

Statistiques - Probabilités



de la Sixième à la **Première**
et la Terminale

Deux grands domaines en statistique :

- Statistique descriptive (exploratoire)
analyse (numérique ou graphique) des propriétés des données observées : elle permet de présenter, décrire, résumer, mais pas d'expliquer
- Statistique inférentielle (décisionnelle)
recherche d'un modèle théorique compatible avec les données observées (tester des hypothèses, faire des prédictions à partir d'échantillons)

La statistique inférentielle utilise de manière importante les probabilités.

Les probabilités ou la théorie mathématique de la mesure de l'incertitude ; elles fournissent le cadre théorique.

La statistique ou la théorie mathématique de la prise de décision face à l'incertitude ; elle part de la réalité et a pour objectif de modéliser en utilisant les modèles théoriques issus des probabilités.

Documents ressources

– pour le collège (2) :

Organisation et gestion de données - Probabilités

– seconde : Probabilités et statistiques

– première : Statistiques et probabilités

– terminale : Probabilités et statistiques

– Mathématiques et physique-chimie en 1^{ère} STL

(Documents disponibles sur *eduscol* – accessibles à partir de la page « Textes officiels » d'*euler*)

– Ressources pour la voie professionnelle (*eduscol*)

- Sur *euler* - rubrique Conférences et animations
Documents présentés lors des
réunions d'information sur les programmes de
première (2010-2011)
réunions d'information sur les programmes de
terminale (2011-2012)
- Autres sites académiques de mathématiques

Préambule des programmes de collège (BO HS n°6 du 28/08/08)

L'organisation et la gestion des données sont indispensables pour comprendre un monde contemporain dans lequel l'information chiffrée est omniprésente, et pour y vivre ...

... Cette partie des mathématiques contribue à former de jeunes adultes capables de comprendre les enjeux et débats de la société où ils vivent.

Six thèmes de convergence

Thème 1

Importance du mode de pensée statistique
dans le regard scientifique sur le monde



Document ressource

Organisation et gestion de données au collège

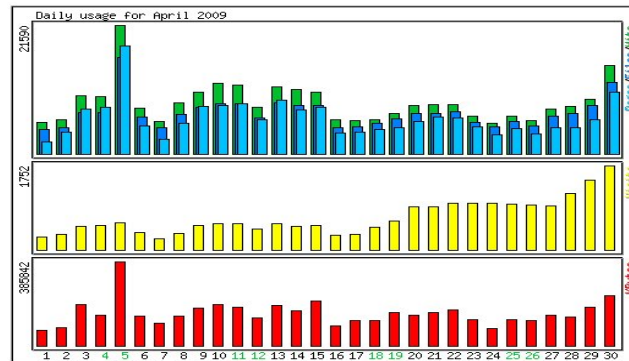
Il s 'agit aussi ... d'aider les élèves à percevoir que la mise en forme de l'information proposée résulte de choix qui en accentuent ou en atténuent certains aspects et donc de contribuer ainsi au développement de l'esprit critique indispensable dans la vie de tout citoyen.

Représentation et analyse de données

- Tableaux à double entrée, de données
- Calcul d'effectifs, de fréquences, d'effectifs cumulés, de fréquences cumulées
- Représentations graphiques de données : diagrammes en bâtons ou circulaires, histogrammes, nuages de points, courbes des fréquences cumulées, arbres

Dans le « socle commun ... »

- Représentations usuelles : tableaux, diagrammes, graphiques
- Notions fondamentales de statistique descriptive (maximum, minimum, fréquence, moyenne)
- Notions de chance ou de probabilité



Structure des programmes (différentes parties)

Au collège – Organisation des contenus :

- Organisation et gestion de données, fonctions
- Nombres et calculs
- Géométrie
- Grandeurs et mesures

En seconde (BO n°30 du 23/07/09) :

Le programme est divisé en trois parties :

- Fonctions
- Géométrie
- Statistiques et probabilités

et deux thèmes « transversaux » :

- Algorithmique
- Notations et raisonnement mathématique

En 1^{ère} S – programme rentrée 2011

(BO spécial n°9 du 30/09/10)

En 1^{ère} STI2D / STL – programme rentrée 2011

(BO spécial n°3 du 17/03/11)

En terminale S, STI2D, STL spéc. SPCL – rentrée 2012

(BO spécial n°8 du 13/10/11)

- Analyse *Analyse*
- Géométrie *Géométrie, nombres complexes*
- Statistiques et probabilités *Probabilités et statistiques*

Thèmes « transversaux » (1^{ère} et terminale) :

- Algorithmique
- Notations et raisonnement mathématiques

*En terminale STL
spécialité biotechnologies
Rentrée 2012*

(BO spécial n°8 du 13/10/11)

- *Analyse*
- *Statistique et probabilités*

Thèmes « transversaux » :

- Algorithmique
- Notations et raisonnement mathématiques

En 1^{ère} ES/L – programme rentrée 2011

(BO spécial n°9 du 30/09/10)

En terminale ES/L – rentrée 2012

(BO spécial n°8 du 13/10/11)

- Algèbre et analyse *Analyse*
- Statistiques et probabilités
Probabilités et statistiques

Thèmes « transversaux » (1^{ère} et terminale) :

- Algorithmique
- Notations et raisonnement mathématiques

En 1^{ère} STMG – programme rentrée 2012
En terminale STMG – rentrée 2013
(BO n°6 du 09/02/12)

- Feuilles automatisées de calcul
- Information chiffrée
- Suites et fonctions
- Statistique et probabilités

Thèmes « transversaux » (1^{ère} et terminale) :

- Algorithmique
- Notations et raisonnement mathématiques

Statistiques de la quatrième à la première

- Moyenne d'une série de données, moyenne pondérée (4^{ème})
- Usage du tableur ou de la calculatrice (4^{ème})
- Médiane, premier et troisième quartiles (3^{ème})
- Étendue (3^{ème})
- Passer des effectifs aux fréquences, calcul des caractéristiques d'une série à partir des effectifs ou des fréquences (2^{nde})
- Effectifs cumulés, fréquences cumulées (2^{nde})
- Représenter graphiquement une série statistique (2^{nde})
- Utiliser un logiciel ou une calculatrice pour étudier une série statistique (2^{nde}) ...

- **Caractéristiques de dispersion**

Variance, écart type

**Utiliser de façon appropriée les deux couples
(médiane – écart interquartile)**

et

(moyenne – écart type) ...

- **Diagramme en boîte** (en ES/L et S)
- **Mener une comparaison pertinente de deux séries statistiques** à l'aide d'un logiciel ou d'une calculatrice ; exemples d'effets de structure lors du calcul de moyennes.

Probabilités en troisième et seconde

- **Notions élémentaires de probabilités** : à partir d'expérimentations permettant d'observer les fréquences des issues (pièces de monnaies, dés, roues de loterie, urnes...)
- **Calcul de probabilités** : modélisations simples de situations de la vie courante, expériences aléatoires à une ou deux épreuves.
- **Probabilité d'un événement** : somme des probabilités des événements élémentaires qui le constituent.
- **Déterminer la probabilité d'événements dans des situations d'équiprobabilité**
- **Réunion et intersection de deux événements**,
formule : $p(A \cup B) + p(A \cap B) = p(A) + p(B)$

Probabilités en premières ES/L, S

- Variable aléatoire discrète et loi de probabilité
Espérance, **variance et écart-type**
- Modèles de la répétition d'expériences identiques et indépendantes à deux ou trois issues
Représentation par un arbre pondéré ; variable aléatoire et loi de probabilité associée.
- **Loi géométrique tronquée**
- Épreuve de Bernoulli, loi de Bernoulli
- Schéma de Bernoulli, loi binomiale
Espérance, **variance et écart-type de la loi binomiale**
- Coefficients binomiaux, **triangle de Pascal**

Échantillonnage en seconde et en première

- Notion d'échantillon
- Intervalle de fluctuation d'une fréquence au seuil de 95%
- Réaliser une simulation à l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice
- Exploiter et faire une analyse critique d'un résultat d'échantillonnage
- Utilisation de la loi binomiale pour une prise de décision à partir d'une fréquence
Exploiter l'intervalle de fluctuation à un seuil donné, déterminé à l'aide de la loi binomiale, pour rejeter ou non une hypothèse sur une proportion.

Première

Statistiques descriptives, analyse de données (S, ES/L, STI2D/STL)

Variance, écart-type

Utilisation appropriée:
Couple moyenne-écart-type
Couple médiane-écart interquartile

Caractéristiques déterminées à l'aide d'un logiciel ou d'une calculatrice

Diagramme en boîte (pas en STI2D/STL)

Étudier, comparer des séries à l'aide d'un logiciel ou d'une calculatrice

Observation d'exemples d'effets de structure (à l'aide d'un logiciel) (pas en STI2D/STL et STMG)

Première

Probabilités (S, ES/L) (* S uniquement)

Variable aléatoire
discrète et loi de
probabilité

Espérance, variance* et
écart-type*

Déterminer et exploiter
la loi d'une variable
aléatoire

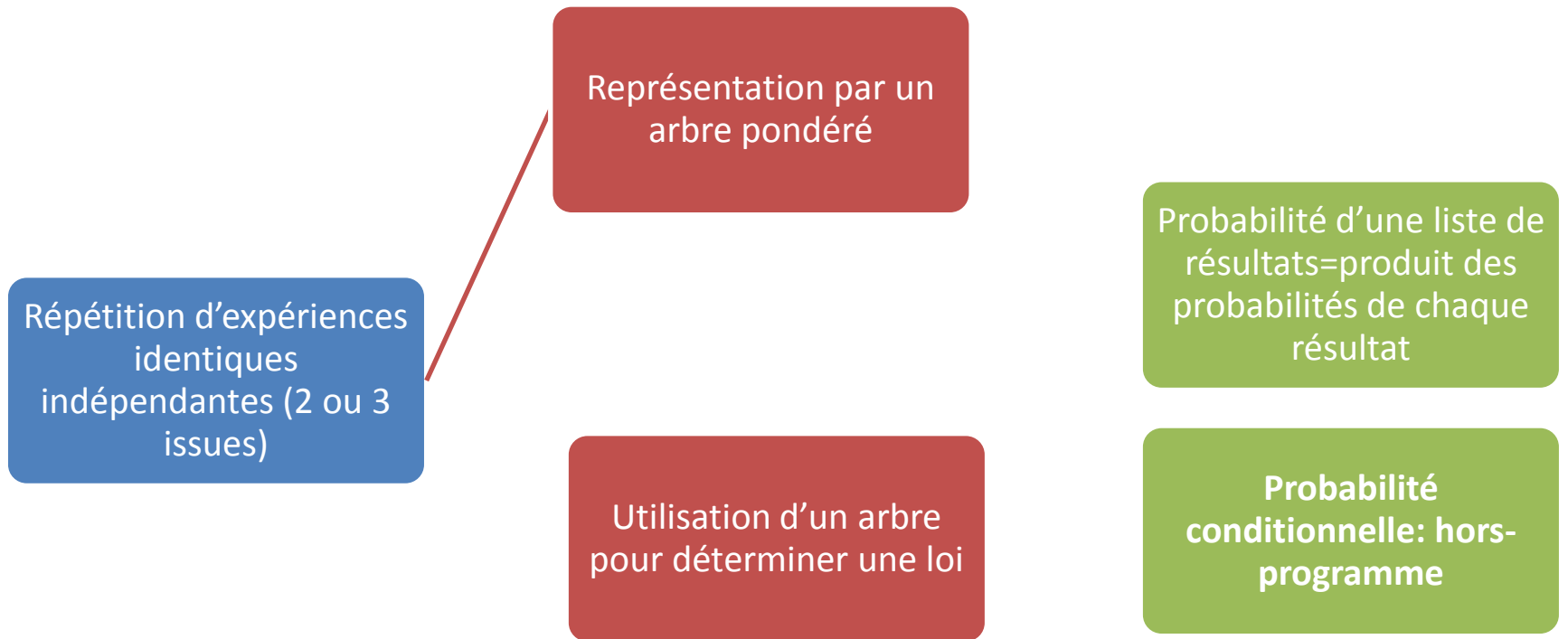
Interpréter l'espérance
comme valeur moyenne
dans le cas d'un grand
nombre de répétitions

Lien avec la moyenne et
la variance* d'une série
de données

Détermination à l'aide
d'une calculatrice ou
d'un logiciel

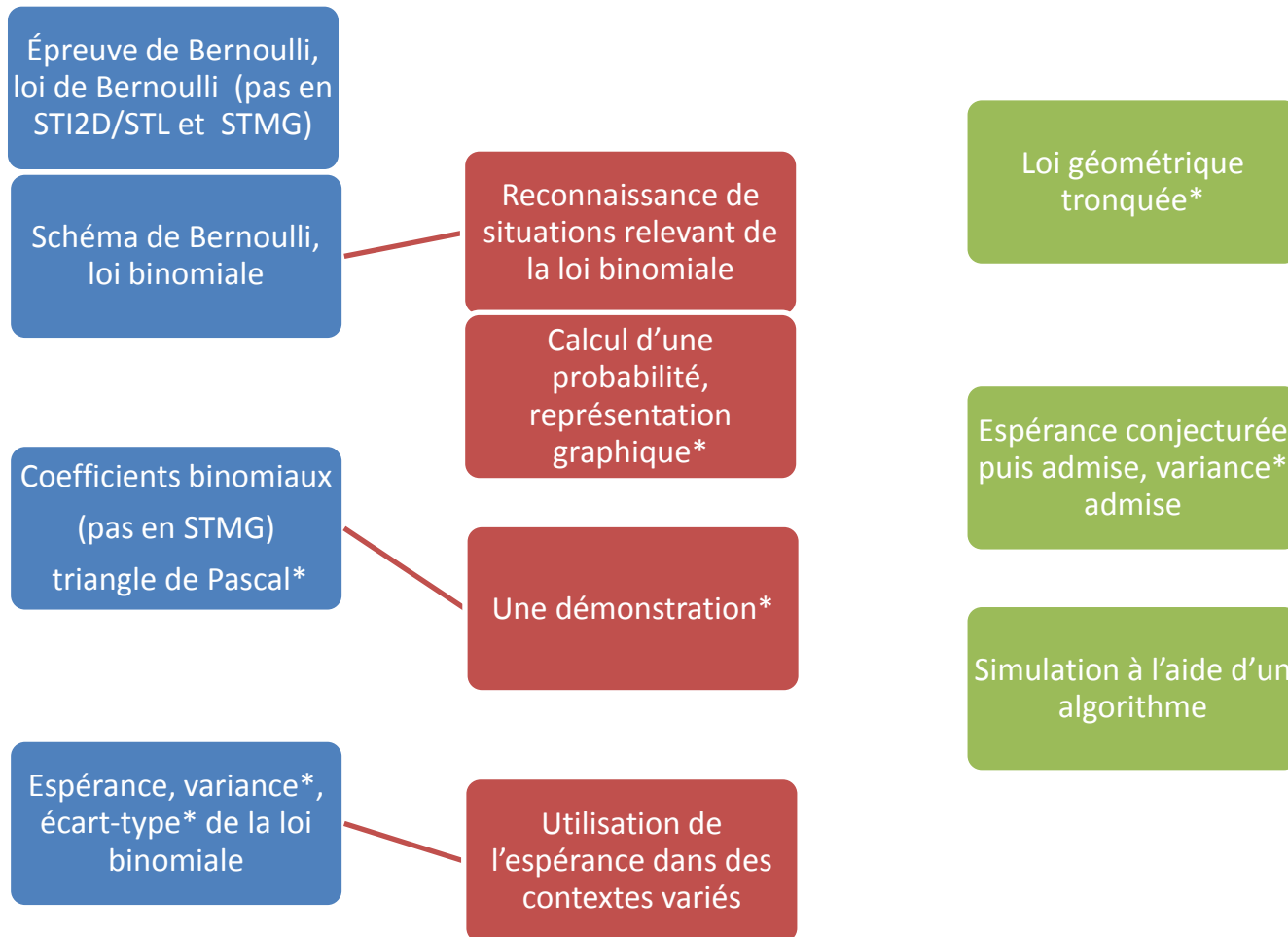
Deux démonstrations*

Première Probabilités (S, ES/L)



Première

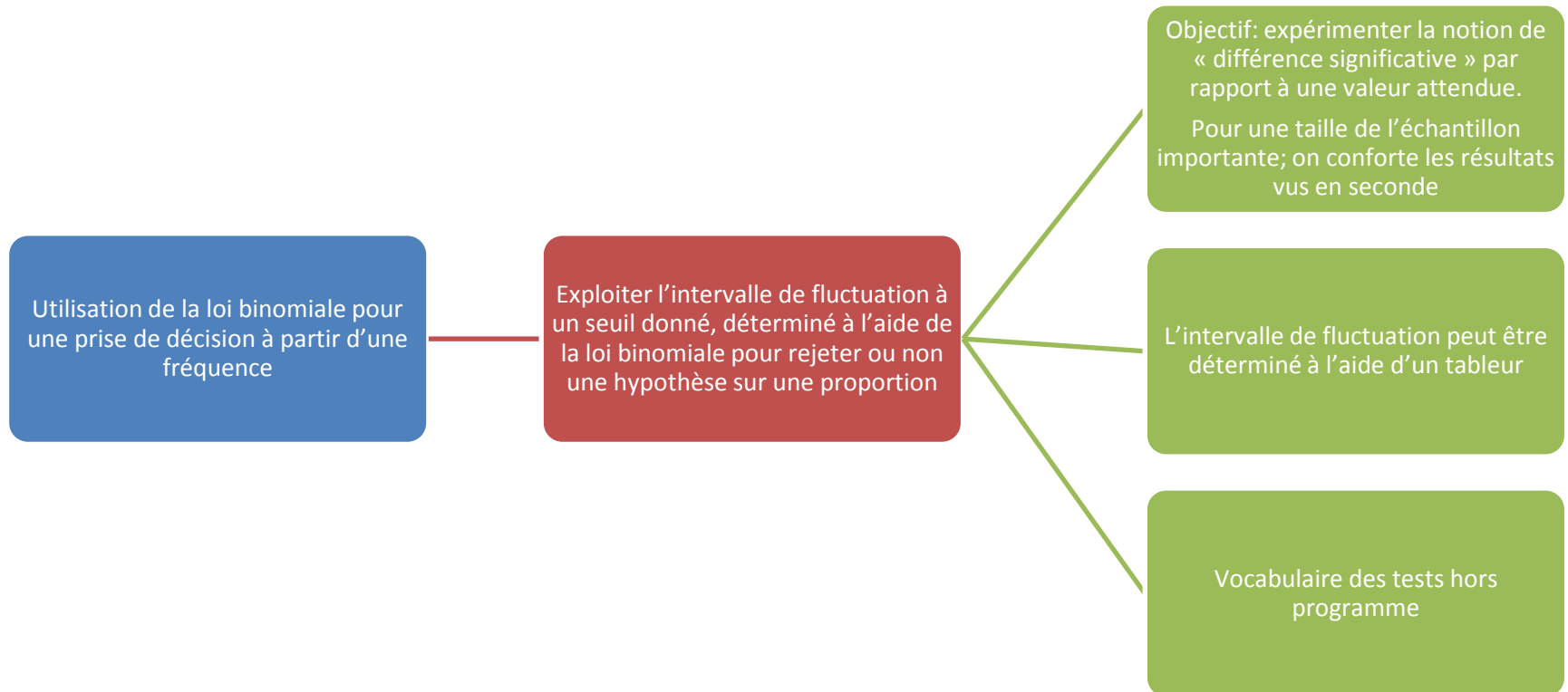
Probabilités (S, ES/L, STI2D/STL, STMG) (* S uniquement)



Première

Échantillonnage

(S, ES/L, STI2D/STL, STMG)



Démonstrations en première S

- Formules sur l'espérance et la variance :
 - $E(aX + b) = aE(X) + b$
 - $V(aX) = a^2 V(X)$
- Coefficients binomiaux :

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

Coefficients binomiaux

Principe de la démonstration

Dans cet arbre, par définition, le nombre de chemin réalisant $k + 1$ succès pour $n + 1$ répétitions est

$$\binom{n+1}{k+1}$$

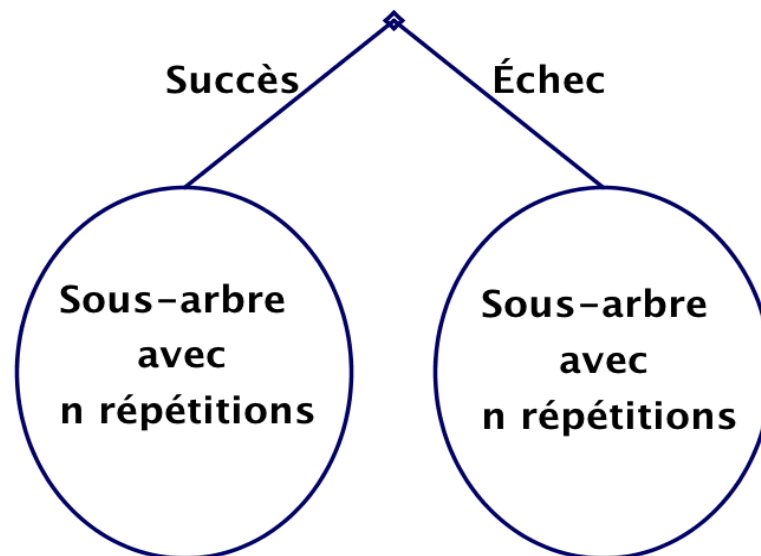
Comptons les chemins d'une autre façon :

Ainsi pour obtenir $k + 1$ succès dans cet arbre qui réalise $n + 1$ répétitions ;

- ✎ soit la première épreuve est un succès et donc on compte les chemins réalisant k succès parmi les n répétitions suivantes
- ✎ soit la première épreuve est un échec et donc on compte les chemins réalisant $k + 1$ succès parmi les n répétitions suivantes

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

Arbre figurant $n+1$ répétitions



Symétrie des coefficients binomiaux

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

Le nombre de chemins de l'arbre réalisant k succès pour n répétitions est égal au nombre de chemins réalisant k échecs, c'est-à-dire $n-k$ succès.

Des liens possibles

- Fonctions polynômes du second degré
- Fonction valeur absolue

Moyenne
Médiane

- Suites géométriques

Expériences
répétées
Loi géométrique
tronquée

Un exemple de progression

- **Fonctions polynômes du second degré**
Fonction valeur absolue (premières S, STI2D, STL) *
- **Statistiques**
...
- **Probabilités : Variable aléatoire discrète**
...
- **Suites**
- **Probabilités : épreuves répétées, loi géométrique tronquée, ...**

* Fonctions de référence

- En seconde : carré et inverse
- En 1^{ère} ES/L : racine carrée et cube
- En 1^{ère} S : racine carrée et valeur absolue
- En 1^{ère} STI2D et 1^{ère} STL : valeur absolue, cos, sin

En terminale S et ES/L

(BO spécial n°8 du 13 octobre 2011)

- Probabilités

Conditionnement, *indépendance*

Notion de loi à densité à partir d'exemples, loi uniforme, *loi exponentielle*, loi normale

- Intervalle de fluctuation asymptotique
- Estimation, intervalle de confiance, niveau de confiance

En terminale STI2D/STL spéc. SPCL (BO spécial n°8 du 13 octobre 2011)

- Probabilités :
Exemples de loi à densité, loi uniforme, loi exponentielle, loi normale
- Prise de décision et estimation
Intervalle de fluctuation asymptotique
- Intervalle de confiance

En terminale STL spéc. biotechnologies (BO spécial n°8 du 13 octobre 2011)

- Statistiques descriptives à deux variables
- Probabilités :
Exemples de loi à densité, loi uniforme, loi exponentielle, loi normale
- Prise de décision et estimation
Intervalle de fluctuation asymptotique
- Intervalle de confiance

En terminale STMG

(BO n°6 du 09 février 2012)

- Statistique descriptive à deux variables
- Probabilités :
 - Conditionnement
 - Loi normale
- Echantillonnage et prise de décision
- Estimation