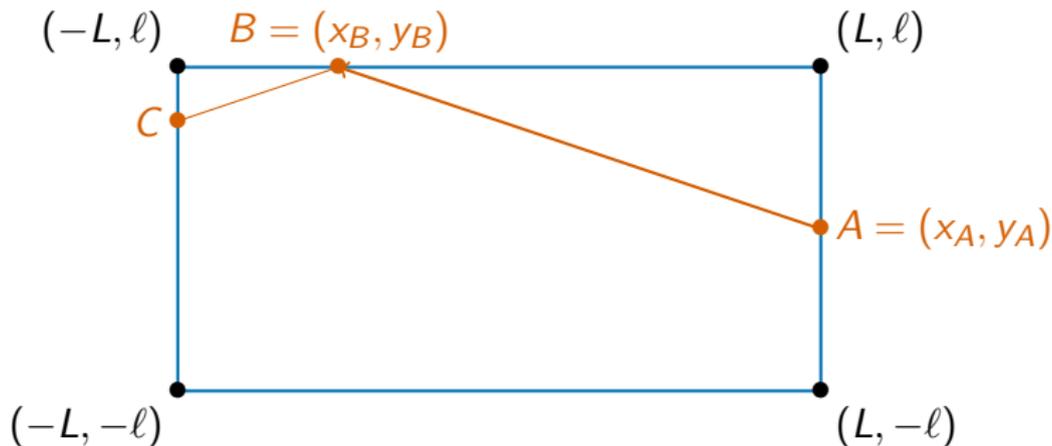
Problématique

Comment calculer les coordonnées d'un rebond ?



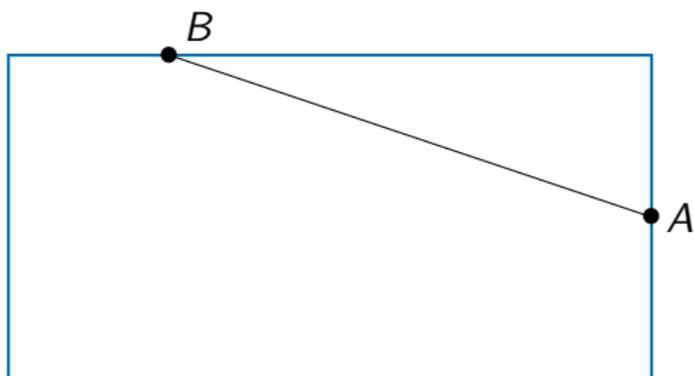
Problématique

Comment calculer les coordonnées d'un rebond ?

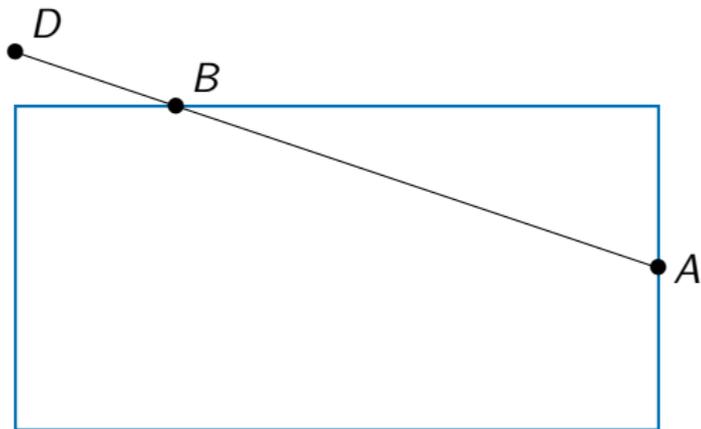


Coordonnées de C ?

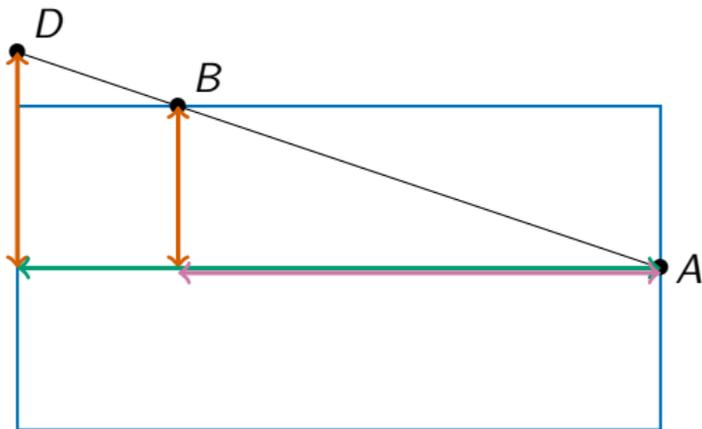
Méthode 1 : avec le théorème de Thalès



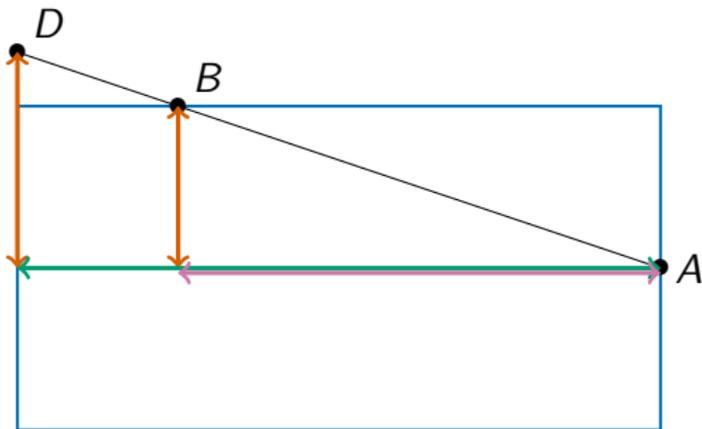
Méthode 1 : avec le théorème de Thalès



Méthode 1 : avec le théorème de Thalès

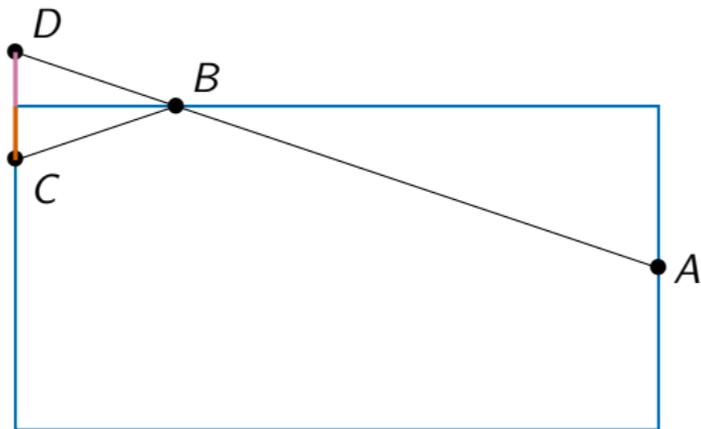


Méthode 1 : avec le théorème de Thalès



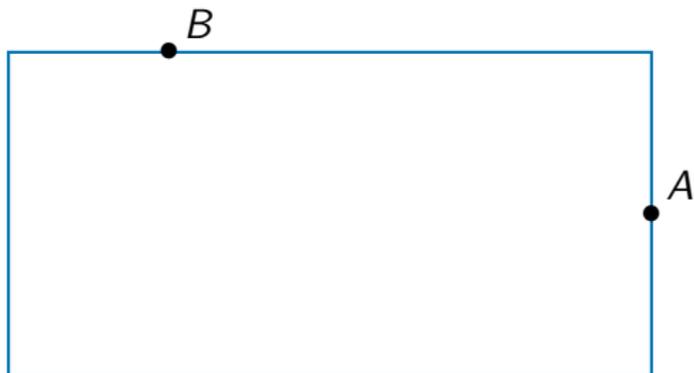
$$\frac{y_D - y_A}{y_B - y_A} = \frac{x_A - x_D}{x_A - x_B}$$

Méthode 1 : avec le théorème de Thalès

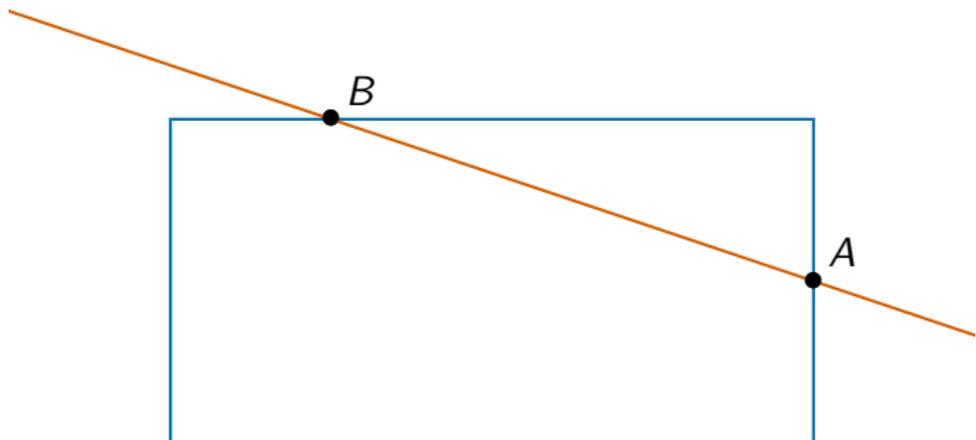


$$\frac{y_C + y_D}{2} = y_B$$

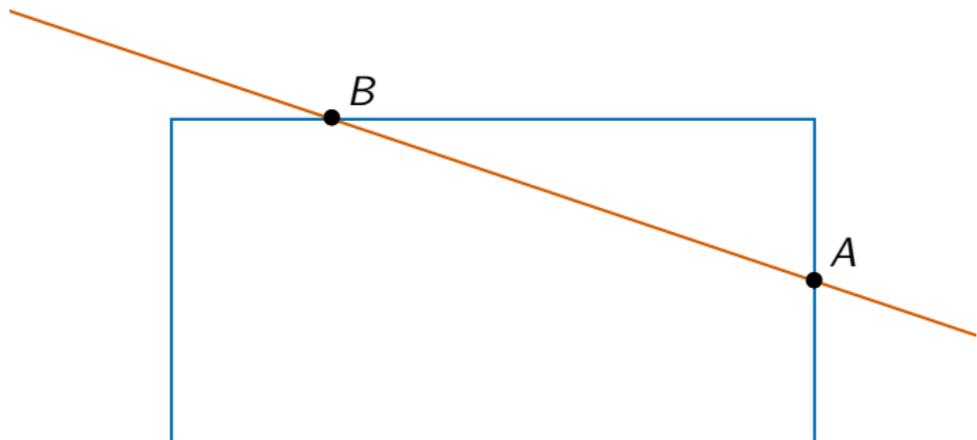
Méthode 2 : avec les équations de droites



Méthode 2 : avec les équations de droites

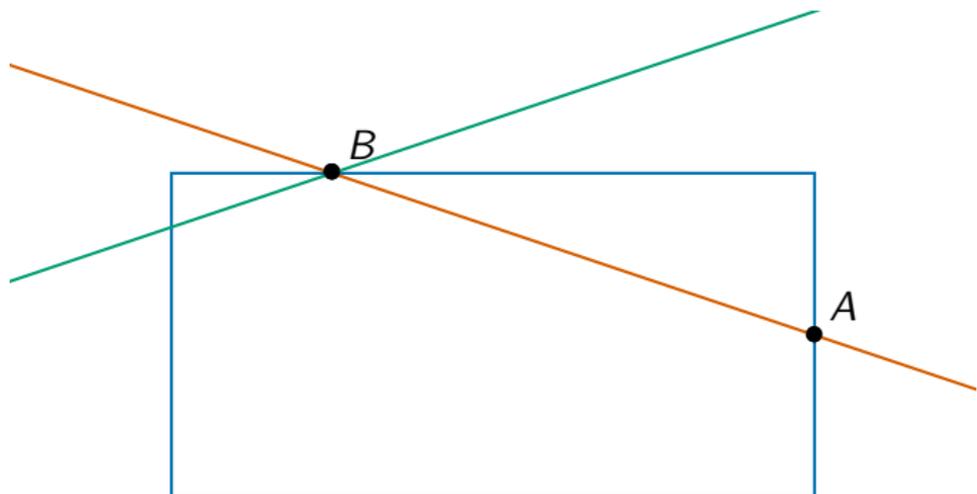


Méthode 2 : avec les équations de droites



$$y = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_B) + y_B$$

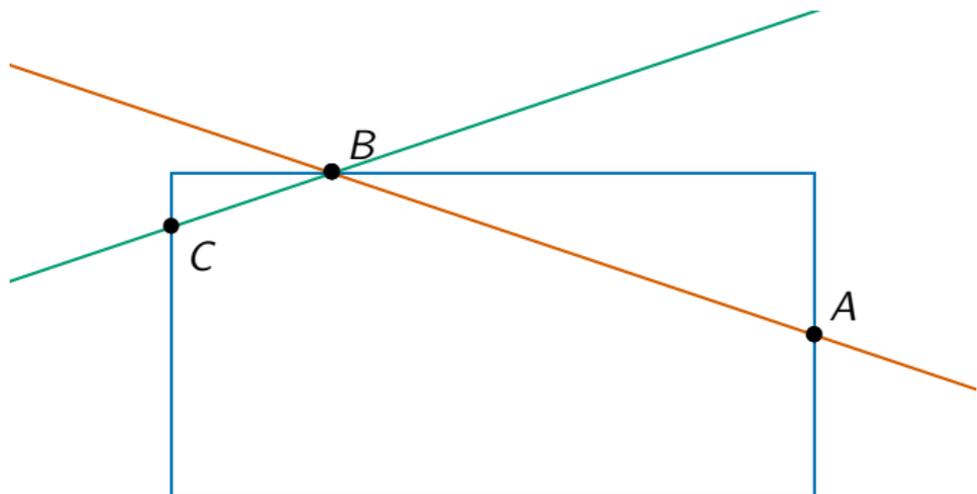
Méthode 2 : avec les équations de droites



$$y = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_B) + y_B$$

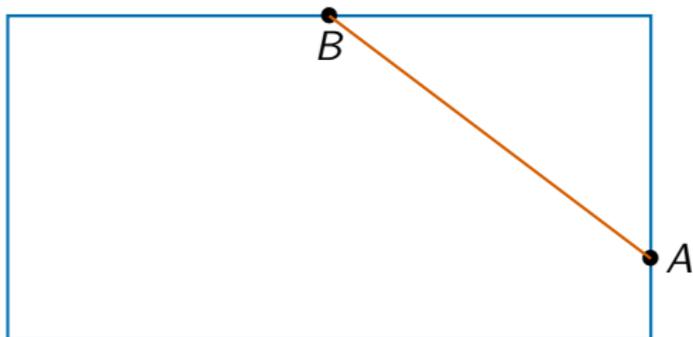
$$y = -\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_B) + y_B$$

Méthode 2 : avec les équations de droites

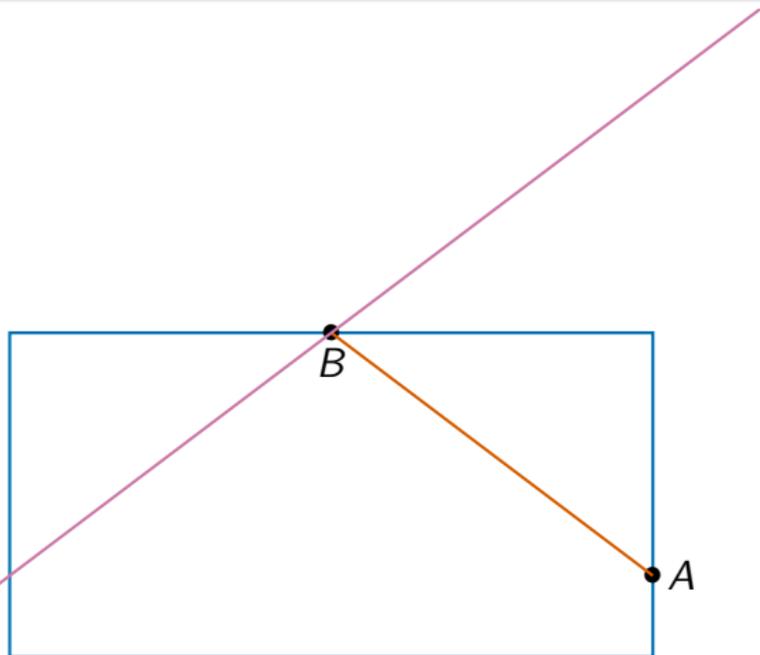


$$y = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_B) + y_B$$
$$y = -\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_B) + y_B$$

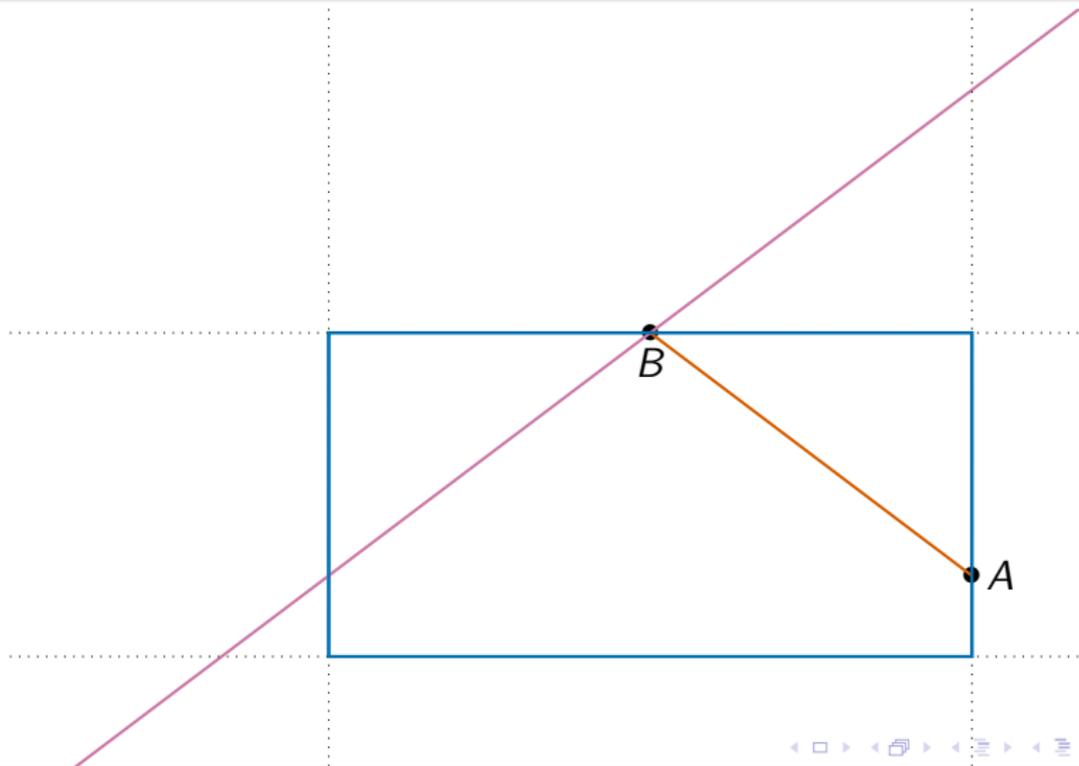
Principe de programmation



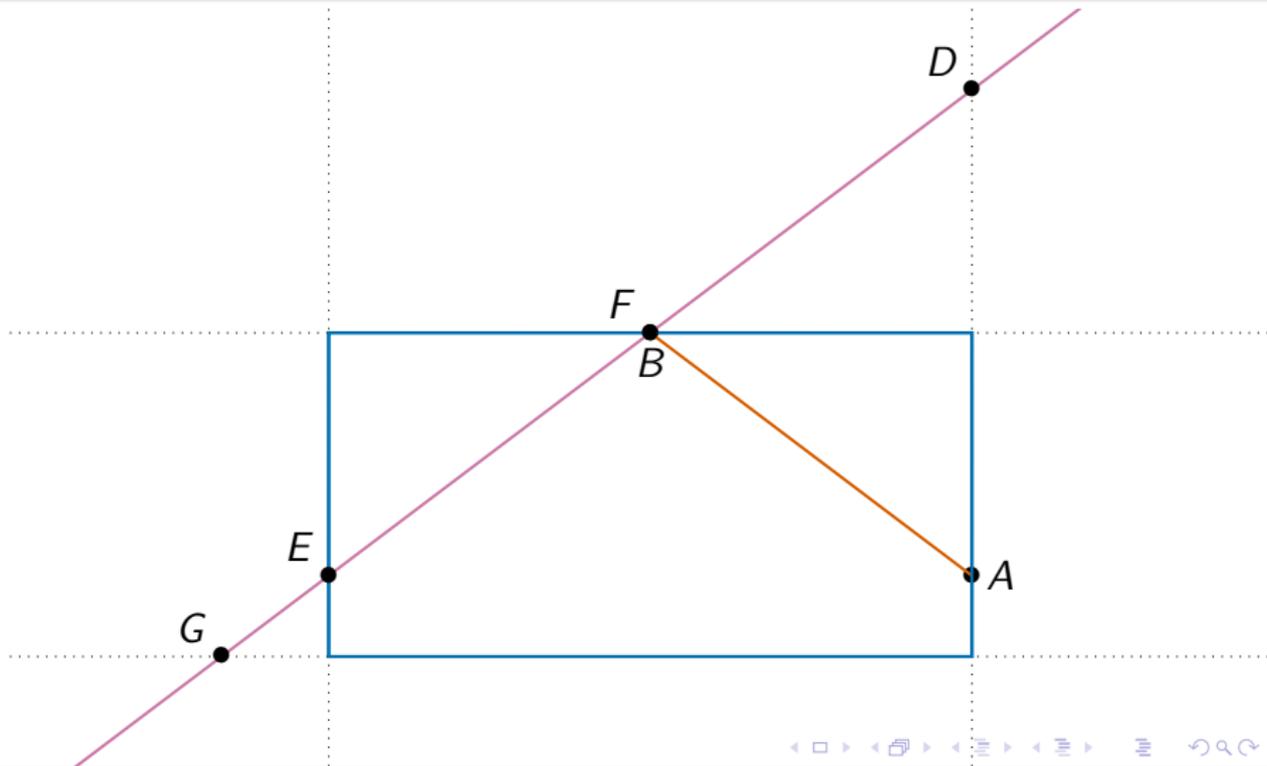
Principe de programmation



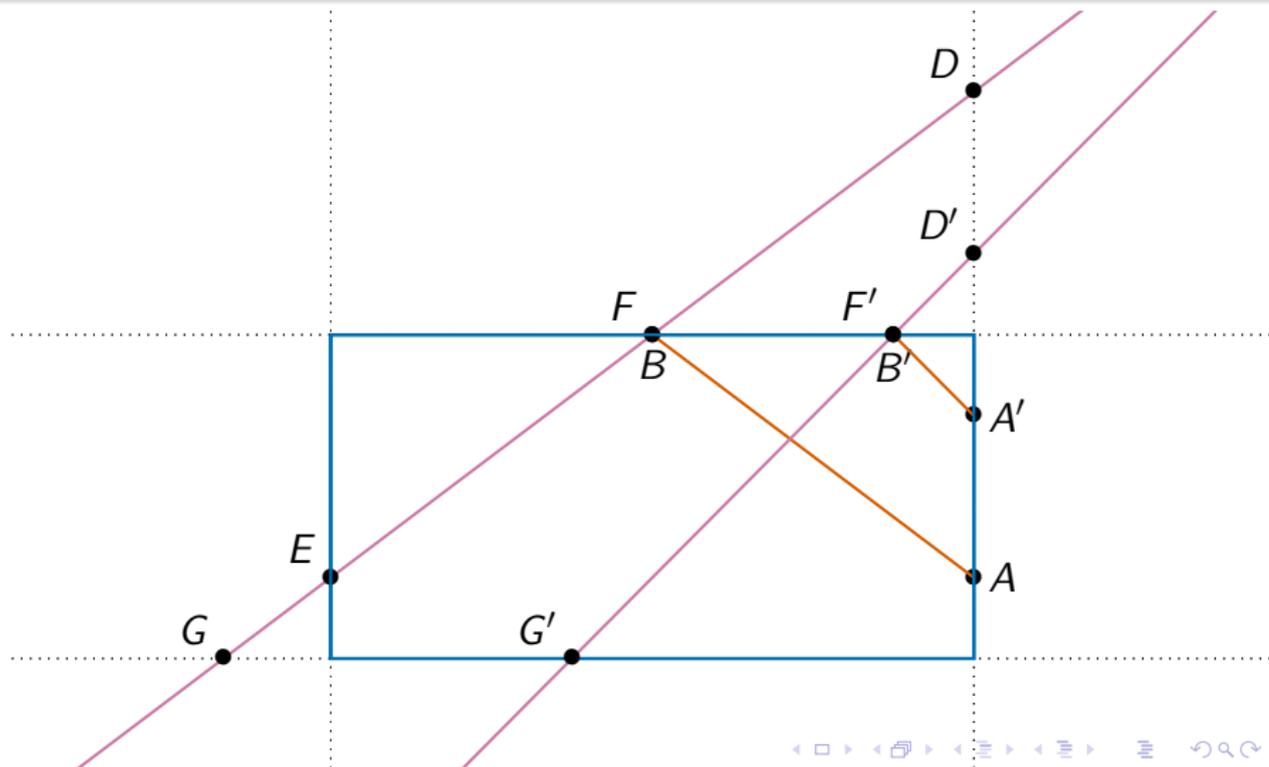
Principe de programmation



Principe de programmation



Principe de programmation



```
from matplotlib.pyplot import *#Paquet qui gère affichage

L=2          #demi-longueur du côté horizontal
l=1          #demi-longueur du côté vertical
A=[0,-1]    #Premier point
B=[L,0.3]   #Deuxième point
N=100       #Nombre de rebonds
plot([L,L,-L,-L,L],[1,-1,-1,1,1], 'b')#Affiche le billard
axis('equal')#Les échelles en x et y sont les mêmes
pause(0.5)
```

```

for k in range(N-1):#À chaque k: calcul du rebond suivant
    plot([A[0],B[0]], [A[1],B[1]],'r')#Affiche [A,B]
    pause(0.1) # Pause pour voir la trajectoire défiler

D=[L,B[1]-(B[1]-A[1])/(B[0]-A[0])*(L-B[0])]
E=[-L,B[1]-(B[1]-A[1])/(B[0]-A[0])*(-L-B[0])]
F=[B[0]-(B[0]-A[0])/(B[1]-A[1])*(1-B[1]),1]
G=[B[0]-(B[0]-A[0])/(B[1]-A[1])*(-1-B[1]),-1]

A=B    #Avant dernier point de la trajectoire
if D!=A and abs(D[1])<1:#Test si D est dans le segment
    B=D    #B est alors le point du rebond suivant
if E!=A and abs(E[1])<1:#Test si E est dans le segment
    B=E    #B est alors le point du rebond suivant
if F!=A and abs(F[0])<L:#Test si F est dans le segment
    B=F    #B est alors le point du rebond suivant
if G!=A and abs(G[0])<L:#Test si G est dans le segment
    B=G    #B est alors le point du rebond suivant

```

Quelles activités pour quels niveaux ?

- Billard au rapporteur : collègue

Quelles activités pour quels niveaux ?

- Billard au rapporteur : collègue
- Utilisation d'un gabarit : école primaire

Quelles activités pour quels niveaux ?

- Billard au rapporteur : collège
- Utilisation d'un gabarit : école primaire
- Construction de la figure avec GeoGebra : collège/lycée

Quelles activités pour quels niveaux ?

- Billard au rapporteur : collègue
- Utilisation d'un gabarit : école primaire
- Construction de la figure avec GeoGebra : collègue/lycée
- Programmation : collègue (Scratch), lycée (Python)

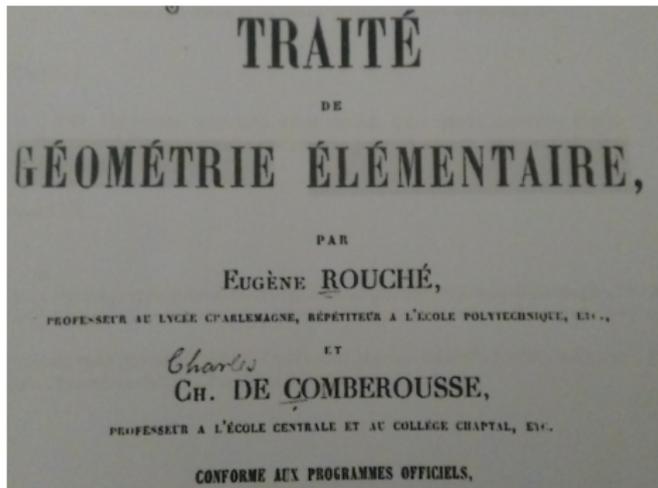
Quelles activités pour quels niveaux ?

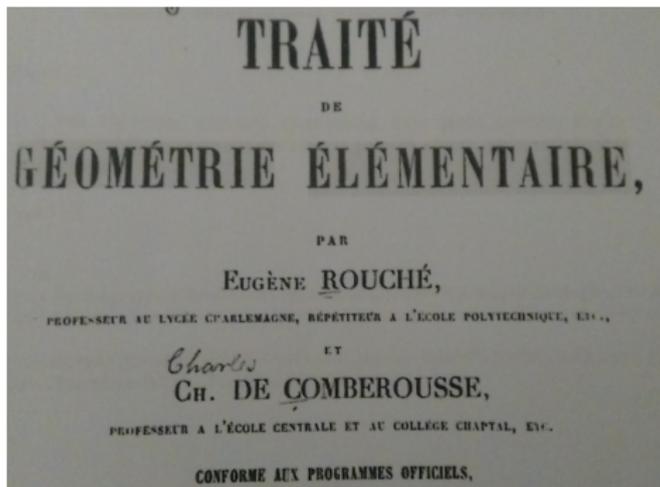
- Billard au rapporteur : collège
- Utilisation d'un gabarit : école primaire
- Construction de la figure avec GeoGebra : collège/lycée
- Programmation : collège (Scratch), lycée (Python)
- Détermination des coordonnées des rebonds : seconde ? première ?

Quelles activités pour quels niveaux ?

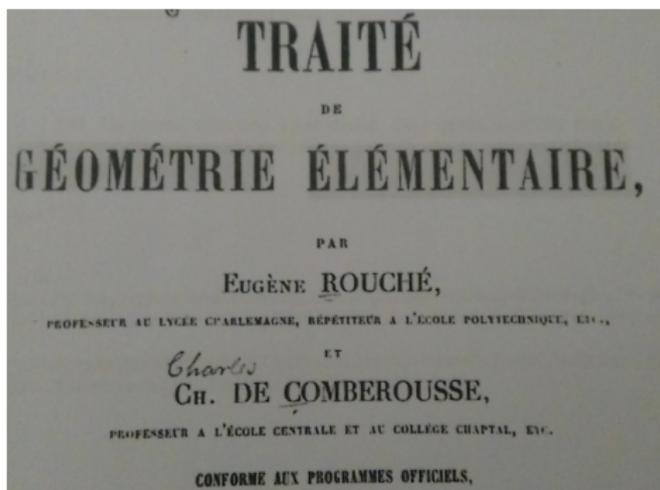
- Billard au rapporteur : collège
- Utilisation d'un gabarit : école primaire
- Construction de la figure avec GeoGebra : collège/lycée
- Programmation : collège (Scratch), lycée (Python)
- Détermination des coordonnées des rebonds : seconde ? première ?
- Exercices théoriques sur le billard : supérieur

Thème donné en concours et examens depuis le 18^{ième} siècle.

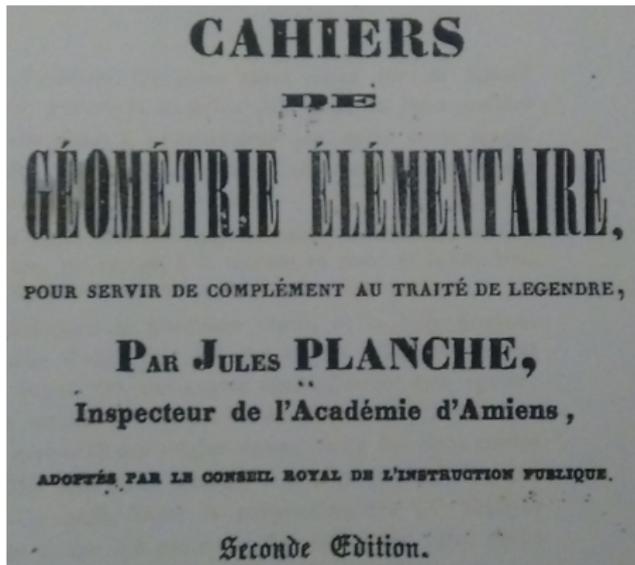


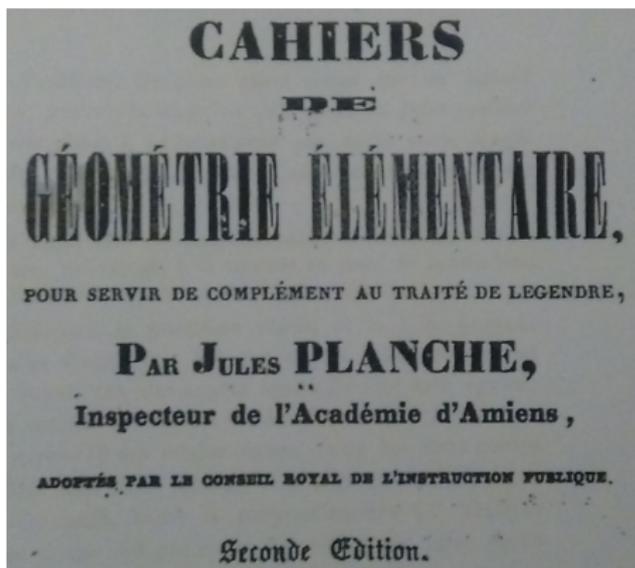


«Sur un billard rectangulaire, dans quelle direction faut-il lancer la bille pour qu'elle revienne au point de départ après avoir frappé successivement les quatre côtés ? Quelle est la longueur du chemin parcouru alors par la bille ?»

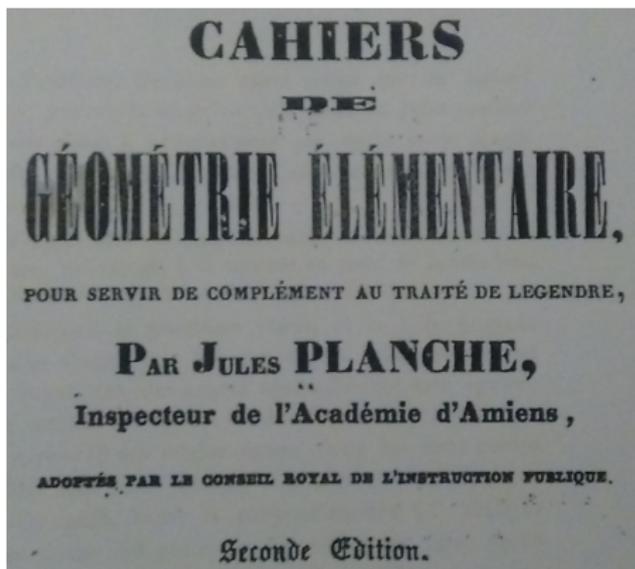


«Un billard circulaire étant donné, dans quelle direction faut-il lancer la bille pour qu'elle revienne au point de départ, après avoir frappé deux fois la bande ?»





«Un point étant donné sur un billard circulaire, trouver la direction qu'il faudrait faire prendre à une bille placée à ce point pour que, après avoir frappé deux fois à la bande circulaire, elle vienne repasser par le même point.»



Une solution est même proposée. Malheureusement, le temps nous a manqué pour la comprendre.

Une continuité ?

- Donc : présence dans les manuels d'enseignement au 18^{ième} siècle.
- Oraux de concours au début du 19^{ième} siècle.

Une continuité ?

- Donc : présence dans les manuels d'enseignement au 18^{ième} siècle.
- Oraux de concours au début du 19^{ième} siècle.
- Manuels actuels, exemple : livre de 6^{ième}.
- Oraux de concours de recrutement d'enseignement actuels.

- Déclinable à plusieurs niveaux.

- Déclinable à plusieurs niveaux.
- Utilisation de l'outil informatique (GeoGebra/Scratch/Python)

- Déclinable à plusieurs niveaux.
- Utilisation de l'outil informatique (GeoGebra/Scratch/Python)
- Codes informatiques et présentation en ligne sur le blog du labo de maths.

<http://blog.ac-versailles.fr/labomathsessouriau/>

- Déclinable à plusieurs niveaux.
- Utilisation de l'outil informatique (GeoGebra/Scratch/Python)
- Codes informatiques et présentation en ligne sur le blog du labo de maths.
<http://blog.ac-versailles.fr/labomathsessouriau/>
- Lien avec l'histoire des maths et l'histoire de l'enseignement des maths au travers d'exercices donnés en examens.

- Déclinable à plusieurs niveaux.
- Utilisation de l'outil informatique (GeoGebra/Scratch/Python)
- Codes informatiques et présentation en ligne sur le blog du labo de maths.
<http://blog.ac-versailles.fr/labomathsessouriau/>
- Lien avec l'histoire des maths et l'histoire de l'enseignement des maths au travers d'exercices donnés en examens.
- Lien avec la recherche actuel : système dynamique.