

Comment compter les grains de sable d'une plage ?

Thématique d'EPI : sciences, technologie et société

Niveau : 4^e (milieu cycle 4)

Matières : Mathématiques et Physique – Chimie

Introduction

L'arénaire, Archimède¹, 3^e siècle avant J.-C.

Le texte commence ainsi² :

« Il est des personnes, ô roi Gélon, qui pensent que le nombre des grains de sable est infini. Je ne parle point du sable qui est autour de Syracuse et qui est répandu dans le reste de la Sicile, mais bien de celui qui se trouve non seulement dans les régions habitées, mais encore dans les régions inhabitées. Quelques-uns croient que le nombre des grains de sable n'est pas infini, mais qu'il est impossible d'assigner un nombre plus grand. Si ceux qui pensent ainsi se représentaient un volume de sable qui fût égal à celui de la terre, qui remplit toutes ses cavités, et les abîmes delà mer, et qui s'élevât jusqu'aux sommets des plus hautes montagnes, il est évident qu'ils seraient bien moins persuadés qu'il pût exister un nombre qui surpassât celui des grains de sable.

Quant à moi, je vais faire voir par des démonstrations géométriques auxquelles tu ne pourras refuser ton assentiment, que parmi les nombres dénommés par nous dans les livres adressés à Zeuxippe, il en est qui excèdent le nombre des grains d'un volume de sable égal non seulement à la grandeur de la terre, mais encore à celui de l'univers entier. »

[...]

Et ce termine ainsi :

« Je pense, ô roi Gélon, que ces choses ne paraîtront pas très croyables à beaucoup de personnes qui ne sont point versées dans les sciences mathématiques; mais elles seront démontrées pour ceux qui ont cultivé ces sciences et qui se sont appliqués à connaître les distances et les grandeurs de la terre, du soleil, de la lune et du monde entier. C'est pourquoi j'ai pensé qu'il ne serait pas inconvenant que d'autres les considérassent de nouveau. »

Ce texte, d'une vingtaine de pages, peut être vu comme le premier article scientifique connu. En plus de donner un majorant au nombre de grain de sable nécessaire pour remplir l'univers connu du temps d'Archimède, il étend le système de numération de l'époque, tout en donnant un algorithme de calculs. La conclusion de ce texte, datant de l'antiquité, montre la puissance et la pérennité du raisonnement mathématique. Ce texte garde en effet toute son actualité.

Le problème et le contexte posés, il est possible d'étudier³ comment Archimède a répondu aux questions suivantes :

- **Comment était représenté l'univers à l'époque d'Archimède ?**
- **Comment nommer des grands nombres ?**
- **Comment compter avec ces nouveaux nombres ?**
- **Quelle est la réponse au problème posé ?**

¹ Archimède de Syracuse, 287 av. J.-C. – 212 av. J.-C

² Traduction F. PEYRARD

³ à travers de courts extraits du texte

Parties du programme pouvant être concernées

Mathématiques :

- Les préfixes de nano à giga.
- Utiliser diverses représentations d'un même nombre.
- En commentaires :
Rencontrer diverses écritures dans des situations variées, associer à des objets des ordres de grandeurs
- Effectuer des calculs numériques simples impliquant des puissances, notamment en utilisant la notation scientifique.
- Repères de progressivité :
Les puissances de 10 d'exposant entier positif sont manipulées dès la 4^{ème}, en lien avec les problèmes scientifiques ou technologiques. Les exposants négatifs sont introduits progressivement. Les puissances positives de base quelconque sont envisagées comme raccourci d'un produit.

Physique – Chimie :

- Dans le thème « organisation de la matière » :
Un travail sur les notations scientifiques et les ordres de grandeurs peut être proposé en lien avec les mathématiques.
- Dans le thème « Décrire l'organisation de la matière dans l'Univers » :
Décrire la structure de l'Univers et du système solaire.
Aborder les différentes unités de distance et savoir les convertir : du kilomètre à l'année lumière.
Galaxies, évolution de l'Univers, formation du système solaire, âges géologiques
Ordres de grandeur des distances astronomiques.
- En commentaire :
Ce thème fait prendre conscience à l'élève que l'Univers a été différent dans le passé, qu'il évolue dans sa composition, ses échelles et son organisation ; que le système solaire et la Terre participent de cette évolution. L'élève réalise qu'il y a une continuité entre l'infiniment petit et l'infiniment grand, et que l'échelle humaine se situe entre ces deux extrêmes.

Production

Production d'une affiche ou d'un diaporama répondant à des problèmes soulevés lors de l'étude du texte.

Bibliographie

Traduction et commentaires par F. Peyrard :

<http://remacle.org/bloodwolf/erudits/archimede/arenaire.htm>

Texte de P. Cibois issu d'un séminaire de Georges Guilbaud : « Archimède compte les grains de sable de l'univers » <http://enseignement-latin.hypotheses.org/6571>

Article de Ilan Vardi, revue *Pour la science*, N°278 : « Archimède face à l'innombrable ».

En anglais, un article de Henri Mendell : « Archimedes, the sand-reckoner ».

<http://web.calstatela.edu/faculty/hmendell/Ancient%20Mathematics/Archimedes/SandReckoner/Ch1/Ch1.html>

Prolongement

Ce texte peut aussi être étudié en français (compétences majeures : *informer, s'informer, déformer*) et complété par l'étude du texte tiré de la revue "Espace Information" n°31 octobre 1985 sur la mesure du rayon de la Terre par Eratosthène⁴ : <http://irem.univ-reunion.fr/spip.php?article24> et http://acces.ens-lyon.fr/clea/archives/cahiers-clairaut/CLEA_CahiersClairaut_102_06.pdf

⁴ Voir la fiche correspondante sur le site *euler*.