To prove
or not to prove

Ecole polytechnique

28 janvier, CMAP, X.

Pour commencer, une preuve de

$$\pi = 3$$

Maintenant à vous ... proposez une démonstration de l'énoncé suivant :

Dessiner une courbe

- sans lever le crayon,
- sans recroiser le trait,
- en revenant au point de départ

sépare le tableau en deux zones : l'extérieur et l'intérieur. C'est-à-dire, que si on découpe sur le trait, nous avons deux morceaux.

Une courbe continue injective fermée sépare le plan en deux composantes connexes : le plan privé de la courbe est composé de deux ensembles disjoints pour lesquels tout couple de points est reliable par une courbe continue restant dans la composante.

Maintenant à vous ... proposez une démonstration de l'énoncé suivant :

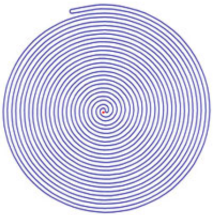
Dessiner une courbe

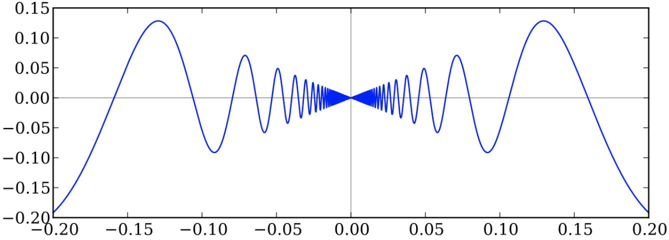
- sans lever le crayon,
- sans recroiser le trait,
- en revenant au point de départ

sépare le tableau en deux zones : l'extérieur et l'intérieur. C'est-à-dire, que si on découpe sur le trait, nous avons deux morceaux.

Une courbe continue injective fermée sépare le plan en deux composantes connexes : le plan privé de la courbe est composé de deux ensembles disjoints pour lesquels tout couple de points est reliable par une courbe continue restant dans la composante.

Quelques cas exotiques :





Vrai ou Faux ?

Les bus passent au bout de temps aléatoires, indépendants, identiquement distribués, comme la variable T.
Disons toutes les 10 min en moyenne : $\mathbb{E}(T) = 10$.

- Un individu arrivant au hasard dans ce système (en régime stationnaire) attend moins que $\mathbb{E}(T)$ en moyenne.
- Combien de temps attend-il en moyenne ?
- Soit N_t le nombre de bus passés au bout du temps t. Le nombre moyen de bus passés entre le temps t et $t + h$ converge vers $h/E(T)$ quand t tend vers l'infini :

$$\mathbb{E}(N_{t+h} - N_t) \xrightarrow{t\to\infty} \frac{h}{\mathbb{E}(T)}$$