

Séance Soustraction de deux nombres relatifs – 5ème

Thème: Nombres et calcul

Extraits BO:

Les nombres relatifs(d'abord entiers, puis décimaux) sont construits pour rendre possibles toutes les soustractions. La notion d'opposé est introduite, l'addition et la soustraction sont étendues aux nombres décimaux (positifs ou négatifs). **Il est possible de mettre en évidence que soustraire un nombre revient à additionner son opposé**, en s'appuyant sur des exemples à valeur générique du type :

$$3,1 - (-2) = 3,1 + 0 - (-2) = 3,1 + 2 + (-2) - (-2), \text{ donc}$$

$$3,1 - (-2) = 3,1 + 2 + 0 = 3,1 + 2 = 5,1$$

Prérequis:

- L'addition de deux nombres relatifs.
- La notion d'opposé.

Compétences mobilisées:

Calculer:

- Additionner, soustraire des nombres relatifs.
- Résoudre un problème simple relevant d'une des quatre opération élémentaires.

Modéliser:

- Traduire en langage mathématique une situation réelle à l'aide d'expressions numériques.

Communiquer:

- Expliquer sa démarche à l'écrit, en utilisant un des phrase corrects, un vocabulaire adapté et une présentation cohérente et soignée (égalités successives).

Un travail en amont: (en AP)

L'addition et la soustraction des nombres décimaux positifs sont étudiés tout au long du cycle 3.

Les élèves rencontrent dès le début du cycle 4 le nombre relatif, qui rend possible toutes les soustraction.

L'introduction de la soustraction en 5ème suppose que soient bien installées l'addition et la notion d'opposé, $a - b$ étant défini comme égal à $a + op(b)$. **Il est alors possible d'interpréter le résultat d'une addition à trou comme la différence de deux nombres relatifs.**

Exercice Trouver les opérations «impossibles» et compléter les autres (entraînement avec des propositions d'additions à trous).

Exemples:

$5 + ? = 9$ → Possible: on complète $5 + 4 = 9$.

$8 + ? = 3$ → Pas possible, car 8 est plus grand que 3: si on ajoute un nombre à 8, ça ne peut pas faire 3.

Avoir recours à la manipulation avec du matériel si nécessaire

Jeu avec du matériel fabriqué: cartes avec des additions à trous (ex.: $3 + ? = 8$ → possible; $7 + ? = 3$ → pas possible).

Les cartes sont faces cachées. Jeu à deux, trois ou quatre. Chacun prend une carte à tour de rôle et classe les cartes dans deux colonnes: possible, impossible. À la fin de la partie, on vérifie et on fait les calculs ou on justifie pourquoi ce n'est pas possible (en bleu). On gagne un point si on a eu une bonne réponse.

Exemple:

Possible $3 + ? = 9 \rightarrow 3 + 6 = 9$	Pas possible $5 + ? = 2$. On ne peut pas, car 5 est plus grand que 2 et si on ajoute un nombre à 5, ça ne peut pas « faire » 2.
---	---

I-Activité rapide (Corriger l'évaluation formative)

Question 1

Relier chaque calcul au résultat qui convient.

$$-12 + 5 \leftrightarrow -7$$

$$-5 + (-12) \leftrightarrow -17$$

$$12 + (-5) \leftrightarrow 7$$

$$12 + 5 \leftrightarrow 17$$

Question 2

Question 2 1 pts
Traduire en langage mathématique une situation réelle à l'aide d'expressions numériques <->

Associer chaque phrase à la somme qui lui correspond.

Lou plonge de 10 m, puis descend encore de 5 m $\leftrightarrow (-10) + (-5)$

Clément cueille 5 fleurs puis encore 10 fleurs. $\leftrightarrow 10 + 5$

Lors d'un jeu de hasard, Justine a gagné 5 euros puis perdu 10 euros $\leftrightarrow 5 + (-10)$

Question 3

Question 3 1 pts Deux nombres opposés

Sans faire de calcul, dire lesquelles de ces sommes sont nulles (c'est-à-dire égales à 0).

50% A = $6 + (-6)$

B = $-4 + 5$

50% C = $-12 + 12$

D = $3,5 + 3,5$

E = $(-2) + (-2)$

Question 4

Question 4 1 pts Nombres relatifs de même signe et nombres relatifs de signes contraires

Associer chaque somme au signe qui lui correspond (préciser le signe de chaque des sommes suivantes)

A = $-3 + 8 \leftrightarrow$ La somme est positive.

B = $-5 + 5 \leftrightarrow$ La somme est nulle.

C = $2 + 4 \leftrightarrow$ La somme est positive.

D = $8 + (-10) \leftrightarrow$ La somme est négative

E = $21,9 + (-3,1) \leftrightarrow$ La somme est positive.

F = $2,4 + (-2,5) \leftrightarrow$ La somme est négative

(QCM Pronote).

Objectif: réinvestir les notions d'addition et de nombres opposés.

Modalités:

Travail individuelle à la maison (modalités d'exécution des questions sur Pronote: **sans corrigé**), suis par un temps de mise en commun en classe pour corriger les questions.

Les temps de mise en commun succédant au travail individuelle fourniront aux élèves l'occasion de formuler leurs démarches et contribueront au repérage des erreurs liées à un compréhension non aboutie.

Question 1: une pratique routinière, notamment sous forme de calcul mental, d'additions entre nombres relatifs permettra l'automatisation progressive de la règle d'addition,

Question 2: beaucoup de situations en lien avec la vie courante peuvent illustrer l'addition de deux nombres relatifs. Celle-ci permet en effet de modéliser soit le bilan de deux variations (gains et pertes, montées et descentes d'un ascenseur, déplacements vers la droite ou vers la gauche le long de la droite graduée), soit l'application d'une variation (augmentation, diminution) à un état (température, altitude, solde d'un compte financier, score d'un joueur). La variété des contextes utilisés évitera que la prégnance d'un modèle empêche la construction du statut de nombre.

Question 5

Question 5 1 pts Quelles différences ...

Compléter chacune des égalités suivantes par le nombre qui convient.

a. $(+3) + (-8) = (-5)$

b. $(-10) + 7 = (-3)$

c. $(-2) + (0,8) = (-1,2)$

d. $(+6) + (-4,5) = (+1,5)$

e. $(-1) + 6 = 5$

Quelle opération permet de trouver le résultat? La soustraction

$$3 + \blacksquare = -5$$

$$\begin{aligned} \text{donc } \blacksquare &= -5 - (+3) \\ &= ?? \end{aligned}$$

$$(-2) + \blacksquare = (-1,2)$$

$$\begin{aligned} \text{donc } \blacksquare &= -1,2 - (-2) \\ &= ?? \end{aligned}$$

Comment faire pour calculer la différence d'un nombre relatif, qu'il soit positif ou négatif, avec un autre qui est négatif ? (La réponse après l'activité)

Question 5:

Par définition, la différence d de deux nombres est le nombre qu'il faut ajouter au premier pour obtenir le second. Cette définition, rencontrée pour les entiers et les décimaux positifs, reste vraie pour les relatifs. Ainsi, la différence d de $-5,4$ et $+2,1$ est telle que:
 $-5,4 + d = +2,1$,
donc $d = 2,1 - (-5,4)$.

Après la correction de cet exercice **une nouvelle question est amenée par le professeur :**

Après l'addition, la soustraction est elle une autre opération possible avec les relatifs ?

Par exemple peut on calculer la différence de $+7$ et $+2$, de $+7$ et -2 , de -7 et -2 , de -5 et $+3$?

Les élèves ont à écrire chaque différence avec le signe $-$ de soustraction et à calculer le résultat. (Le recours aux parenthèses ne doit plus poser de problèmes).

On se relance dans des tentatives de calcul :

$$\begin{aligned} +7 - (+2); & \quad +7 - (-2); \\ -7 - (-2); & \quad -7 - (+2); \\ -5 - (+3). & \end{aligned}$$

Certains de ces calculs, comme les suivants, ne posent pas problème car : $+7 - (+2) = 7 - 2 = 5$ et $-5 - (+3) = -5 - 3 = -8$.

Le problème est plus délicat pour les calculs de

$$+7 - (-2) \quad \text{et} \quad -7 - (-2).$$

Le professeur peut attendre les propositions des élèves, mais à ce stade, il paraît difficile qu'ils puissent les justifier à partir des connaissances dont ils disposent.

	<p>Ce qui amène à la question suivante: Comment faire pour calculer la différence d'un nombre relatif, qu'il soit positif ou négatif, avec un autre qui est négatif ?</p>
<p>II- Activité préparatoire à l'acquisition d'une nouvelle notion :</p> <p>Temps1: (Jeu de cartes , cf. Annexe)</p> <p>Première consigne : faire la somme des 15 cartes Deuxième consigne : on retire la carte +5</p> <p>Troisième consigne : on remet le +5 et on retire la carte -3</p> <p>Au tableau le professeur peut écrire: Somme de toutes les cartes = 15 On retire la carte (+5), il reste : 10 On retire la carte (-3), il reste : 18 On retire la carte (-1) ... (en précisant qu'on remettait les cartes après chaque question). Et à côté, on écrit les calculs correspondants. 15 - (+5) = 10 15 - (-3) = 18 15 - (-1) = ...</p> <p>Temps 2: Échange avec les élèves pour faire dire/ constater que soustraire deux nombres relatifs revient à additionner le premier terme et l'opposé du second terme.</p>	<p>Objectif: l'objectif de cet activité est d'établir la règle de calcul de la soustraction de deux nombres relatifs</p> <p>La pratique détaillée de calculs numériques élémentaires amène à découvrir progressivement certaines propriétés, sans avoir à les parachuter. Cela demande une anticipation pédagogique permettant un échelonnement des apprentissages.</p> <p>Cette activité permet de réinvestir les notions d'addition et de nombres opposés dans le cadre d'un jeu. Elle sert également l'occasion de l'introduction de la soustraction</p> <ul style="list-style-type: none"> • Prérequis : Les règles d'addition et la notion de nombres opposés. <p>Modalités:</p> <p>L'activité s'effectue en binôme.</p> <p>Support: 15 cartes, numérotées de -6 à +8.</p> <p><i>La règle de calcul de la soustraction sera alors dégagée à partir des remarques faites par les élèves.</i></p>
<p>III- La trace écrite dans le cahier de cours</p> <p><u>Soustraire des nombres relatifs</u></p> <p>Règle de calcul de la différence de deux relatifs: Pour soustraire un nombre relatif, on ajoute son opposé. Autrement dit, quels que soient les nombres relatifs a et b $a - b = a + \text{opp}(b)$</p> <p>Exemples: 10 - (-15) devient 10 + (+15) = 10 + 15 = 25 -9 - (-3) devient -9 + (+3) = -9 + 3 = -6 -3 - (-9) devient -3 + (+9) = -3 + 9 = 6</p>	

$$8 - (-5) \quad \text{devient} \quad 8 + (+5) = 8 + 5 = 13$$

$$-7 - (+2) \quad \text{devient} \quad -7 + (-2) = -9$$

Démonstration

$$\begin{aligned} 9 - (-1,6) &= 9 + \mathbf{0} - (-1,6) \\ &= 9 + \mathbf{(+1,6)} + \mathbf{(-1,6)} - (-1,6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Donc } 9 - (-1,6) &= 9 + \mathbf{(+1,6)} + \mathbf{0} \\ &= 9 + \mathbf{(+1,6)} \end{aligned}$$

Quels que soient les nombres relatifs a et b

$$\begin{aligned} \mathbf{a - b} &= \mathbf{a + 0 - b} \\ &= \mathbf{a + opp(b) + b - b} \end{aligned}$$

$$\text{Donc } \mathbf{a - b} = \mathbf{a + opp(b) + 0} = \mathbf{a + opp(b)}$$

Deux remarques importants:

$$10 - (-15) = 10 + (15) = 25 \quad \text{et} \quad -15 - 10 = -15 + (-10) = -25$$

La soustraction n'est pas commutative.

$$9 - 11 = -2; \quad \text{la soustraction est toujours possible.}$$

Calcul et raisonnement

L'utilisation d'un exemple générique, en parallèle aux écritures littérales, permet de mieux comprendre une démonstration.

Pour justifier: le professeur introduit le nombre 0 dans le calcul. La question qui vient ensuite est celle de la fonctionnalité du 0 : à quoi cela sert-il d'introduire 0 dans le calcul, par exemple dans le calcul de $7 - (-2)$? Ou encore 0 va être sans doute remplacé par une somme, laquelle et pourquoi celle là ? C'est donc vers un élargissement de la place des élèves dans la construction de la réponse que l'on se dirige désormais.

IV- Deux exercices d'application directe

Exercice 1: (exercice 34 P 41 , transmath cycle 4)

Calculer à la main.

a. $7,5 - (-15)$

b. $-12,6 - 5,2$

c. $-24,9 - (-11,5)$

d. $16,5 - 5,6$

e. $-17,25 - 2,75$

f. $-58 - (-43,5)$

g. $-53 - 104$

h. $-37,5 - 82,5$

Exercice 2 :

- à 9 heures du matin, on a relevé une température de 3°C . A midi, le thermomètre indique 7°C . Quel est l'écart de températures observé entre ces 2 relevés?
- Ce matin là, à 6 heures, on avait relevé une température de -3°C . Quel est l'écart de températures observé entre 6 heures et midi?

Solution:

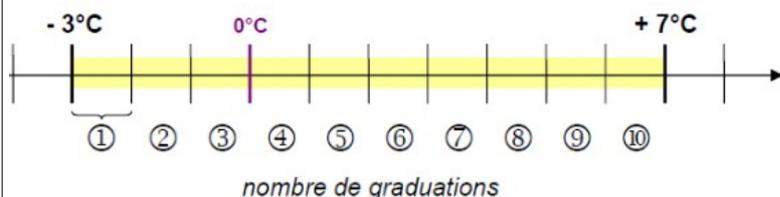
1. L'écart de températures est de 4°C ce qui correspond à:

$$7 - 3 = 4$$

2. Plaçons sur un axe gradué des deux températures.



L'écart de températures est de 10°C ce qui correspond à 10 graduations:



Pour résoudre ce problème par le calcul, utilisons la formule:

Température finale - température initiale = écart de températures

$$\begin{aligned} (+7) - (-3) &= 7 + (+3) \\ &= 7 + 3 \\ &= 10 \end{aligned}$$

Travaux à donner pour la prochaine séance

Exercice 1

Transformer chaque soustraction en addition puis trouver les résultats

A = $5 - (-3)$

B = $10 - 5$

C = $-10 - (-5)$

D = $-2 - 4$

E = $3 - 8$

F = $7 - (-5)$

Les exercices 1 est consacré à la mise en application de la propriété permettant de soustraire deux nombres relatifs.

Différenciation: Application d'une variation (augmentation, diminution) de la température.

Pour certains élèves, la compréhension de la règle demande du temps et nécessite le recours à des outils de représentation (contextes concrets, droite graduée) alors que d'autres les utilisent déjà de façon automatisée. Dans cet exercice, le professeur peut utiliser la droite graduée pour aider les élèves les plus en difficulté à mieux comprendre la règle du calcul.

A retenir

Pour calculer un écart de température, on effectue l'opération suivante:

Température finale - température initiale

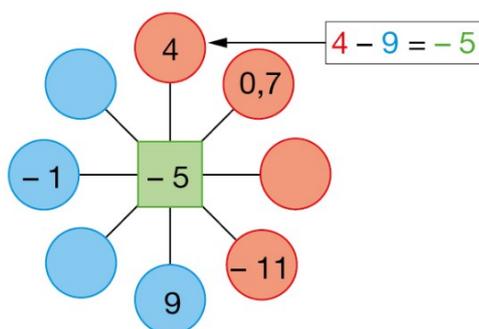
Exercice 2: Mission indigo 5e P121

45 Effectuer le calcul qui correspond à chaque phrase.

- a. La différence entre 2 et 3.
- b. La différence entre -2 et -3 .
- c. La différence entre 2 et -3 .
- d. La différence entre -2 et 3.

Exercice 3 (exercice 36 P 42 , transmath cycle 4)

36 Un nombre écrit dans un cercle rouge moins le nombre écrit dans le cercle bleu diamétralement opposé doit donner -5 . Recopier et compléter.



Exercices d'approfondissement

Problème 1



Sur la lune, les régions exposées au soleil atteignent une température de $117,3^{\circ}\text{C}$;
les régions non exposées : -50°C ;
quant à la face non éclairée, sa température atteint $-162,7^{\circ}\text{C}$.

Calculer les écarts de température suivants:

- a) entre la température la plus haute et la température la plus basse .
- b) entre la température des régions non exposées au soleil et celle de la face non éclairée de la lune.
- c) entre la température des régions exposées au soleil et celle des régions non exposées.

Problème 2: Un peu d'histoire

Calculer la durée des trois périodes romaines suivantes:

Compétences mobilisées:

Calculer, raisonner, Communiquer

Les exercices d'approfondissement sont l'occasion d'utiliser la propriété dans des situations concrètes.

- ✓ Rome Etrusque : de 753 avant J-C à 509 avant J-C
- ✓ Rome Républicaine : de 509 avant J-C à 30 avant J-C
- ✓ Rome Impériale : de 30 avant J-C à 358 après J-C

(**Remarque:** durée d'une période = année finale – année initiale)

Problème 3: A propos de dates de naissance

VERCINGÉTORIX avait douze ans en :	- 60
EUCLIDE avait trente ans en :	- 293
CÉSAR avait un an en :	- 99
CHARLEMAGNE avait cinquante-huit ans en :	800
PYTHAGORE avait vingt ans en :	- 560
MOZART avait quatorze ans en :	1 770

Calculez leur date de naissance.

Problème 4: Conversion

Aux États-Unis, la température T est mesurée en degrés Fahrenheit. Voici la formule pour convertir une température T °f exprimée en degrés Fahrenheit (°F) en température T°C équivalente exprimée en degrés Celsius (°C):

$$T_{°C} = \frac{(T_{°F} - 32) \times 5}{9}$$

A New-York est annoncée une température de 68°F.
 Convertis cette température en degrés Celsius à l'aide de la formule.

Problème 5: Jeu du concours

<http://cache.media.education.gouv.fr/>

TIC

Mission indigo 5e 2020

Exercice 75 P 135

Pour mener ce travail de recherche en classe, un travail en groupes peut être conseillé

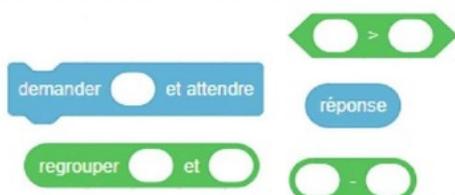
75 Programmes de calcul

1. Voici un programme de calcul.

Choisir un nombre.
Effectuer la différence entre 5 et ce nombre.

- a. Réaliser un script dans lequel :
- le lutin demande à l'utilisateur avec quel nombre il veut appliquer le programme de calcul ci-dessus ;
 - le lutin annonce d'abord si le résultat est négatif, positif ou nul, puis annonce ce résultat.

Les blocs suivants pourront être utilisés :



- b. Comment faut-il choisir le nombre de départ pour que le lutin annonce un résultat négatif ?

2. On considère à présent le programme de calcul suivant.

Choisir un nombre.
Multiplier ce nombre par 2.
Effectuer la différence entre le résultat et 4.

- a. Modifier le script précédent pour l'adapter à ce programme de calcul.

- b. Comment faut-il choisir le nombre de départ pour que le lutin annonce un résultat positif ?

Exercice 76 P 135

76 La boucle est bouclée

Voici un programme de calcul.

Choisir un nombre.
Prendre le triple du nombre choisi.
Prendre le double du nombre choisi.
Calculer la différence entre le premier nombre obtenu et le second.

1. Appliquer ce programme de calcul avec le nombre 3, puis avec le nombre 2,5.

2. On veut appliquer à nouveau ce programme de calcul à des nombres négatifs : -8 ; -23 ; -52 .

- a. Reproduire cette feuille de calcul avec un tableur.

	A	B	C	D
1	Nombre choisi	-8	-23	-52
2	Son triple			
3	Son double			
4	Leur différence			

- b. Quelles formules peut-on saisir en B2, B3 et B4 puis recopier vers la droite ?

3. Finalement, que semble faire ce programme de calcul ? Comment peut-on l'expliquer ?

Exercice 77 P 135

77**Coordonnées opposées**

1. Ouvrir un logiciel de géométrie dynamique.
2. Faire apparaître les axes et la grille en cliquant sur



3. Placer le point A de coordonnées $(-2 ; 7)$.

Saisie:

4. Placer le point B dont les coordonnées sont les opposées de celles de A.

Que peut-on dire du point B par rapport au point A ?

5. Placer le point C qui a :

- pour abscisse, l'abscisse du point A ;
- pour ordonnée, l'opposé de l'ordonnée du point A.

Que peut-on dire du point C par rapport au point A ?

6. Placer le point D qui a :

- pour abscisse, l'opposé de l'abscisse du point A ;
- pour ordonnée, l'ordonnée du point A.

Que peut-on dire du point D par rapport au point A ?

Annexe

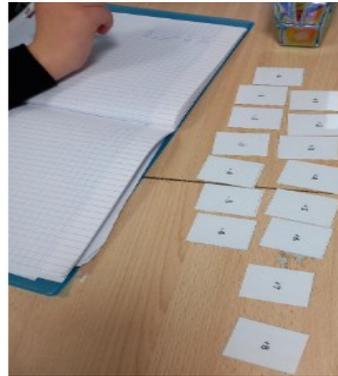
Activité de découverte: Les élèves sont par binôme ont pour seul support 15 cartes, numérotées de -6 à +8.

- 6	- 5	- 4	- 3
- 2	- 1	0	+ 1
+ 2	+ 3	+ 4	+ 5
	+ 8	+ 7	+ 6

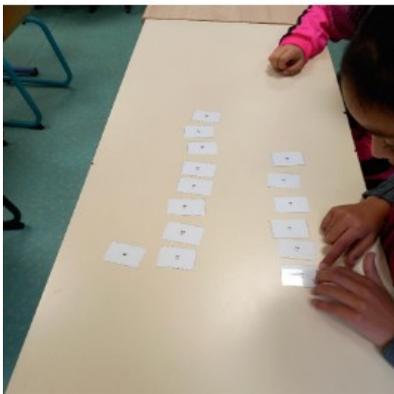
1. Faire la somme des 15 cartes.
2. Retirer la carte +5.
3. Remettre le +5 et retirer la carte -3.
- 4.

Travail effectué en classe

Première consigne : faire la somme des 15 cartes (le professeur ne donne pas d'indication supplémentaire)
Certains groupes vont très vite car ils regroupent les cartes par opposés ((la somme de deux nombres relatifs opposés est égale à zéro))



D'autres sont plus lents (soit ils effectuent les calculs de la gauche vers la droite, soit ils regroupent les nombres positifs et les nombres négatifs).



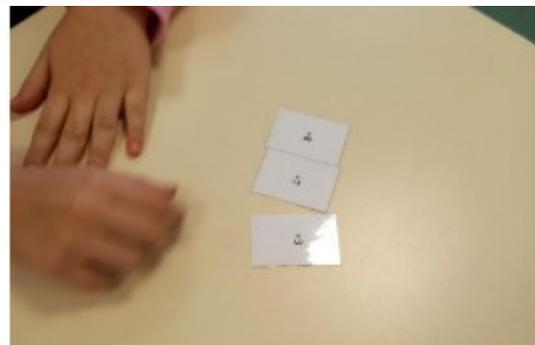
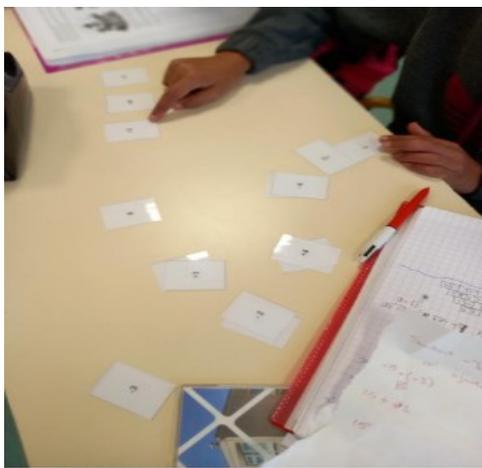
On a exposé (à l'oral) plusieurs méthodes pour faire la somme des cartes, mais dans leur cahier les élèves ne figure que le résultat.

Deuxième consigne : on retire la carte +5.

Certains groupes recomptent tout, d'autres plus astucieux font une soustraction

Troisième consigne : on remet le +5 et on retire la carte -3.

On constate que retirer la carte -3 revient à ajouter 3.



A l'oral:

Que se passe-t-il si on retire la carte -2 ? $+7$? -5 ? ...

Une phase de mise en commun permet ensuite, lors d'un débat dans la classe, de valider ou d'invalider les réponses fournies. Et on établit la règle à l'oral ensemble (pour retirer un nombre positif on fait une soustraction et pour retirer un nombre négatif on fait une addition).

Ensuite les élèves ont écrit dans le cours la "vraie" règle : pour retirer un nombre relatif, on ajoute son opposé.

Les élèves visualisaient mieux la soustraction en manipulant les cartes. Ils comprenaient mieux le principe de "pour soustraire un nombre, j'ajoute son opposé".