Séance Calcul littéral – 5^{e}

Prérequis :

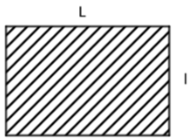
<table>
<tr>
<td>

I-Activité rapide (8 minutes)

L'activité rapide de début de séance permet la ré acquisition d'automatismes de calcul ou de raisonnement, ou bien permet de faire un état des lieux sur les savoirs et savoir-faire des élèves (ce que l'on appelle en didactique une évaluation diagnostique) ou encore d'activer un point de mathématiques qui saura être utilisé dans la séance. C'est ce dernier aspect que nous allons mettre en place dans cette présentation schématique de cours. Une ou deux questions ciblées.

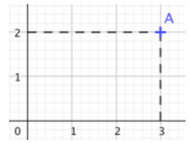
Question 1 : On voit double. Calculer rapidement : $2 \times 3 + 2 \times 7$, $2 \times 3 + 2 \times 17$, $2 \times 3 + 2 \times 27$.
$\frac{7}{2} + \frac{3}{2} \times \frac{1}{5} = 1$ ou 3,8 ? Explique ton choix.

Question 2 : En maths, des lettres partout. Quel est le point commun entre ces trois situations ?



$A = L \times l$

20h15min
\- 8h50min
11h25min



$A(3; 2)$

Éléments de correction :
Il y a des lettres. Le point commun s'arrête ici, ces lettres ne désignent pas la même chose, n'ont pas le même statut :
- h est le symbole d'une unité, on ne peut pas remplacer la lettre par une valeur.
- A, L, l désignent des grandeurs ou des mesures dans une formule, elles peuvent prendre une valeur numérique.
- Dans la dernière situation, A désigne un objet, un point. Comme π d'ailleurs, lettre de l'alphabet grec, elle désigne aussi un autre objet : un nombre.

</td>
<td>

Q1 : On prépare la suite et on installe : faire la somme des doubles c'est doubler la somme (et réciproquement !).
Retrouver la priorité de la multiplication, faire verbaliser les élèves, un calcul de quotient pour retrouver ensuite la bonne réponse.

</td>
</tr>
<tr>
<td>

II- Activité préparatoire à l'acquisition d'une nouvelle notion (10 minutes) :

Un exercice de recherche (d'abord individuellement puis à plusieurs) permet de comprendre l'intérêt et de donner du sens à celle-ci.
Extrait BO : « Tôt dans l'année, sans attendre la maîtrise des opérations sur des nombres relatifs, la propriété de distributivité simple est utilisée pour réduire une expression littérale de la forme ax+bx, où a et b sont des nombres

</td>
<td></td>
</tr>
</table>

décimaux. Le lien est fait avec des procédures de calcul numérique déjà rencontrées au cycle 3 (calculs du type 12×50 ; 37×99 ; 3×23+7×23). »

Temps 1 : *Le Tour de Magie*

- Choisir un nombre
-Ajouter 3 au nombre choisi
- Multiplier le résultat par 2
- Soustraire 2 au résultat
- Soustraire au résultat le double du nombre de départ
- Trouve un pays commençant par la lettre qui correspond au nombre obtenu dans l'ordre alphabétique.
- Enfin un fruit qui commence par la dernière lettre du pays que tu as trouvé.

Dans un diaporama, on projette pas à pas ce programme de calcule que les élèves exécutent. Après un petit temps mort on projette :

« Il n'y a pas de Kiwi au Danemark ».

Temps 2 : Échanges avec la classe pour faire dire/constater que quel que soit le nombre choisi au départ ce programme conduit toujours à 4.

Temps 3 : Contrôle, il conduit vraiment toujours à 4 ?
Vérification expérimentale : on projette une feuille de calcul préparée, on explique le rôle des formules excel, on teste pour des valeurs données par des élèves pour constater que le programme conduit en effet à 4, puis avec une très grande valeur (cellule G1) àn constate que ce n'est plus le cas.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Choisir un nombre	2	-5	1,35	555555	0,00001	1E+51
2	Ajouter 3	5	-2	4,35	555558	3,00001	1E+51
3	Multiplier par 2	10	-4	8,7	1111116	6,00002	2E+51
4	Soustraire 2	8	-6	6,7	1111114	4,00002	2E+51
5	Soustraire le double du nombre de départ	4	4	4	4	4	0

Temps 4 : Une première démonstration :

Choisir un nombre	x	*Commentaires*
Ajouter 3	$x+3$	

Projection des étapes avec un diaporama pas à pas, les élèves exécutent le programme de calcul. On invite les élèves à choisir des nombres simples, d'utiliser la calculatrice pour ceux qui font le choix (ou choisi par l'enseignant) d'un nombre « compliqué ».

Pour un temps de surprise et susciter l'intérêt des élèves.

Manifestement pour presque tous les nombres choisis, le programme conduit à 4. Comment en être certain, il y a un cas qui fait douter. Comment le vérifier pour tous les nombres ? En utilisant une lettre qui va représenter n'importe quel nombre choisi au départ. L'idée du passage à la lettre pouvant venir des élèves.

Selon le temps : on construit pas à pas, avec les élèves, la modélisation du programme, OU, on projette le tableau et commente la démonstration.

Multiplier le résultat par 2	$2 \times (x + 3)$	*C'est le résultat de x+3 qui est multiplié par 2, s'il n'y a pas de parenthèse, la multiplication devient prioritaire.*
Soustraire 2 au résultat	$2 \times (x + 3) - 2$	
Soustraire au résultat le double du nombre de départ	$2 \times (x + 3) - 2 - (2 \times x)$	
	$2 \times x + 2 \times 3 - 2 - 2 \times x$	*Référence au travail du début (doubler une somme c'est comme la somme des doubles) et multiplication prioritaire*
	$2 \times x + 6 - 2 - 2 \times x$	
	$2x + 4 - 2x$	*Ajouter puis soustraire c'est comme soustraire puis ajouter, prendre des exemples*
	$2x - 2x + 4$	
	4	

On conclut, revient au tableur et explique pourquoi il a renvoyé 0 pour la dernière valeur entrée.

On réinvestit la distributivité constatée en amont : prendre le double d'une somme c'est ajouter les doubles.

On introduit la simplification d'écriture : lorsque cela n'entraîne pas de confusion, on n'écrira pas les signes « × ».

III- La trace écrite dans le cahier de cours (10 minutes) :

Elle doit être rédigée de façon rigoureuse et exemplaire pour servir de modèle à l'élève. Il est important que chaque élève écrive manuellement afin de mieux retenir le contenu. Cette écriture constitue un élément de mémorisation pour beaucoup d'élèves. Ne pas hésiter en parallèle à faire reformuler deux ou trois élèves sur une définition ou une propriété.

Définition 1 :

Réduire une expression littérale, c'est l'écrire avec le moins de termes possibles.

Convention d'écriture :

Dans une expression littérale, on pourra retirer les signes « × » de l'écriture si cela n'entraîne pas de confusion.

Exemples et contre-exemple :

$2 \times 3 \neq 23$ — *Il y a confusion*, on effectue $2 \times 3 = 6$.

$2 \times x + 7 = 2x + 7$ — *Pas de confusion possible, on retire le signe « × ».*

$5 - 7 - 3 \times x = -2 - 3x$ — *On ordonne en écrivant en premier « les termes en x ».*

$-2 - 3x = -2 + (-3x) = -3x - 2$ — *« Soustraire un nombre s'est ajouter son opposé ».*

Propriété 1 :

Pour tout nombre a, b et x, on a :

$a \times x + b \times x = (a + b) \times x$.

Ou encore : $ax + bx = (a + b)x$.

Démonstration (pour a,b et x positifs)

D'une part : $\mathcal{A}_{ABCD} = \mathcal{A}_{AEFD} + \mathcal{A}_{EBCF} = a \times x + b \times x = ax + bx$.

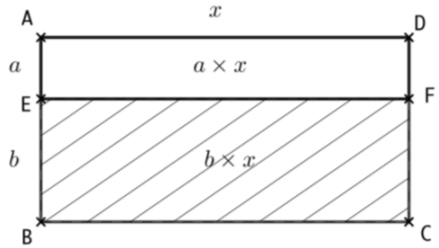
D'autre part : $\mathcal{A}_{ABCD} = AB \times AD = (a + b) \times x = (a + b)x$.

Ainsi, en exprimant de deux manières différentes l'aire du grand rectangle, on a : $ax + bx = (a + b)x$.

Applications : 1) Réduire et ordonner les expressions littérales suivantes.

$A(x) = 3x - 4 + 2x + 7$, $B(x) = -4 + 2x + 7 - 3x$, $C(x) = 3 \times x \times x + x - 4 + 7x$.

2) Calculer $A(x)$ pour $x = -3$.



IV- Deux exercices d'application directe (20 minutes) :

Ceux-ci, bien ciblés, permettent aux élèves de se rassurer sur leur compréhension et de figer certains bons réflexes.

Exercice 1 : 1) Réduire et ordonner les expressions littérales suivantes.

$A(x) = 3x + 7 + 7x - 3$, $B(x) = 12 + 5x + 7 - 7x$, $C(x) = -12x - 4 + 3x - 10$.

2) Calculer $A(x)$ pour $x = -5$.

Exercice 2 : En arithmétique.

$a = 10 + 11 + 12$, $b = 3 + 4 + 5$, $c = 28 + 29 + 30$, $d = 129 + 130 + 131$.

1) Parmi les 4 nombres ci-dessus, un seul n'est pas multiple de 3. Lequel ?

2) Paul affirme que sans aucun calcul il connaît la réponse et en est sûr. Saurais-tu pourquoi ?

Et bien comme tout à l'heure, on va utiliser une lettre …

Ex 2 :

1) Un peu de calcul mental et on réinvestit le critère de divisibilité.

2) Et bien comme tout à l'heure, on va utiliser une lettre …

V- Synthèse co-construite avec les élèves (7 minutes)

Cette dernière phase de synthèse (orale et/ou écrite) est cruciale car elle permet de valoriser la parole de l'élève donc de le rassurer et l'aide à l'avenir à entrer dans la tâche mathématique. Elle rend l'assimilation plus aisée et le professeur entend ce qui a été retenu de sa séance. Il conviendra donc d'interroger quelques élèves en changeant au fil des jours.

Situation :

…, 15×32, …, 11×45, …

Martin et Sanah sont en CM2. Comme tous les élèves de leur classe, ils participent chaque année à *La Course Aux Nombres*. Et comme à chaque fois, Martin est impressionné par la vitesse avec laquelle Sanah réussie à calculer.

Elle lui explique : « c'est facile, par exemple pour faire 15×32, tu fais 320 plus la moitié, ou pour 11×45, tu places 9 entre le 4 et le 5 ».

Saurais-tu l'expliquer ?

On utilise cette situation pour point de départ a ce qui a été vu dans la séance.

Travaux à donner pour la prochaine séance (ou autre) :

- Des exercices de réduction pour consolider.
- Un exercice dans un autre contexte, avec programmes scratch par exemple, des questions pour tester et pour modéliser.
- Et, on n'oublie pas euler-wims, en devoir à la maison ou en situation classe.