**Solutions du quiz octobre 2024**

**Question 1**

On peut toujours noter les 7 entiers consécutifs $a-3, a-2, a-1, a, a+1, a+2, a+3$. Leur somme vaut $7a$.

**Question 2**

Comme $DE=DC=EC$, le triangle $DCE$ est équilatéral donc $\hat{DEC}=60°$ d’où $\hat{CEB}=180°-60°=120°$.

Comme $EB=EC$, le triangle $CEB$ est isocèle en $E $donc $\hat{ECB}=\frac{1}{2}\left(180°-\hat{CEB}\right)=30°$.

Donc $\hat{ABC}=\hat{ECB}=30°$

**Question 3**

Comme $0<b<c$, $0<\frac{b}{c}$ et $a×\frac{b}{c}$ sera maximal si $\frac{b}{c}$ est le plus proche de 1 et a le plus grand. On essaie alors les quotients $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ avec la plus grande valeur de $a$ autre que les deux entiers déjà utilisés. Les produits obtenus sont alors $5×\frac{1}{2},5× \frac{2}{3},5× \frac{3}{4}, 3×\frac{4}{5}$ pour constater que le plus grand est $5× \frac{3}{4}$.

D’autre part, si $a=1$ le produit sera minimal pour $\frac{b}{c}=\frac{2}{5}$, si $a=2$, le produit sera minimal si $\frac{b}{c}=\frac{1}{5}$ ce qui donne le même résultat $\frac{2}{5}$. On vérifie aisément que pour les autres valeurs de $a$, les produits sont plus grands. La différence cherchée est donc $5× \frac{3}{4}-\frac{2}{5}=\frac{67}{20}$.

**Question 4**

|  |  |
| --- | --- |
| Comme les deux régions ombrées ont la même aire, l’aire du secteur entièrement ombré du grand disque est égale à l’aire du petit disque soit $π×1^{2}=π$. Le grand disque a pour aire $π×3^{2}=9π$.L’aire du secteur entièrement ombré du grand disque est donc $\frac{1}{9}$ de celle du grand disque. On en déduit que $\hat{POQ}=\frac{1}{9}×360°=40°$ |  |

**Question 5**

Les deux plus grands produits des nombres sur les faces sont $8×7×6=336$ et $8×7×5=280$.

Mais, en pliant le patron pour obtenir un cube, on ne peut avoir les faces numérotées 8, 7 et 6 se retrouvant à un même sommet car les faces 8 et 6 sont opposées sur le cube alors qu’on peut avoir les faces 8, 7 et 5 à un même sommet. Le plus grand produit est donc 280.

**Question 6**

Si on note avec une minuscule le nombre attribué à une lettre en majuscule, les données se traduisent par :

$s+e+t=2, h+a+t=7, t+a+s+t+e=3$ et $m+a+t=4$.

De la première et la troisième équation, on tire $t+a=3-2=1$.

Comme de plus $h+a+t=7$, on a $h=7-1=6$.

Comme de plus $m+a+t=4$, la valeur de MATH est $4+6=10$.

**Question 7**

Le début de la suite s’écrit 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 1, 1, 1, 1, 1, 1, …

La fin de la première série de 5 est obtenue une fois qu’on a écrit $1+2+3+4+5=15$

La fin de la deuxième série de 5 est obtenue une fois qu’on a écrit ensuite six fois le nombre 1, 7 fois le nombre 2, huit fois le nombre 3, neuf fois le nombre 4 et 10 fois le nombre 5.

On a alors écrit au total $15+6+7+8+9+10=55$

On écrit ensuite 11 fois le nombre 1 (66 nombres), 12 fois le nombre 2 (78 nombres), 13 fois le nombre 3 (91 nombres). Le 100e nombre sera donc le 9e nombre 5 écrit à la suite.

**Question 8**

La division euclidienne de $N$ par 10, par 11 comme par 12, donne pour reste 7 donc N-7 est un multiple de 10, de 11 et de 12. Multiple de 10 et de 11, il est donc déjà multiple de 110.

Or 110, 220, 330, 440, 550, 770, 880 et 990 ne sont pas des multiples de 12.

En revanche $660=55×12$. Comme $N$ est un nombre de trois chiffres, la seule possibilité est $N-7=660$ soit $N=667$.

**Question 9**

Soit $x$ le nombre de prunes qu’a Elodie au départ. Après le don à Maxime, il lui reste $\frac{2}{3}x$ prunes. Quand elle a mangé 4 prunes, il lui reste $\frac{2}{3}x-4$ prunes. Après le don à Lucie, il lui reste $\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}x-4\right)$ prunes. On est donc ramené à résoudre l’équation $\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}x-4\right)=16$ soit $\frac{2}{3}x=2×16+4=36$ soit $x=\frac{3}{2}×36=54$.

**Question 10**

|  |  |
| --- | --- |
| Soit X le point d’intersection de la perpendiculaire à $(PT)$ passant par $R$. Le quadrilatère $PXRQ$ a trois anges droits. C’est donc un rectangle dont l’aire est égale à $8×2=16$.De plus le triangle $XTR $est rectangle en $X$ et $XT=PT-PX=8-2=6$. L’aire du triangle $XTR$ est donc égale à $\frac{1}{2}×XR×XT=\frac{1}{2}×8×6=24$.De plus, d’après le théorème de Pythagore, $TR^{2}=TX^{2}+XR^{2}=36+64=100$ d’où $TR=10$.Le triangle $TSR$ est isocèle en $S$ donc la perpendiculaire à $(TR) $passant par $S$ coupe $[TR]$ en son milieu $Y$ et dans le triangle $TSY$ rectangle en $Y$, le théorème de Pythagore permet d’écrire $SY^{2}=ST^{2}-YT^{2}=169-25=144$ d’où $SY=12$ et l’aire du triangle $TSR$ est égale à $\frac{1}{2}×TR×SY=\frac{1}{2}×10×12=60$. |  |

Au final l’aire du pentagone $PQRST$ est égale à $16+24+60=100$.