|  |
| --- |
| **Niveau : 3e** **Thème : Fonctions affines***Cette fiche n’a pas vocation à être un cours clé en main. Elle est un support à la réflexion pédagogique et didactique.* ***Questions à se poser avant*** *de construire sa séquence (constituée éventuellement de plusieurs séances) sur le thème :** *Quels énoncés mathématiques (définitions, propriétés, théorèmes) à faire écrire par les élèves ?*
* *Quelle(s) démonstration(s) à construire avec les élèves ?*
* *Quels prérequis nécessaires y compris pour faciliter l’accès des élèves aux démonstrations ?*
 |
| **CONTEXTE****Programme officiel :** <https://euler.ac-versailles.fr/rubrique43.html>Attendus de fin de troisième : <https://cache.media.education.gouv.fr/file/20/34/1/ensel283_annexe18_1120341.pdf> |
| **Prérequis**Au travers de questions flash, on fait un état des lieux et on réactive les savoirs et savoir-faire des élèves sur :* la notion de fonction, d’image, d’antécédent, de représentation graphique ;
* la proportionnalité de deux grandeurs et la reconnaissance graphique d’une situation de proportionnalité (points alignés sur une droite passant par l’origine).

**Activité rapide : questions flash****Question 1 :** $f$ une fonction telle que$f\left(3\right)=12 $ $ $12 est ……………de 3 par$ f$3 est ………………de 12 par $f$**Question 2 :**Le périmètre d’un carré est-il proportionnel à la longueur du côté du carré ?L’aire d’un carré est-elle proportionnelle à la longueur du côté du carré ?**Question 3 :** Les tableaux ci-dessous sont-ils des tableaux de proportionnalité ? Si oui, préciser le coefficient de proportionnalité.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| $$x$$ | 6 | 10 |
| $$y$$ | 9 | 15 |

 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$x$$ | 6 | 10 | 9 |
| $$y$$ | 10 | 16 | 15 |

 |  |

*Cette question permet :** *pour le premier tableau, d’exploiter la propriété sur l’égalité de deux fractions ;*
* *pour le deuxième tableau, de travailler sur la négation d’une phrase et le contre-exemple (puisque* $\frac{5}{3}=\frac{10}{6}=\frac{15}{9}$ *mais* $\frac{10}{6}\ne \frac{16}{10}$ *car* $10×10\ne 6×16$*).*

**Question 4 :** Pour chaque graphique, préciser s’il représente une situation de proportionnalité.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

*Cette question permet d’initier le cas particulier de fonction linéaire (droite passant par l’origine pour une fonction linéaire).***Trace dans le cahier de cours****Définition :**Une fonction $f$ est appelée **fonction linéaire** lorsqu'il existe un nombre $a$ tel que, pour tout nombre $x$, $f(x)=ax$.Le nombre $a$ est appelé coefficient de la fonction $f.$*L’énoncé donné aux élèves doit être quantifié (il existe … pour tout…) pour être correct.***Propriété (admise) :**Dans le plan muni d’un repère, la représentation graphique d’une fonction linéaire est une droite passant par l’origine du repère.**Définition :**Une fonction $f$ est appelée **fonction affine** lorsqu'il existe deux nombres $a$ et $b$ tels que, pour tout nombre $x$, $f(x)=ax+b$.Exemples : proposer des expressions algébriques de fonctions affines en faisant préciser les coefficients $a$ et $b$ dans chaque cas ou en faisant calculer image ou antécédent.On fait remarquer aux élèves qu’une fonction linéaire est un cas particulier de fonction affine, le cas particulier où $b=0$.**Propriété :**Soit $a$ et $b$ deux nombres réels et soit $f$ la fonction affine définie par $f(x)=ax+b$. Les accroissements de $f(x)$ sont proportionnels aux accroissements de $x$ et le coefficient de proportionnalité est $a$.Plus précisément, pour tous nombres distincts $x\_{1}$ et $x\_{2}$, $\frac{f\left(x\_{2}\right)-f\left(x\_{1}\right)}{ x\_{2}-x\_{1}}=a$.**Démonstration**Soit $a$ et $b$ deux nombres réels et soit $f$ la fonction affine définie par $f(x)=ax+b$.Alors pour tous nombres $x\_{1}$ et $x\_{2}$, distincts (donc $ x\_{2}-x\_{1}\ne 0$),  $\frac{f\left(x\_{2}\right)-f\left(x\_{1}\right)}{ x\_{2}-x\_{1}}=\frac{\left(a x\_{2}+b\right)-\left(a x\_{1}+b\right)}{ x\_{2}-x\_{1}}=\frac{a\left( x\_{2}-x\_{1}\right)}{ x\_{2}-x\_{1}}=a$.*Cette démonstration permet de revoir un peu de calcul littéral. On sera attentif à expliquer la notation indicée (à ne pas confondre avec le carré, par exemple).**Cette propriété, faisant appel à la notion de proportionnalité permet d’expliquer comment on peut démontrer la propriété qui suit.**On l’illustre aussitôt avec quelques exemples de fonctions affines où les élèves doivent calculer le coefficient* $a$*.***Propriété (admise) :**Dans le plan muni d'un repère, la courbe représentative d'une fonction affine est une droite.**Définitions :**

|  |  |
| --- | --- |
| * Le nombre $a$ est appelé **coefficient** de la fonction $f $mais aussi **coefficient directeur** de la droite représentant $f$
* Le nombre $b$ est appelé **ordonnée à l’origine** de la droite représentant $f$.

**Remarque :*** La propriété de la page précédente permet d’écrire que si A et B sont deux points de la droite représentant $f$,

on a $\frac{y\_{B}-y\_{A}}{x\_{B}-x\_{A}}=\frac{f\left(x\_{B}\right)-f(x\_{A})}{x\_{B}-x\_{A}}=a$.* Le nombre $b=f(0)$ est l’ordonnée du point d’intersection de la droite représentant $f$ avec l’axe des ordonnées.
 |  |

**Remarque :** il suffit de deux points pour tracer la courbe représentative d’une fonction affine.*On a alors tous les éléments pour traiter des exercices d’application directe sur les représentations graphiques de fonctions affines :** *construction de droites représentant des fonctions affines ;*
* *lecture graphique de* $b$ *et de* $a$*;*
* *association de courbes et d’expressions algébriques de fonctions affines ;*
* *détermination graphique d’expressions algébriques de fonctions affines.*
 |
| **Pour aller plus loin**Tableur et proportionnalité des accroissements (IREM Aix-Marseille) :<https://www.irem.univ-mrs.fr/Fonction-lineaire-et-affine.html> |