Utiliser des documents historiques pour enseigner les mathématiques

Renaud Chorlay[1]

Journée académique des laboratoires de mathématiques

Académie de Versailles – 11 avril 2023

INSPÉ Institut national supérieur du professorat et de l'éducation
Académie de Paris

LDAR
LABORATOIRE DE DIDACTIQUE
ANDRÉ REVUZ

[1] Renaud.chorlay@inspe-paris.fr

Introduction : ce dont je parle, ce dont je ne parle pas

Un « esprit » partagé par les programmes de lycée et la commission inter-IREM *Epistémologie et histoire des mathématiques* :

> Il peut être judicieux d'éclairer le cours par des éléments de contextualisation d'ordre historique, épistémologique ou culturel. L'histoire peut aussi être envisagée comme une source féconde de problèmes clarifiant le sens de certaines notions. Les items « Histoire des mathématiques » identifient quelques possibilités en ce sens. Pour les étayer, le professeur peut s'appuyer sur l'étude de documents historiques.

Exemples :

> L'histoire des probabilités fournit un cadre pour dégager les éléments de la mathématisation du hasard. Un exemple est le problème des partis, dit aussi du chevalier de Méré, l'échange de lettres entre Pascal et Fermat sur ce point puis les travaux de Pascal, Fermat et Huygens qui en découlent. Le problème du duc de Toscane ou les travaux de Leibniz sur le jeu de dés peuvent aussi être évoqués.

> De nombreux textes témoignent d'une préoccupation algorithmique au long de l'Histoire. Lorsqu'un texte historique a une visée algorithmique, transformer les méthodes qu'il présente en un algorithme, voire en un programme, ou inversement, est l'occasion de travailler des changements de registre qui donnent du sens au formalisme mathématique.

Introduction : ce dont je parle, ce dont je ne parle pas

Histoire comme objectif et objet d'enseignement

OU

Documents historiques comme moyens et occasions d'un travail (en / sur les) mathématique(s)

Moyens et occasions de quoi ?

- Elargir et enrichir la gamme de situations d'enseignement non routinières
- Faire travailler des compétences transversales : représenter, interpréter, reformuler, comparer, justifier, évaluer, critiquer

Un « OU » inclusif ?

Introduction : plan de l'exposé

I Deux exemples au Lycée

II Deux exemples au collège

III Quelques ressources

Exemple n°1 - Quand Leibniz joue aux dés

G.W. Leibniz, *Lettre sur le jeu de Quinquenove*, 1678. Extraits :

Mais à fin de rendre cette matière plus intelligible, je dis premièrement que l'apparence se peut estimer, et même qu'elle peut se vendre ou acheter.

(…) *Prenons un example. Deux personnes jouent aux dés : l'un gagnera s'il a encore huit points, l'autre s'il en a cinq. Il s'agit de savoir pour lequel des deux il faudroit plutost parier. Je dis qu'il faut plutost parier pour celui qui a besoin de huit points, et même que son avantage comparé avec l'espérance que l'autre doit avoir, est comme de trois à deux. C'est à dire que je pourrois parier trois écus contre deux pour celui qui demande huit points contre l'autre, sans me faire tort. Et si je parie un contre un, j'ay un grand avantage. Il est vray que non obstant l'apparence je puis perdre ; d'autant que l'apparence de perdre est comme deux et celle de gagner comme trois. Mais dans la suite du temps observant ces règles de l'apparence, et jouant ou pariant souvent, il est constant qu'il se trouvera à la fin, que j'auray gagné plutost que perdu.*

Mais pour faire voir qu'il y a plus d'apparence pour celui qui a besoin de huit points, en voicy la démonstration. Je suppose qu'on joue à deux dés, et que ces deux dés sont bien faits, sans qu'il y a de la tricherie, cela étant il est visible qu'il n'y a que deux manières de rencontrer cinq points, l'une est 1 et 4. l'autre 2 et 3. au lieu qu'il y a trois manières pour avoir huit points, sçavoir 2 et 6, item 3 et 5, et enfin 4 et 4. Or chacune de ces manières a en elle-même autant d'apparence que l'autre car par exemple il n'y a point de raison pour laquelle on puisse dire qu'il y a plus d'apparence de rencontrer 1 et 4 que 3 et 5. Par conséquent il y a autant d'apparences (égales entre elles), qu'il y a de manières. Donc cinq points se pouvant faire seulement de deux manières, mais huit points se pouvant faire de trois façons, il est manifeste qu'il y a deux apparences pour cinq et trois apparences toutes semblables pour huit.

(…) *Cela étant posé, il est visible qu'il faudra suivre l'estime que je viens de faire. C'est à dire que cette maxime fondamentale aura lieu :*

L'apparence ou probabilité de l'effect A, garde la même proportion à l'apparence ou probabilité de l'effect B, que le nombre de toutes les manières capables de produire l'effect A garde au nombre de toutes les manières de produire l'effect B, supposant toutes ces manières également faisables.

LEIBNIZ Gottfried Whilhelm. *L'estime des apparences : 21 manuscrits de Leibniz sur les probabilités, la théorie des jeux, l'espérance de vie*. Textes édités et présentés par Marc Parmentier. Paris : Vrin, 1995.

Exemple n°1 - Quand Leibniz joue aux dés

	Leibniztable(5,20)		Leibniztable(5,10000)		Leibniztable(5,100000)	
	Somme 5	Somme 8	Somme 5	Somme 8	Somme 5	Somme 8
	Fréquences (en %)		Fréquences (en %)		Fréquences (en %)	
	55	45	44,72	55,28	44,795	55,205
	55	45	43,66	56,34	44,482	55,518
	50	50	43,85	56,15	44,439	55,561
	60	40	45,22	54,78	44,526	55,474
	55	45	44,12	55,88	44,211	55,789
Etendue	10	10	1,56	1,56	0,584	0,584
Ecart interquartile	0	0	0,87	0,87	0,087	0,087
Ecart-type	3,536	3,536	0,645	0,645	0,209	0,209

Les « données » donnent-elles raison à Leibniz ?

	Leibniztable(5,10000)	
	Somme 5	Somme 8
	Fréquences (en %)	
	44,72	55,28
	43,66	56,34
	43,85	56,15
	45,22	54,78
	44,12	55,88
	1,56	1,56
	0,87	0,87
	0,645	0,645

Exemple n°1 - Quand Leibniz joue aux dés

Des fréquences empiriques « anormales » ?

→ Si, comme Leibniz l'affirme, on a $p = 0{,}4$ (fréquence de la somme de 5), alors on s'attend à ce que plus de 95% des fréquences empiriques de la somme de 5 calculées sur les échantillons de taille 10000 soient dans l'intervalle $\left[0{,}4 - \frac{1}{\sqrt{10000}}\ ,\ 0{,}4 + \frac{1}{\sqrt{10000}}\right]$, c'est-à-dire [0,39 , 0,41]. Donc ces cinq échantillons sont tous dans les 5% des cas marginaux. Le test est pertinent puisqu'on a bien $n \geq 25$ et $0{,}2 < p < 0{,}8$.

– Inégalité de concentration. Si M_n est la variable aléatoire moyenne d'un échantillon de taille n d'une variable aléatoire d'espérance μ et de variance V, alors pour tout $\delta > 0$,

$$P(|M_n - \mu| \geq \delta) \leq \frac{V}{n\delta^2}.$$

→ Si Leibniz avait raison, la probabilité que la fréquence empirique de la « somme de 5 » sur des échantillons de 10000 parties soit distante de 0,4 de plus de 0,03 est inférieure à 3%.

Deux modèles pour une expérience aléatoire :

Case	2 - 6	6 - 2	3 - 5	5 - 3	4 - 4	1 - 4	4 - 1	2 - 3	3 - 2
Probability	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9

Case	2+6=8	3+5=8	4+4=8	1+4=5	2+3=5
Probability	2/9	2/9	1/9	2/9	2/9

Exemple n°1 - Quand Leibniz joue aux dés

Une occasion de travail sur des objectifs du programme :

- Notions : probabilité, loi de probabilité, équiprobabilité, variable aléatoire, espérance, jeu équitable, ratio, dispersion.

- Savoir-faire : calculer une espérance à partir d'une loi de probabilité ; concevoir une simulation et interpréter ses résultats, pour estimer une probabilité, pour accepter ou rejeter une hypothèse.

- Compréhension de la démarche probabiliste : calcul d'espérance et prise de décision en situation aléatoire ; lien entre approche épistémique et approche fréquentiste ; version « vulgarisée » de la loi des grands nombres.

Exemple n°1 - Quand Leibniz joue aux dés

Un travail en écho avec des lignes directrices des programmes : place de l'erreur – place des problèmes internes aux mathématiques et problèmes issus du « monde réel »

Quelques lignes directrices pour l'enseignement

Le professeur veille à créer, dans la classe de mathématiques, une atmosphère de travail favorable aux apprentissages, combinant bienveillance et exigence. Il est important de développer chez chaque élève des attitudes positives à l'égard des mathématiques et sa capacité à résoudre des problèmes stimulants.

L'élève doit être incité à s'engager dans une recherche mathématique, individuellement ou en équipe, et à développer sa confiance en lui. Il cherche, essaie des pistes, prend le risque de se tromper. Il ne doit pas craindre l'erreur, mais en tirer profit grâce au professeur, qui l'aide à l'identifier, à l'analyser et la comprendre. Ce travail sur l'erreur participe à la construction de ses apprentissages.

Les problèmes proposés aux élèves peuvent être internes aux mathématiques, provenir de l'histoire des mathématiques, être issus des autres disciplines ou du monde réel, en prenant garde que la simple inclusion de références au monde réel ne suffit pas toujours à transformer un exercice de routine en un bon problème. Dans tous les cas, ils doivent être bien conçus et motivants, afin de développer les connaissances et compétences mathématiques du programme.

Exemple n°1 - Quand Euler approche des racines carrées

L. Euler, *Elémens d'algèbre*, 1774. Extraits :

§784. Lorsque les racines d'une équation ne sont pas rationnelles, soit qu'on puisse les exprimer par des quantités radicales, soit qu'on n'ait pas même cette ressource, comme c'est le cas pour les équations qui passent le quatrième degré, on est obligé de se contenter de déterminer leurs valeurs par des approximations, c'est-à-dire par des voies qui font qu'on approche toujours davantage de la vraie valeur, jusqu'à ce que l'erreur puisse être censée nulle. On a proposé différentes méthodes de cette espèce, nous allons en détailler les principales.

(…)

§786. Nous éclaircirons cette méthode d'abord par un exemple facile, en cherchant par approximation la racine de l'équation xx = 20.

On voit ici que x est plus grand que 4 & plus petit que 5 ; en conséquence de cela on fera x = 4+p, & on aura xx = 16+8p+pp = 20 ; mais comme pp est très-petit, on négligera ce terme pour avoir seulement l'équation 16+8p = 20, ou 8p = 4 ; elle donne p = $\frac{1}{2}$ *& x =* $4\frac{1}{2}$*, ce qui approche déjà beaucoup plus de la vérité. Si donc on suppose à présent x =* $4\frac{1}{2}+p$ *; on est sûr que p signifie une fraction encore beaucoup plus petite qu'auparavant, & qu'on pourra négliger pp à bien plus forte raison. On aura donc xx =* $20\frac{1}{4}+9p$*, ou 9p =* $-\frac{1}{4}$*, et par conséquent p =* $-\frac{1}{36}$ *; donc x =* $4\frac{1}{2}-\frac{1}{36}$ $= 4\frac{17}{36}$.

Que si l'on vouloit approcher davantage de la vraie valeur, on feroit x = $4\frac{17}{36}+p$*, & on auroit xx =* $20\frac{1}{1296}+8\frac{34}{36}p=20$ *; ainsi* $8\frac{34}{36}p=-\frac{1}{1296}$ *,* $322p=-\frac{36}{1296}=-\frac{1}{36}$ *, & p =* $-\frac{1}{36.322}=-\frac{1}{11592}$ *. Donc* $x=4\frac{17}{36}-\frac{1}{11592}=4\frac{4473}{11592}$ *, valeur qui approche si fort de la vérité, qu'on peut avec confiance regarder l'erreur comme nulle.*

Exemple n°2 - Quand Euler approche des racines carrées

Un texte qui expose un algorithme

- Un algorithme à prolonger, à adapter (occasion de calcul algébrique et numérique), à programmer.
- Un algorithme à étudier : aspect itératif, question de l'arrêt, efficacité comparée avec d'autres algorithmes (balayage, dichotomie).

$RACINE(20) \approx 4{,}472135955$ (Excel) $4\frac{5473}{11592} \approx 4{,}472135956$ (Excel)

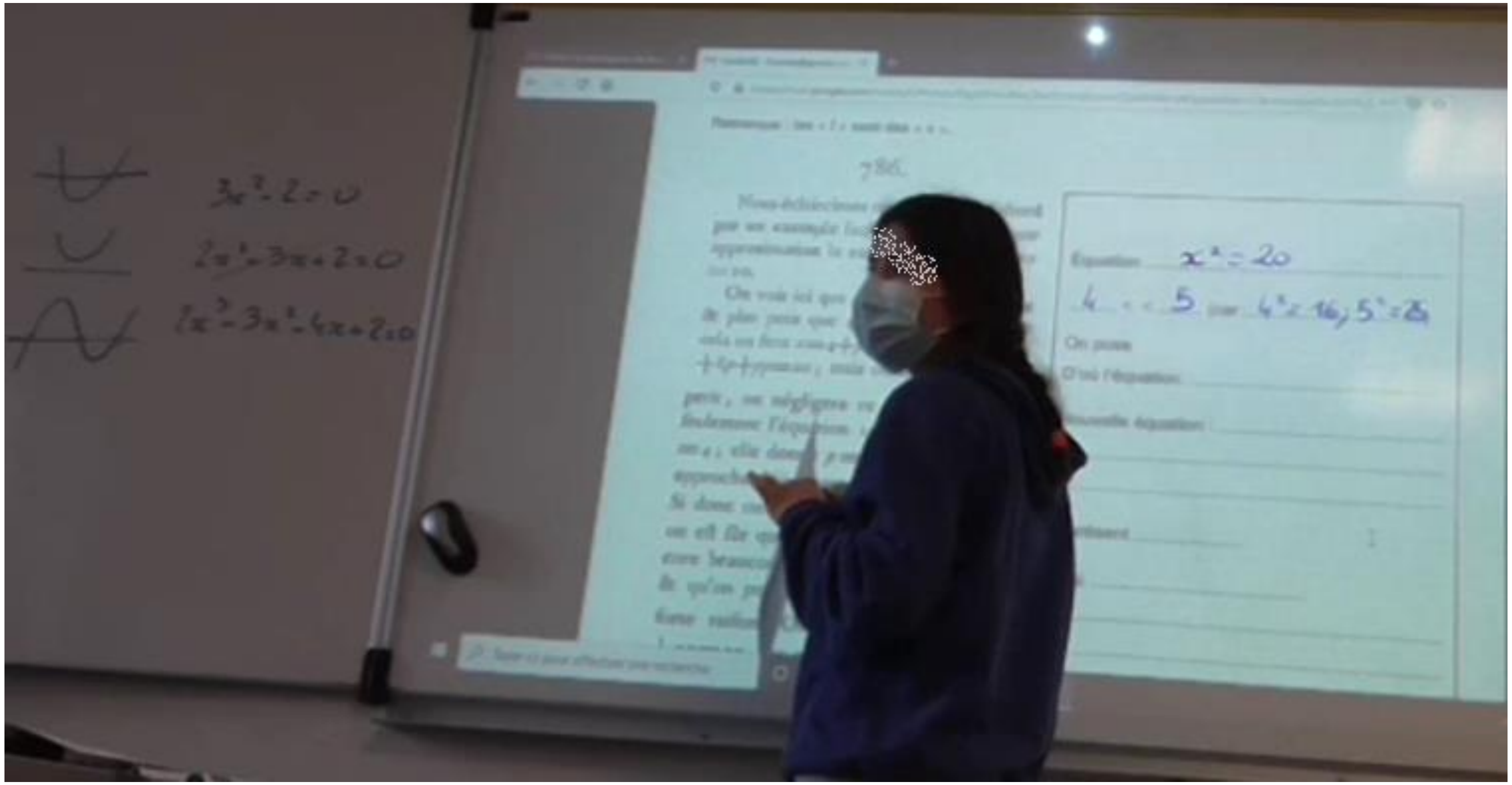
- Un algorithme qui soulève des questions : sur sa portée et sa généralité ; sur son heuristique ; sur la validité de ses affirmations.
- Un texte d'algorithme qui soulève des questions : sur son genre, sur le public visé, sur son insertion dans le paysage mathématique de l'époque.
- Des notions mathématiques à mettre en relation ou à découvrir : ensembles de nombres, limites, dérivation.

Exemple n°2 - Quand Euler approche des racines carrées

Cinq utilisations en classe mises au point et mises en œuvre indépendamment par cinq enseignants au printemps 2021, en 2$^{\text{nde}}$ ou en Spé Maths (1$^{\text{ère}}$)

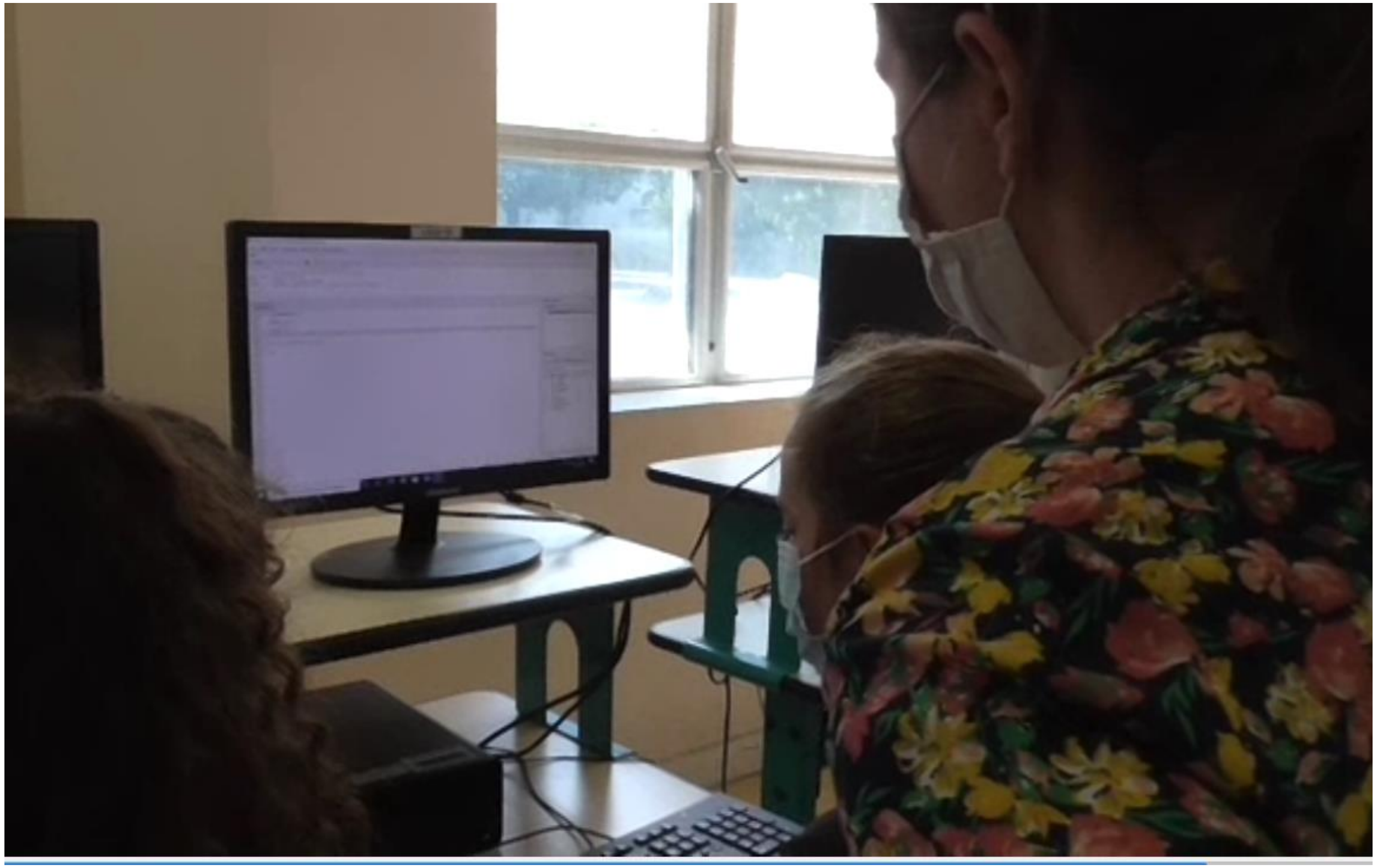
Exemple n°2 - Quand Euler approche des racines carrées

Cinq utilisations en classe mises au point et mises en œuvre indépendamment par cinq enseignants au printemps 2021, en 2nde ou en Spé Maths (1ère)



Exemple n°2 - Quand Euler approche des racines carrées

Cinq utilisations en classe mises au point et mises en œuvre indépendamment par cinq enseignants au printemps 2021, en 2^{nde} ou en Spé Maths ($1^{\text{ère}}$)



Exemple n°2 - Quand Euler approche des racines carrées

Cinq utilisations en classe mises au point et mises en œuvre indépendamment par cinq enseignants au printemps 2021, en 2nde ou en Spé Maths (1ère)

Exemple n°2 - Quand Euler approche des racines carrées

Cinq utilisations en classe mises au point et mises en œuvre indépendamment par cinq enseignants au printemps 2021, en 2nde ou en Spé Maths (1ère)

Exemple n°3 – Deux études à la transition primaire-collège

Exemple n°3 – Deux études à la transition primaire-collège

Points communs entre les deux études :

- Etudes d'algorithme numériques (des techniques opératoires écrites, dans notre système de numération)
- Des travaux exploratoires : guidage minimal, curseurs de complexité réglé au maximum
- Travaux menés en cycle 3
- Un ancrage dans des interrogations didactiques fondamentales :

(…) *dans la période récente, le développement des technologies informatiques a profondément modifié les pratiques associées au calcul, tant les pratiques quotidiennes et sociales que les pratiques scientifiques. La plupart des algorithmes de calcul dont l'apprentissage occupait un temps important de la scolarité, notamment dans l'enseignement obligatoire, sont aujourd'hui implantés dans les calculatrices les plus simples. En revanche, le calcul pose des questions nouvelles liées notamment* (…) *à la* ***performance des algorithmes*** *utilisés au-delà de leur seule effectivité…, des questions qui n'étaient pas des enjeux de l'enseignement jusqu'ici. La puissance de calcul des nouveaux outils modifie aussi profondément l'économie du calcul et pose, dans des termes renouvelés, celle de la gestion* ***des rapports entre calcul et raisonnement, en favorisant explorations, simulations, expérimentations***. (rapport de la « commission Kahane », 2002)

Exemple n°3 – Deux études à la transition primaire-collège

Différences entre les deux études :

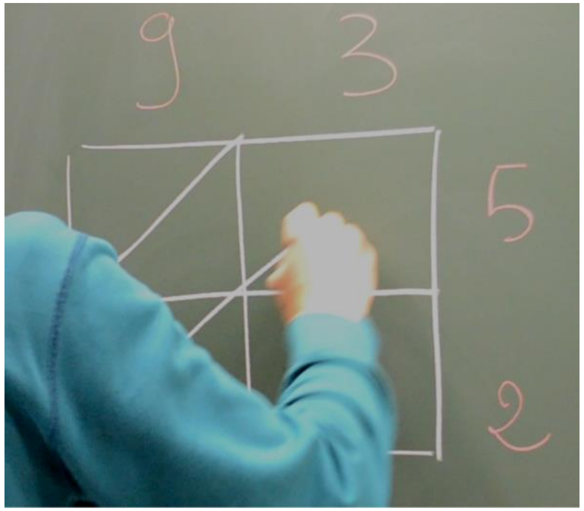
- Présence ou absence de document historique
- Des tâches différentes confiées aux élèves :
  Etude n°1 : Décrire et évaluer un algorithme : qualités et défauts, efficacité
  Etude n°2 : Décrire et rendre raison de la correction d’un algorithme en mobilisant des connaissance (parfois en acte) sur les nombres et les opérations

Exemple n°3 – Deux études à la transition primaire-collège

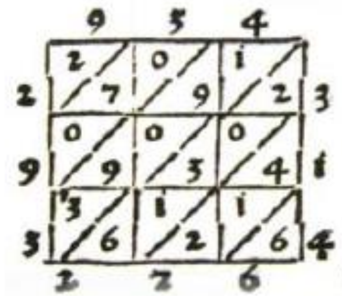
Exemple n°1

Documents iconographiques « mystère »

+ vidéo



Document 1



Document 2

Document 3

Document 4

Exemple n°1 : Trois séances, trois tâches

○ Formuler une hypothèse sur la fonction réalisée par cet algorithme

Après une phase d’appropriation de la technique :

○ Ecrire cet algorithme en toute généralité (situation de communication) :

Expliquez le procédé de multiplication pour une classe qui n’aurait pas vu la vidéo de François. Votre méthode doit pouvoir se faire avec n’importe quels nombres au départ.

○ Comparer deux algorithmes, en trouvant soi-même des points de comparaison

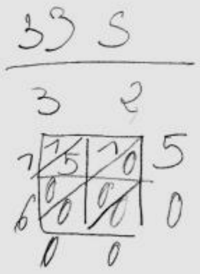
Si vous aviez à conseiller une classe de CM2, quelle méthode choisiriez-vous ? Pourquoi ?

Exemple n°3 – Deux études à la transition primaire-collège

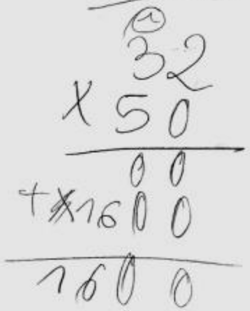
On choisiraient la méthode par jalousie car :
- on ne doit pas mettre les retenues quand on multipli mais on doit les mettre quand on aditionne.

Je choisirai la métode par julousie car s'est plus rapide de multiplier les grand nombres plus rapidement. La méthode classic est plus dure car si on oublie une retenu on se trompe. on à compter est la jalousi est plus rapide que la métode classique, car sur 10000 x 3000 = classique = 20 m + 8 A alors que par jalousie il y a = 1 m et 9 A. la métode (10...

Si je dois conseiller a un éleve de CM2 je dirai, la multiplication par jalousie car je la trouve plus facile, il n'y a pas besoin de rajouter des zéros ect...



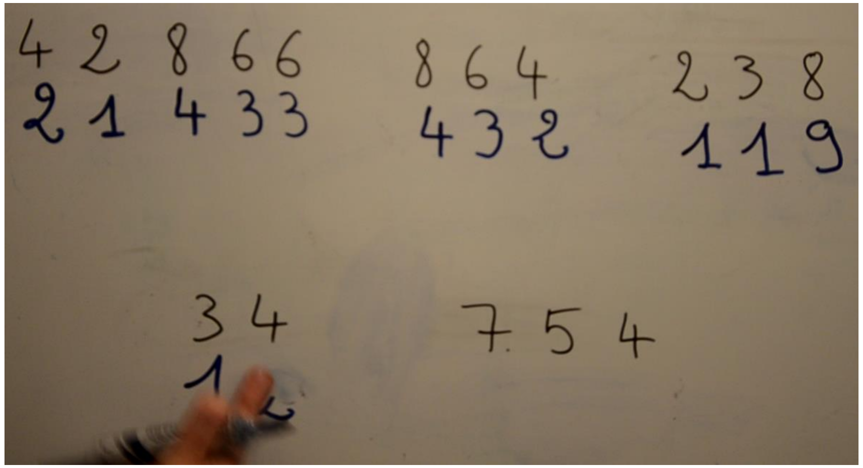
1 min 13 s



Exemple n°3 – Deux études à la transition primaire-collège

Exemple n°2 : Quel point de départ ?

Pour les élèves : une vidéo



Pour nous :

> Lorsque tu veux diviser un nombre quelconque par deux, commence par la première position et divise-la par deux. S'il s'y trouve un nombre impair, divise en deux les pairs, et il restera un que tu diviseras par deux, c'est-à-dire que tu diviseras en deux moitiés, et tu établiras une moitié, qui est fraction trente de soixante[2] (…). Ensuite, tu diviseras par deux la position suivante, si son nombre est pair. S'il est impair, prends la moitié du pair et pose-là à sa place ; établis cinq comme moitié du un restant et pose-le dans la position qui est avant celle-ci. (…) Opère de même dans toutes les positions. (al-Khwarizmi, 1992, p. 32 du *Dixit algorizmi*).

---

[2] La demi unité fait l'objet d'un traitement spécifique : al-Khwarizmi suit la tradition des astronomes et exprime la partie inférieure à l'unité en base soixante : la demi-unité est donc désignée comme « 30 soixantièmes » et non « 5 dixièmes ».

Exemple n°3 – Deux études à la transition primaire-collège

Exemple n°2 : Quel point de départ ?

Pour les élèves : une vidéo

Pour nous (texte non présenté aux élèves) :

> *Lorsque tu veux diviser un nombre quelconque par deux, commence par la première position et divise-la par deux. S'il s'y trouve un nombre impair, divise en deux les pairs, et il restera un que tu diviseras par deux, c'est*-à-dire que tu diviseras en deux *moitiés, et tu établiras une moitié, qui est fraction trente de soixante* (…). *Ensuite, tu diviseras par deux la position suivante, si son nombre est pair. S'il est impair, prends la moitié du pair et pose-là à sa place ; établis cinq comme moitié du un restant et pose-le dans la position qui est avant celle-ci.* (…) *Opère de même dans toutes les positions.* (al-Khwarizmi, 1992, p. 32 du *Dixit algorizmi*).

Exemple n°3 – Deux études à la transition primaire-collège

Exemple n°2 : Des justifications de qualités inégales

1) Un de tes camarades n'a pas vu le film, et il souhaite diviser un nombre par 2 comme dans le film. Ecris-lui la méthode.
2) Justifie chaque étape de cette méthode.

Tout d'abord ecrivez le nombre que vous voulez diviser par 2 : Regardez le nombre des unités, si il est pair, écrivé sa moitié, si il est impaire, ~~et~~ enlevez lui 1, ecrivez sa moitié et ragoutons "5". Passez au nombre des dizaines, si il est paire écrivez sa moitié en dessous, si il est impaire on enlève 1 au nombre : écrire sa moitier et ragouter 5 au ~~non~~ chifre d'avant, faire de même pour les centaine, les miliers, les millions.

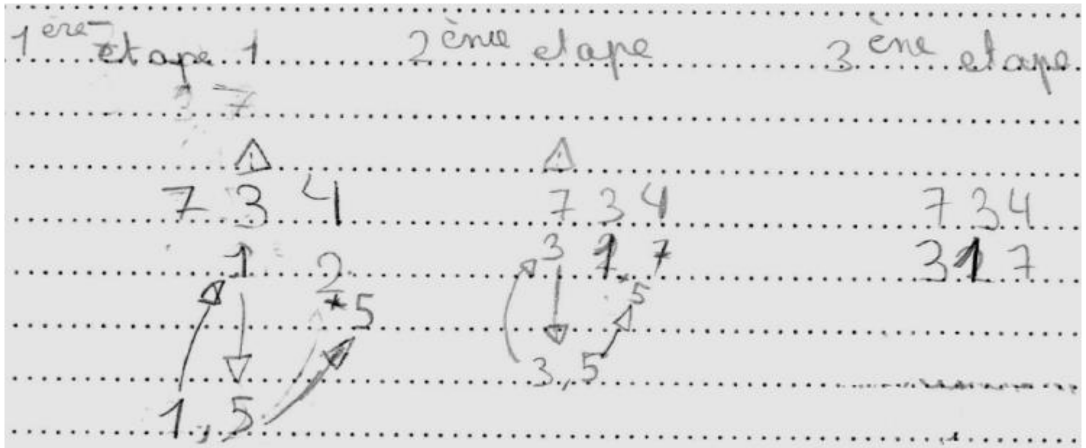
Cela marche car les nombre paire sont divisible par 2 et que les nombre impaire e sus les nombre pair +1, donc donc on fait la motier +0,5. $1:2=0,5$

Exemple n°3 – Deux études à la transition primaire-collège

Exemple n°2 : Des justifications de qualités inégales

Cette méthode est juste car décomposer chacun des chiffres du nombre revient à décomposer le nombre.

(8 : 2) + (2 : 2) + (6 : 2) ≈ (800 : 2) + (20 : 2) + (6 : 2). Et pour le 5 c'est comme si on enlevait 10 et comme on divise par 2 10 : 2 = 5.

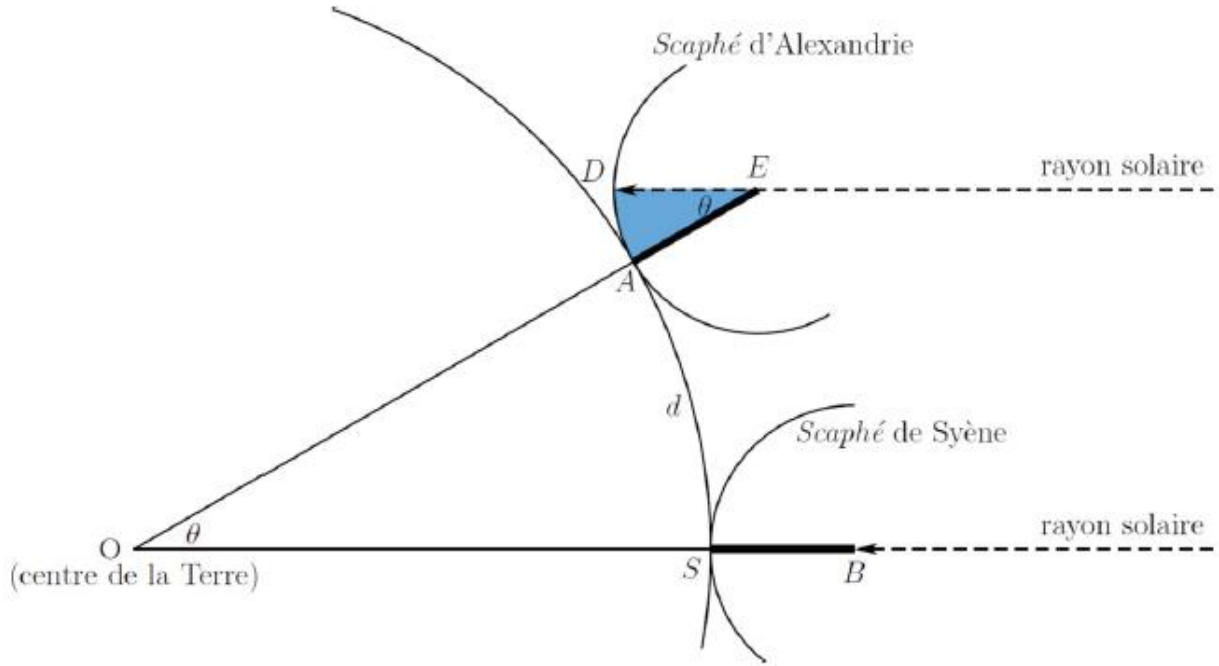


Exemple n°4 – Géométrie et modélisation en 5ème

Estimation de la taille de la Terre par les méthodes de Poseidonios et d'Eratosthène (IIIè siècle avant notre ère), rapportés par Cléomède (Ier siècle de notre ère) dans son *De motu circulari corporum in caelestium.*

Exemple n°4 – Géométrie et modélisation en $5^{\text{ème}}$

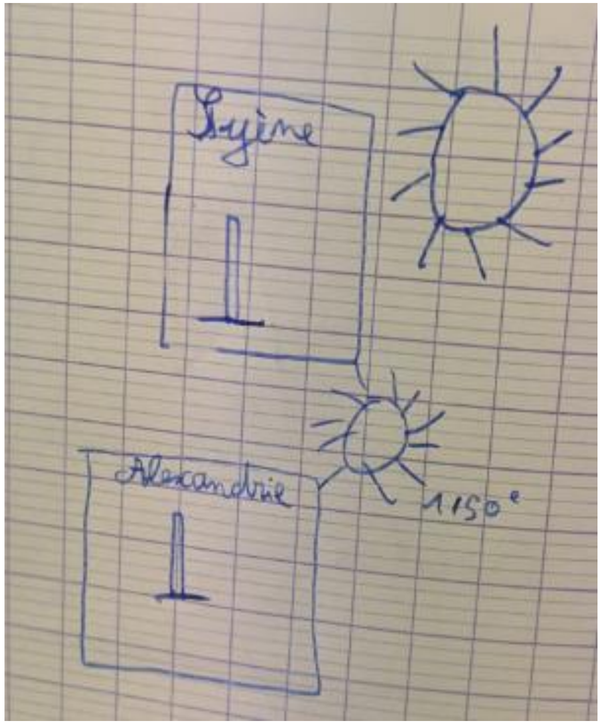
Estimation de la taille de la Terre par les méthodes de Poseidonios et d'Eratosthène (IIIè siècle avant J.C.), rapportés par Cléomède (Ier siècle de notre ère).

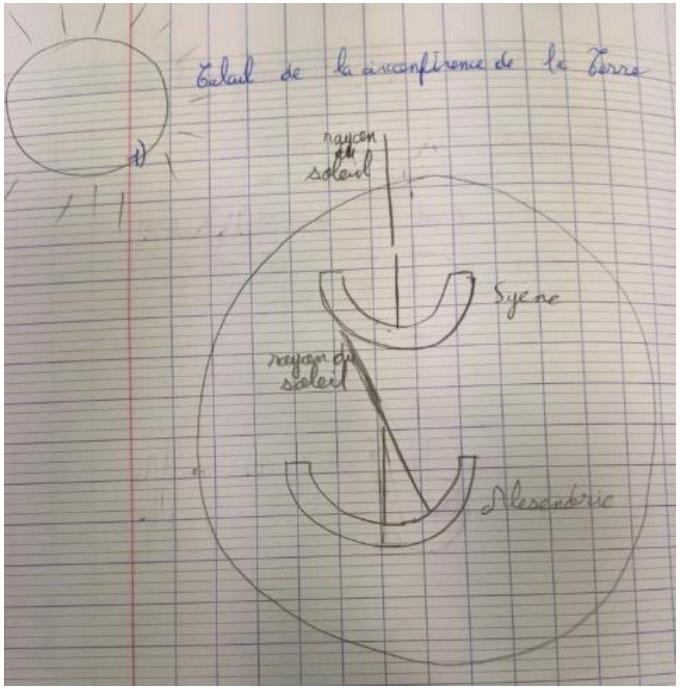


Exemple n°4 – Géométrie et modélisation en 5ème

Des enjeux de modélisation : Quelques copies d'élèves – 29 Mars 2023

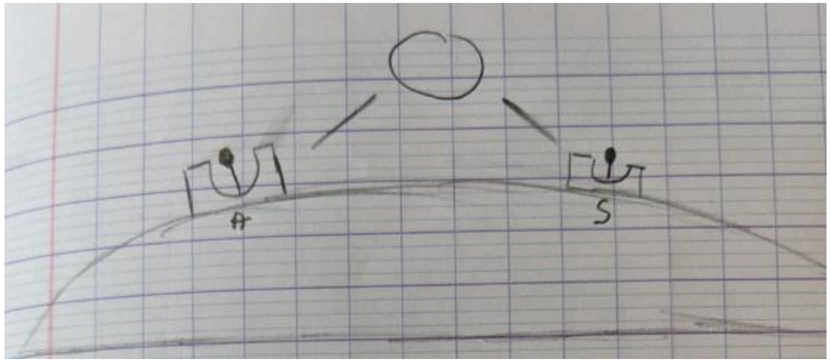
Classe de 5ème, chapitre « angles et parallélisme »

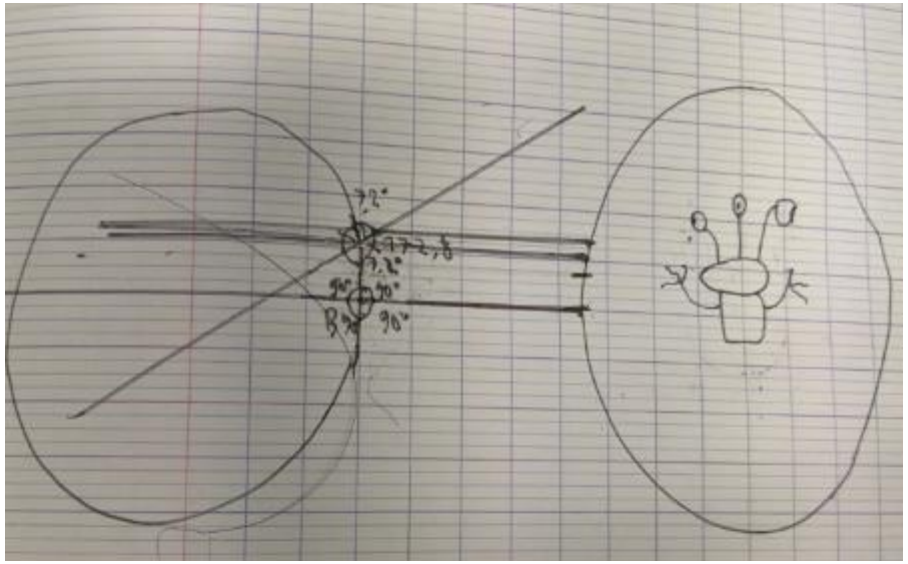




Exemple n°4 – Géométrie et modélisation en 5ème

Des enjeux de modélisation : Quelques copies d'élèves – 29 Mars 2023

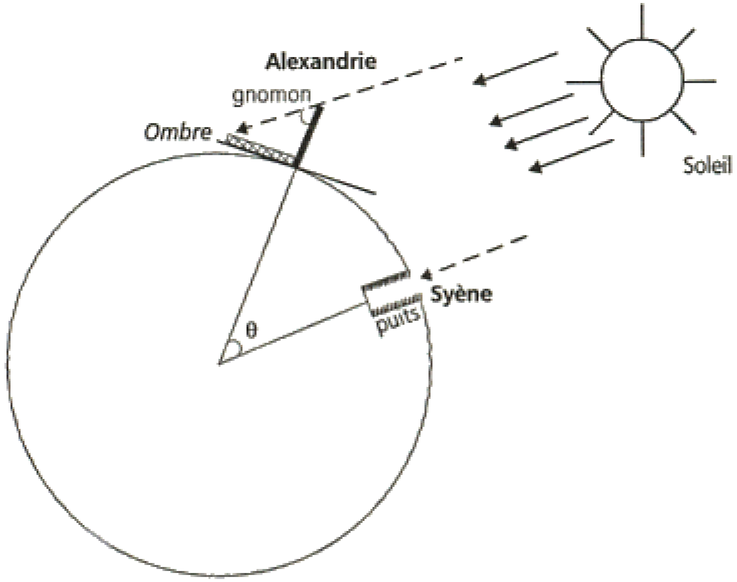


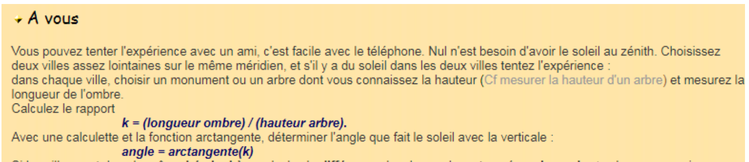


Quelles ressources ?

Un facteur limitant : accessibilité et fiabilité des ressources

Exemple : Comportement aberrant des rayons solaires




A vous

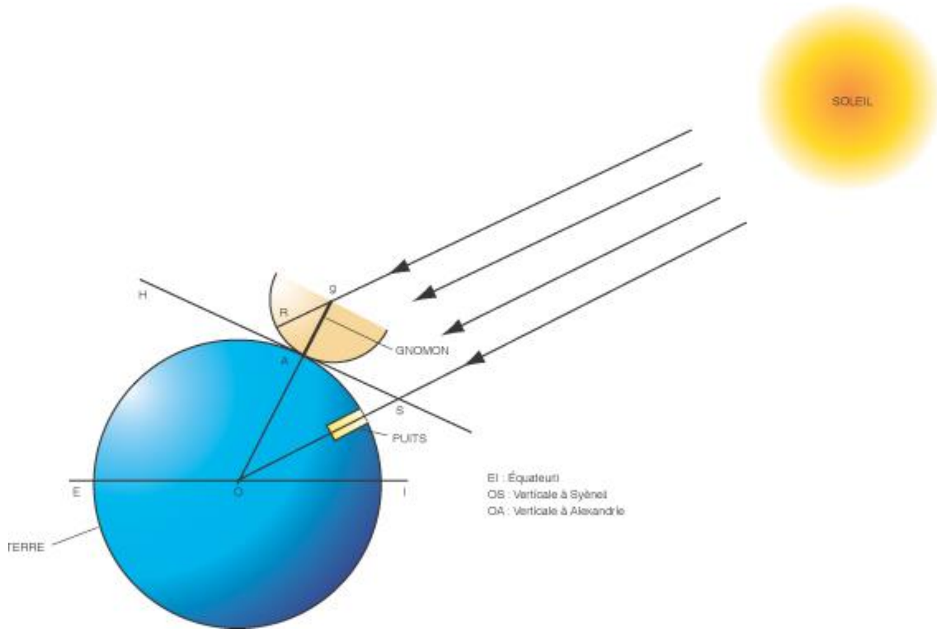
Vous pouvez tenter l'expérience avec un ami, c'est facile avec le téléphone. Nul n'est besoin d'avoir le soleil au zénith. Choisissez deux villes assez lointaines sur le même méridien, et s'il y a du soleil dans les deux villes tentez l'expérience :
dans chaque ville, choisir un monument ou un arbre dont vous connaissez la hauteur (Cf mesurer la hauteur d'un arbre) et mesurez la longueur de l'ombre.
Calculez le rapport

k = (longueur ombre) / (hauteur arbre).

Avec une calculette et la fonction arctangente, déterminer l'angle que fait le soleil avec la verticale :

angle = arctangente(k)

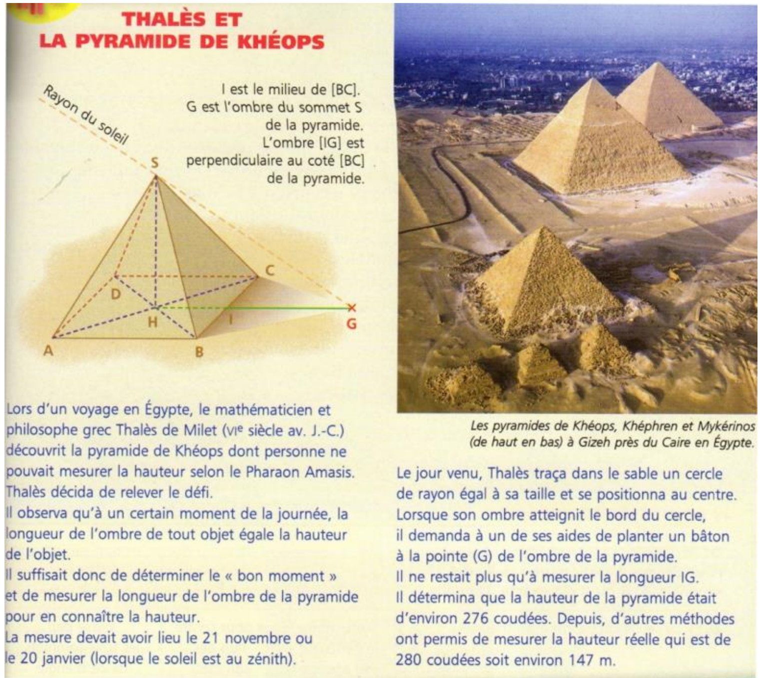
Site de Thérèse Eveilleau



Site Culturemaths, dossier de B. Vitrac

Un facteur limitant : accessibilité et fiabilité des ressources

Un travail de l'IREM de Rennes sur les erreurs historiques et les représentations condescendantes véhiculées par des manuels



THALÈS ET LA PYRAMIDE DE KHÉOPS

Les pyramides de Khéops, Khéphren et Mykérinos (de haut en bas) à Gizeh près du Caire en Égypte.

Lors d'un voyage en Égypte, le mathématicien et philosophe grec Thalès de Milet (VI[e] siècle av. J.-C.) découvrit la pyramide de Khéops dont personne ne pouvait mesurer la hauteur selon le Pharaon Amasis. Thalès décida de relever le défi.
Il observa qu'à un certain moment de la journée, la longueur de l'ombre de tout objet égale la hauteur de l'objet.
Il suffisait donc de déterminer le « bon moment » et de mesurer la longueur de l'ombre de la pyramide pour en connaître la hauteur.
La mesure devait avoir lieu le 21 novembre ou le 20 janvier (lorsque le soleil est au zénith).

Le jour venu, Thalès traça dans le sable un cercle de rayon égal à sa taille et se positionna au centre.
Lorsque son ombre atteignit le bord du cercle, il demanda à un de ses aides de planter un bâton à la pointe (G) de l'ombre de la pyramide.
Il ne restait plus qu'à mesurer la longueur IG.
Il détermina que la hauteur de la pyramide était d'environ 276 coudées. Depuis, d'autres méthodes ont permis de mesurer la hauteur réelle qui est de 280 coudées soit environ 147 m.

Pline (Ier. CE)

Pline.

Thalès de Milet a trouvé une méthode pour mesurer la hauteur [des pyramides], en mesurant leur ombre à l'heure où elle est régulièrement égale à son objet. (*Histoire naturelle*, XXXVI, 82.)

Plutarque.

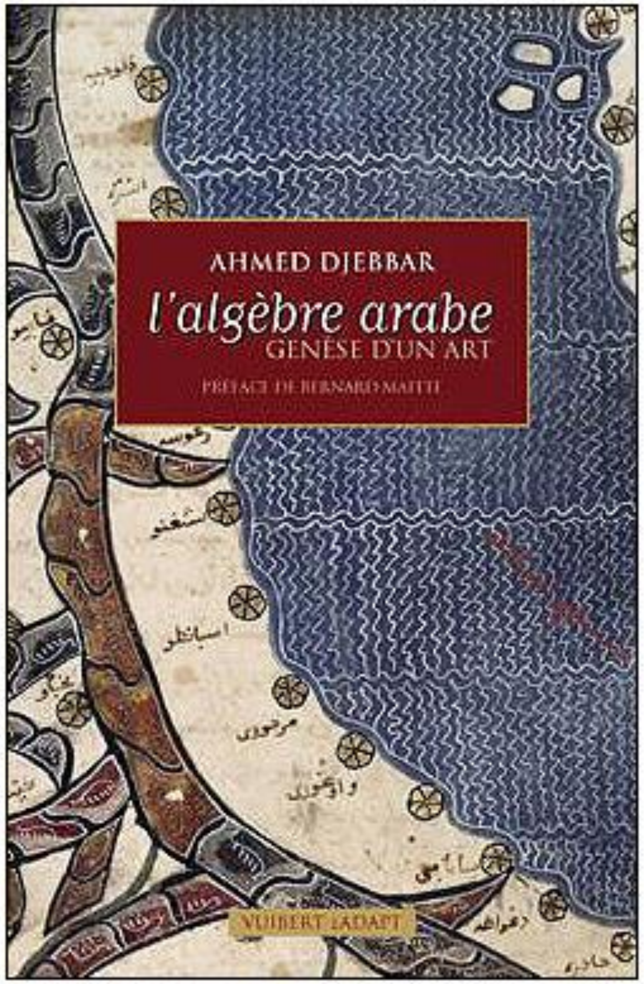
Dressant seulement à plomb un bâton au bout de l'ombre de la pyramide, et se faisant deux triangles avec la ligne que fait le rayon du Soleil touchant aux deux extrémités, tu montras qu'il y avait telle proportion de la hauteur de la pyramide à celle du bâton, comme il y a de la longueur de l'ombre de l'un à l'ombre de l'autre[1]. (*Le Banquet des Sept Sages*, 2, p. 147 A.)

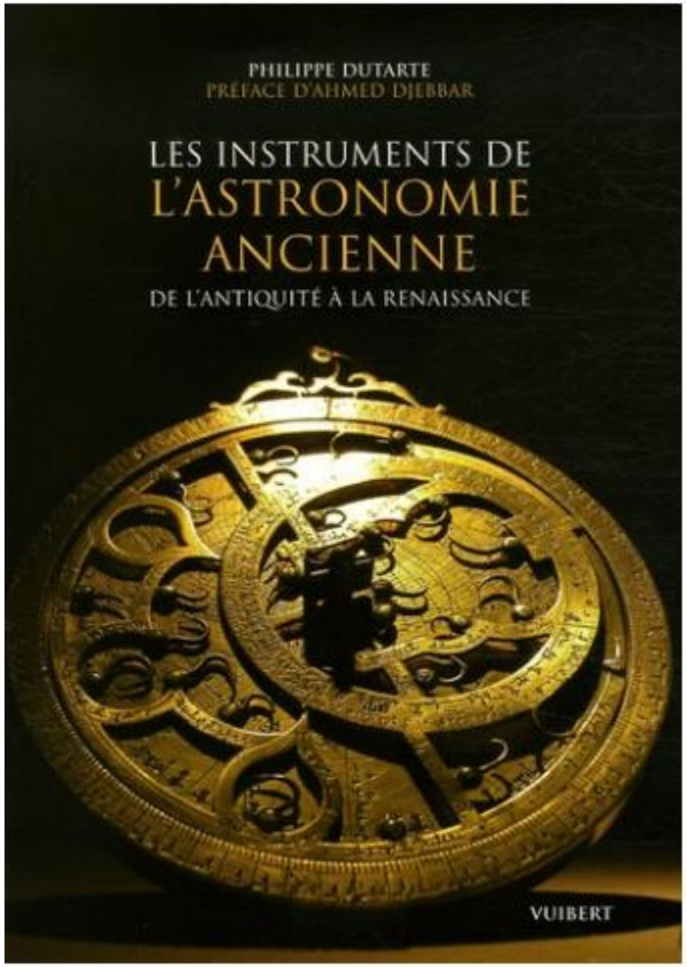
Plutarque (c.46 – c.125)

Des ressources nombreuses et fiables

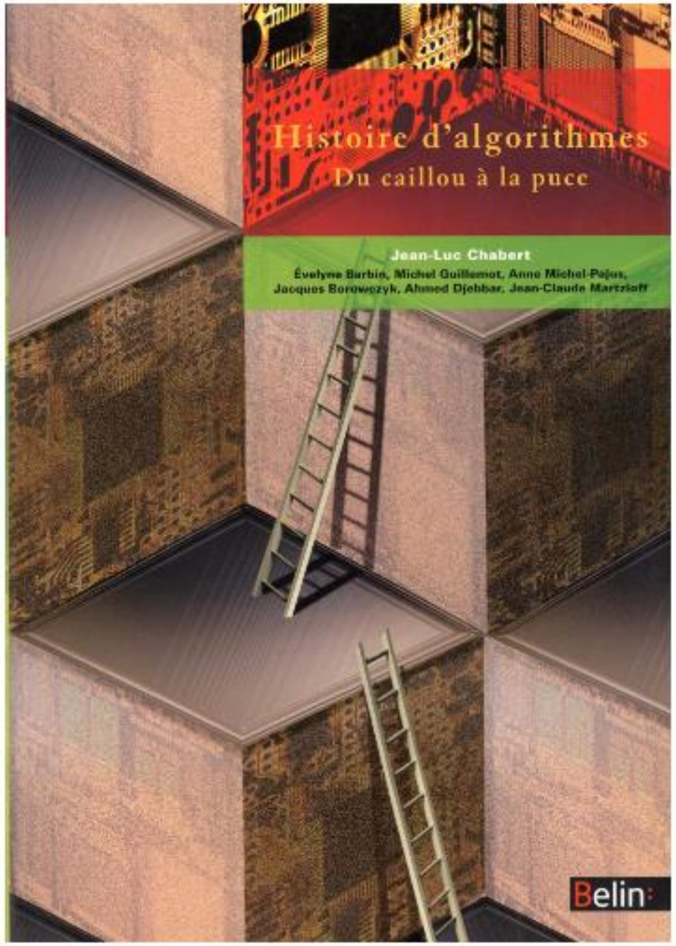
http://culturemath.ens.fr/histoire-des-math%C3%A9matiques-283

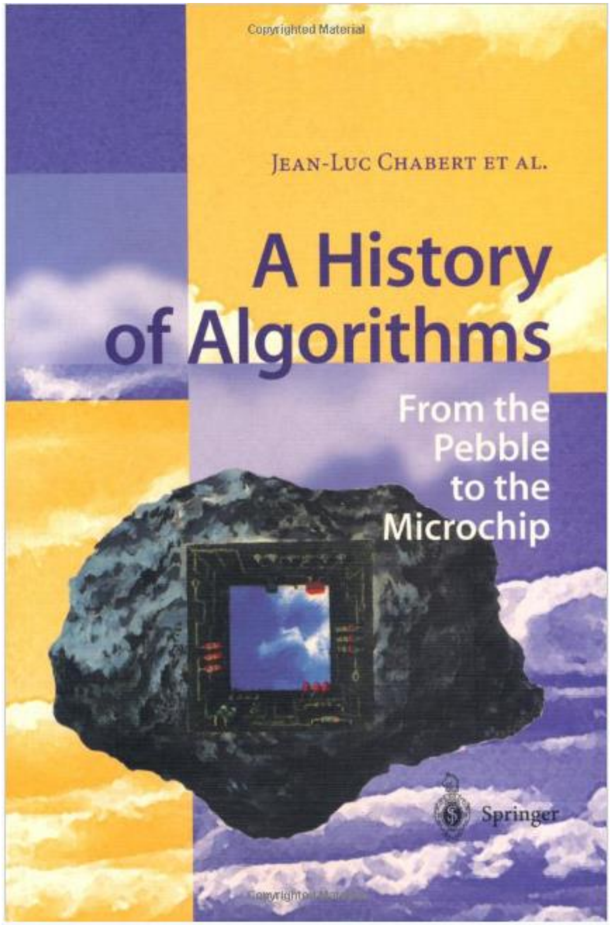
Des ressources nombreuses et fiables





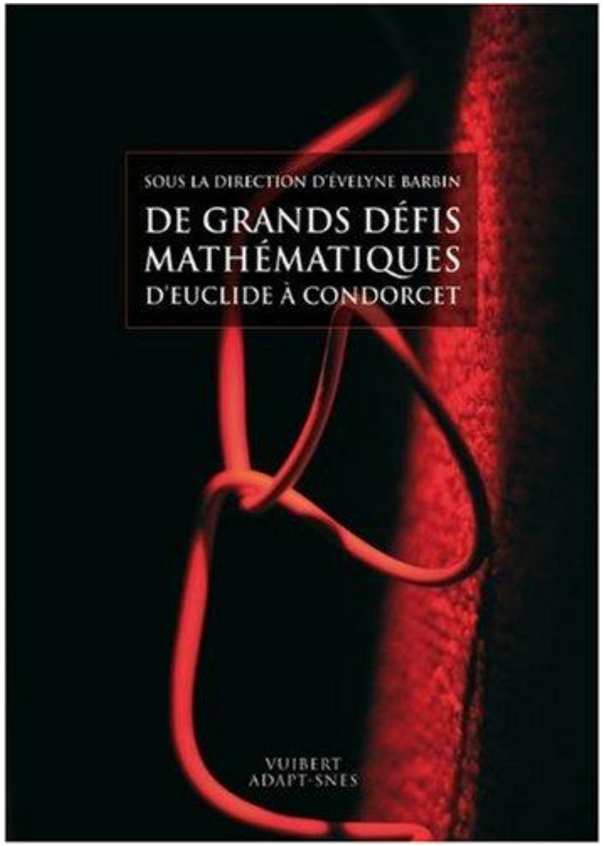
Des ressources nombreuses et raisonnablement fiables
Productions de la CII « Histoire et épistémologie des mathématiques »

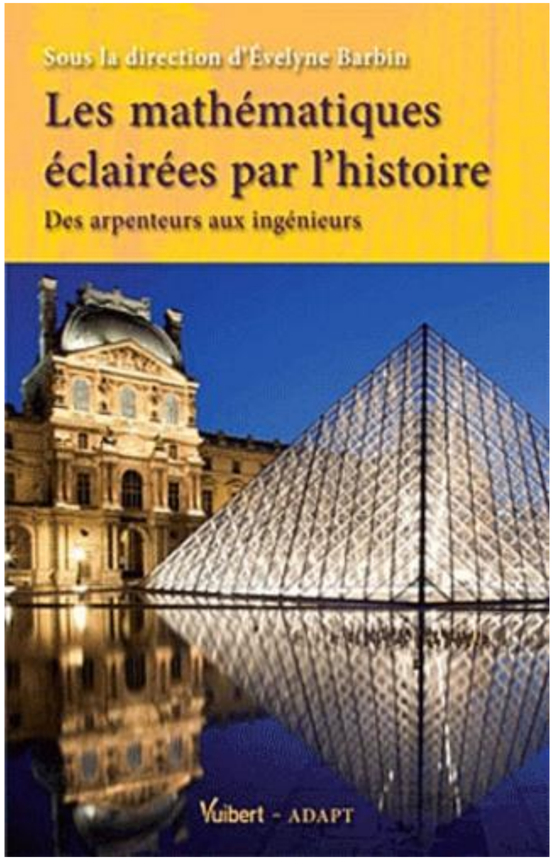


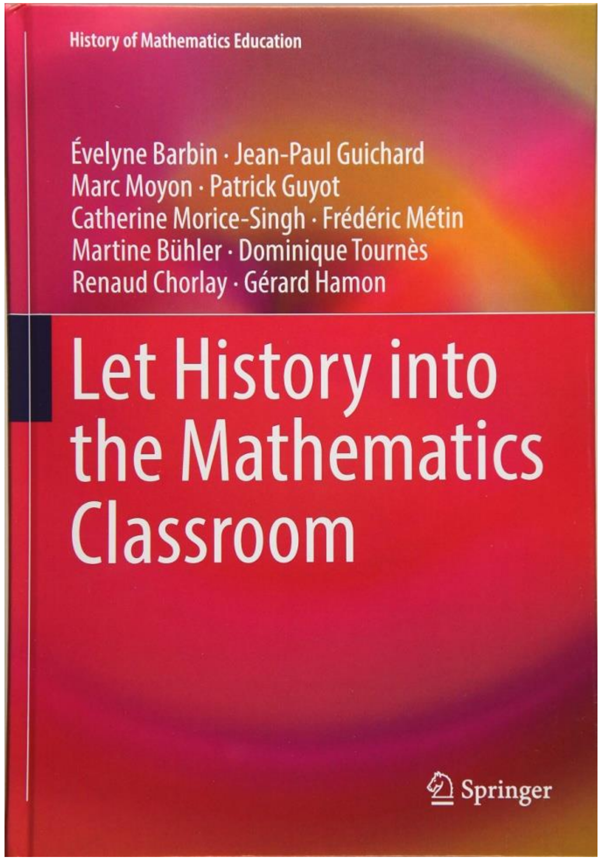


Des ressources nombreuses et raisonnablement fiables

Productions de la CII « Histoire et épistémologie des mathématiques »

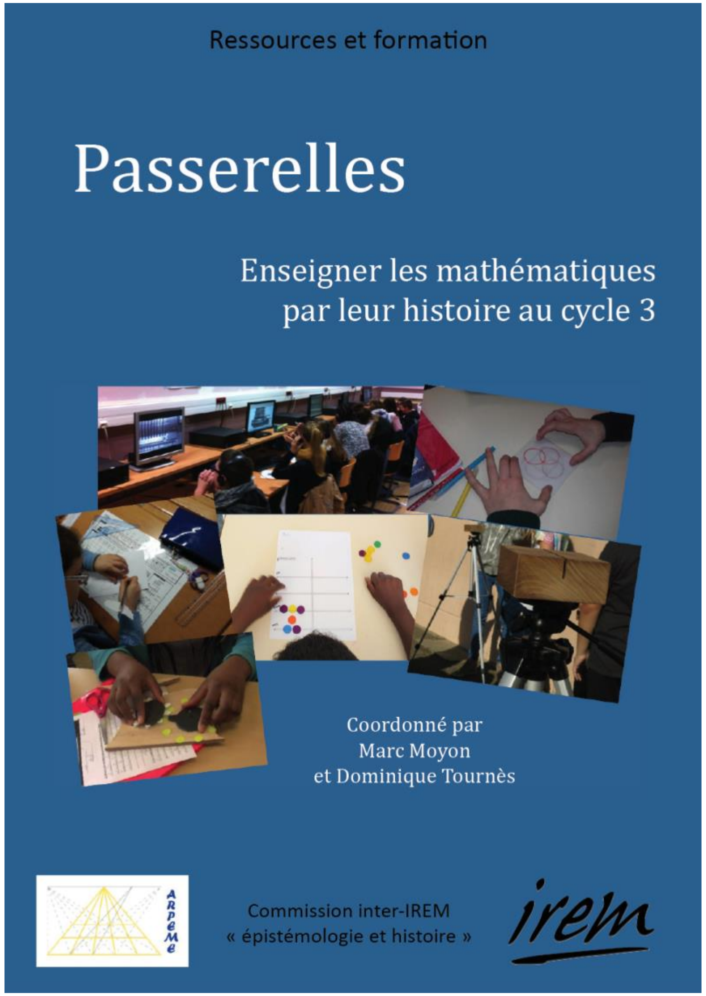






Des ressources nombreuses et raisonnablement fiables

Productions de la CII « Histoire et épistémologie des mathématiques »



http://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique505

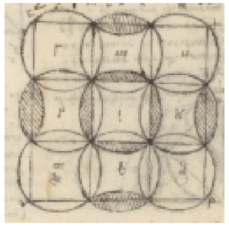
Notions des programmes abordées

Reconnaître, nommer, décrire, reproduire, représenter, construire des figures géométriques
- Étude de figures simples ou complexes (assemblages de figures simples)
- Caractérisation des figures planes (carré, cercle, triangles)
- Utilisation du vocabulaire approprié pour nommer et décrire
- Reproduction de figures simples ou complexes
- Rédaction et réalisation d'un programme de construction

Reconnaître et utiliser quelques relations géométriques
- Perpendicularité, parallélisme (construction de droites parallèles, lien avec la propriété reliant droites parallèles et perpendiculaires)
- Alignement, appartenance
- Égalité de longueurs

Compétences travaillées

- **Chercher**
  - Prélever et organiser les informations nécessaires à la reproduction de figures à partir des dessins de Léonard de Vinci
  - Observer les figures complexes de Léonard et manipuler les instruments adéquats
  - Tester, essayer plusieurs tracés en faisant varier l'ordre des étapes de construction
- **Représenter**
  - Analyser une figure plane sous différents aspects (contour de celle-ci, lignes et points)
  - Utiliser des éléments de codages d'une figure plane pour la construire et rédiger son programme de construction
- **Raisonner**
  - Passer progressivement de la perception au contrôle par les instruments (règle non graduée, équerre, compas) pour amorcer des raisonnements s'appuyant uniquement sur des propriétés des figures (cercle et carré) et sur des relations entre objets (points d'intersection, milieu, centre)
  - Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui (travail de groupe)
- **Communiquer**
  Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire, à l'oral et à l'écrit, une figure géométrique complexe



Chapitre 1

La géométrie des carnets de Léonard de Vinci

Introduction

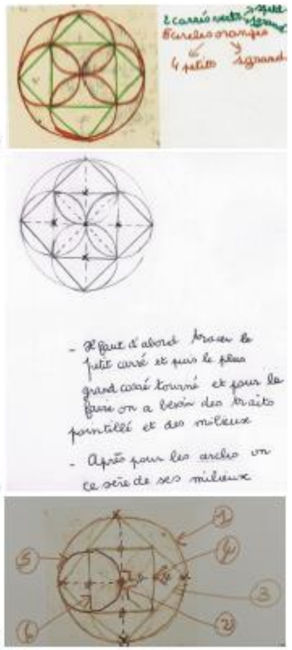
Dans ce chapitre[1], nous proposons des activités de reproduction de figures complexes, toutes composées à partir de carrés et de cercles. Nous désirons ainsi travailler les constructions à l'aide de la règle (non graduée) et du compas, au cœur des apprentissages géométriques du cycle 3. Outre l'utilisation d'un vocabulaire spécifique, la construction de ces figures fait intervenir, entre autres, les notions de points d'intersection, de parallélisme et de perpendicularité.

Pour cela, nous avons choisi de partir de travaux géométriques de Léonard de Vinci. La plupart des élèves le connaissent comme peintre, mais ils sont souvent loin d'imaginer tout son génie et ses travaux mathématiques. Nous brossons d'abord à gros traits la vie de l'artiste polymathe aussi célèbre qu'énigmatique. Ainsi, nous décrivons quelques éléments des contextes historique et scientifique des premières décennies de la Renaissance au cours desquelles les acteurs puisent dans les mathématiques de l'Antiquité et du Moyen Âge pour développer leur propre activité. Nous présentons ensuite les dispositifs pédagogiques tels que nous les avons imaginés et mis en place dans des classes, accompagnés des analyses didactiques nécessaires. Enfin, dans une dernière partie, nous présentons des pistes de prolongement possibles.

1. Contexte historique

1.1 Leonardo da Vinci : quelques repères biographiques

Leonardo naît à Vinci, petite ville de Toscane. Enfant illégitime, son père ne le reconnaissant pas, il n'aura pas le droit de s'inscrire à l'université. C'est un autodidacte qui se forme à partir



(a) (b) (c)

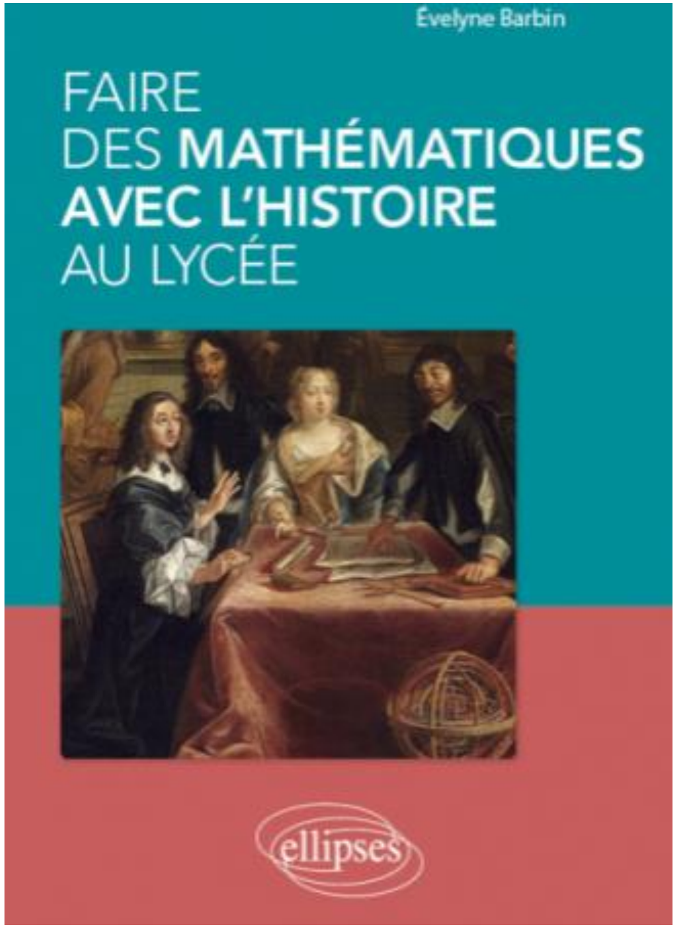
Des ressources nombreuses et raisonnablement fiables

Productions de la CII « Histoire et épistémologie des mathématiques »

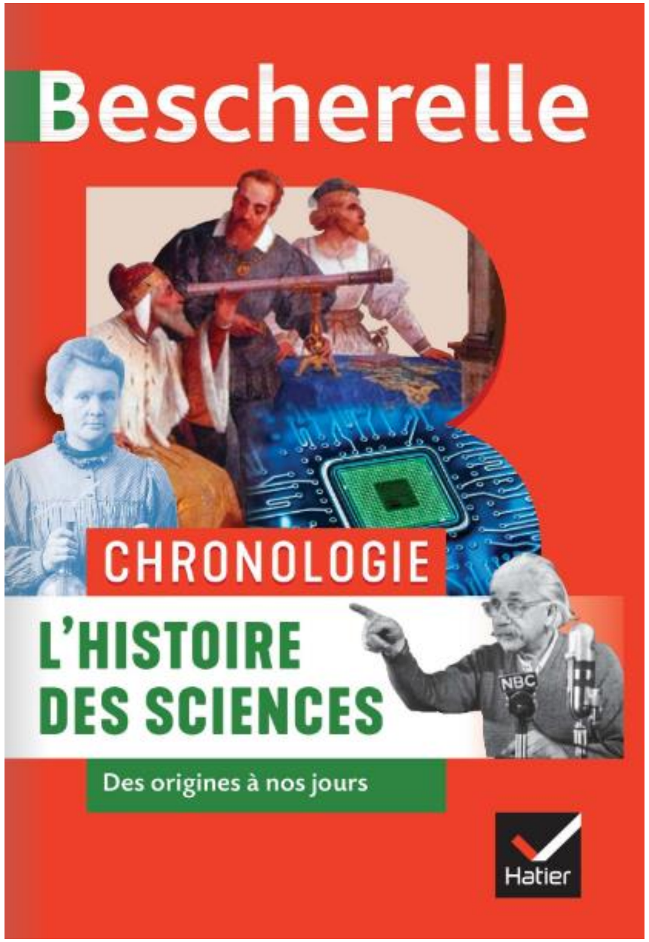
Automne 2023 (si tout va bien) : la commission inter-IREM épistémologie et histoire des mathématiques sort un livre sur le modèle de *Passerelles* : 10 activités à support historique pour les classes de lycée, dans le cadre des programmes 2019.

Des ressources nombreuses et raisonnablement fiables

Deux ressources nouvelles (non consultées)



E. Barbin. *Faire des mathématiques avec l'histoire au Lycée*. Ellipses.



Possible de feuilleter sur le site de Hatier

Merci pour votre attention

Travaux présentés dans cet exposé :

Quand Leibniz joue aux dés :
Chorlay, R. (2010). *Quand Leibniz joue aux dés*. In E. Barbin (Ed.), *De grands défis mathématiques, d'Euclide à Condorcet* (pp.99-115). Paris : IREM, Adapt-Vuibert.

Suite de Héron et méthode de Newton chez Euler : à paraître dans l'ouvrage d'activités à support historique pour le lycée préparé par la Commission inter-IREM épistémologie et histoire des mathématiques (sortie prévue : automne 2023)

Multiplication *per gelosia* en CM2 :
Chorlay, R., Mailloux, F., Masselin, B. (2017). Tâches algorithmiques en cycle 3 : trois séances sur la multiplication par Jalousie. *Grand N* 100, 33-56.
En ligne sur : https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/revues/grand-n/

Division par 2 au cycle 3, d'après al-Khwarizmi :
Chorlay, R. (2021). Can students justify the correctness of an arithmetic algorithm? A case-study at the primary-secondary transition. *Recherche en didactique des mathématiques*, *41*(2), 177–216
En ligne sur : https://revue-rdm.com/2021/can-students-justify-the-correctness-of-an-arithmetic-algorithm-a-case-study-at-the-primary-secondary-transition/

Détermination de la taille de la Terre par Poseidonios et Eratosthène :
C. de Hosson et N. Decamp (2011). *Quelques éléments historiques et didactiques sur l'expérience d'Eratosthène* (Bulletin de l'Union des Professeurs de Physique et de Chimie, n°937, oct. 2011, p.1065-1082).
En ligne sur : https://bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/sommaires-an.php

Histoire des maths pour les enseignants : quelques ressources

Sur papier

Ouvrages généraux :

- E. Barbin. *Faire des mathématiques avec l'histoire au Lycée*. Paris : Ellipses, 2019.
- A. Dahan-Dalmédico et J. Peiffer *Une histoire des mathématiques. Routes et dédales*. Point Sciences, 1986.
- J.-P. Escofier, *Histoire des mathématiques*. Dunod, 2008.
- P. Dedron et J. Itard *Mathématiques et mathématiciens*. Magnard, 1959.
- J. Dhombres et *al*. *Mathématiques au fil des âges*. Gauthier-Villars, 1987.
- D. Aubin & N. Herran. *Chronologie : L'histoire des sciences, des origines à nos jours.* Paris : Bescherelle, 2019.

Séries ou ouvrages thématiques (quelques exemples) :

- J.-L. Chabert et *al*, *Histoire d'algorithmes, du caillou à la puce*. Collection Regards sur la Science, Belin, 1994. Nouvelle édition 2010.
- Commission Inter-IREM Epistémologie et Histoire des mathématiques, *Histoire de logarithmes*, Ellipses, 2006. https://www.univ-irem.fr/spip.php?article667 .
- Série *Les génies de la science*, publiée par *Pour la science* : numéros sur « les géomètres de la Grèce antique », « Fermat », « Pascal », « Leibniz », « Riemann »… www.pourlascience.com
- F. Cajori *A History of Mathematical Notations (two volumes bound as one)*. New-York: Dover, 1993 (1ère edition 1928). Disponible en ligne : https://monoskop.org/images/2/21/Cajori_Florian_A_History_of_Mathematical_Notations_2_Vols.pdf

Activités pour la classe :

- M. Moyon et D. Tournès (dir.) *Passerelles – Enseigner les mathématique par leur histoire au cycle 3*. ARPEME et APMEP, 2018. https://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique163

- E. Barbin (dir.) *De grands problèmes mathématiques, d'Euclide à Condorcet*. Adapt-Vuibert, 2010.
- E. Barbin (dir.) *Les mathématiques éclairées par l'histoire : des arpenteurs aux ingénieurs*. Adapt-Vuibert, 2012.
- Brochures *Mnémosyne* publiée par le groupe d'histoire des mathématiques de l'IREM de Paris : articles de fond, problèmes pour la classe … et brochures M.:A.T.H. n°61, n°79 et n°91.

Disponibles en ligne : https://irem.u-paris.fr/histoire-des-mathematiques-irem-de-paris

Sites

Sources secondaires ou à destination des enseignants :

Pour toute recherche de ressources sur l'enseignement des mathématiques, penser à la banque PUBLIMATH https://publimath.univ-irem.fr/

Recherche par mot clé : histoire, activité historique …

- Culturemaths : http://culturemath.ens.fr/ ou https://cm2.ens.fr/histoire-des-math%C3%A9matiques-283
  Site expert du ministère de l'éducation national faisant le lien entre la communauté des historiens des mathématiques et les enseignants de mathématiques : nombreuses ressources de très grande qualité sous des formats divers (articles, films, cartes etc.), annonce d'événements (conférences, expositions etc.). Une référence sur les maths anciennes, et des liens d'une grande richesse.

- Mac Tutor : http://turnbull.mcs.st-and.ac.uk/history/
  Site fiable (université de St Andrews) où trouver les biographies et les portraits de la plupart des mathématiciens. En anglais *however*.

- Commission inter-IREM Histoire et Epistémologie :
  http://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique15

- Ressources du groupe M :ATH : https://irem.u-paris.fr/groupes-irem/mathematiques-approche-par-des-textes-historiques-math
- Groupe de travail *Histoire des maths* de l'APMEP : https://www.apmep.fr/-Histoire-des-maths-
- https://hist-math.fr/
- Wikipedia

Sources primaires :

- Méta-catalogue de sources mathématiques anciennes numérisées : DML http://www.mathematik.uni-bielefeld.de/~rehmann/DML/dml_links.html
  Leur catalogue n'est plus à jour, mais reste très utile
- Gallica : http://gallica.bnf.fr/
- Google Books: http://books.google.com/advanced_book_search?hl=fr
- Internet Archive: http://archive.org/advancedsearch.php