Corrigé de l'exercice 1 (Loi de Poisson)

Soit X la variable aléatoire associée au nombre d'erreurs dans la commande sur les 100 commandes.

Non demandé dans cet exercice :
«Il s'agit de regarder le résultat de 100 épreuves de Bernoulli, indépendantes et identiques.
Nombre d'épreuve : $n = 100$; n grand ($n > 30$)
Probabilité qu'un test soit positif (une erreur sur une commande) : $p = 0,05$; p petit ($np < 10$)
$\lambda = np = 5$
X suit $P(5)$»

Par lecture sur la table :

a) $\mathrm{P}(X = 5) \simeq 0,1755 \; \left(= e^{-5}\dfrac{5^5}{5!} \right)$

b) $\mathrm{P}(X < 5) = \mathrm{P}(X = 0) + \mathrm{P}(X = 1) + \mathrm{P}(X = 2) + \mathrm{P}(X = 3) + \mathrm{P}(X = 4) \simeq 0,5$

c) $\mathrm{P}(X \geq 5) = 1 - \mathrm{P}(X < 5) \simeq 1 - 0,5 = 0,5$.

Corrigé de l'exercice 3 (Loi binomiale et loi de Poisson)

1) Le nombre d'épreuves de Bernoulli est $n = 50$. La probabilité qu'un test soit positif est $p = 0,06$.
Y suit une loi binomiale $B(50 ; 0,06)$.

b) $\mathrm{P}(X = 1) = C_{50}^{1} 0,06^{1} \times 0,94^{49} \simeq 0,145$

c) $\mathrm{P}(X \geq 1) = 1 - \mathrm{P}(X = 0) \; - C_{50}^{0} 0,06^{0} \times 0,94^{50} = 1 - 0,94^{50}$
$\mathrm{P}(X \geq 1) = 0,955$.

2) Non demandé dans cet exercice :
«Il s'agit de regarder le résultat de 50 épreuves de Bernoulli, indépendantes et identiques.
Nombre d'épreuve : $n = 50$; n grand ($n > 30$)
Probabilité qu'un test soit positif (une erreur sur une commande) : $p = 0,06$; p petit ($np = 3 < 10$) »

a) $\lambda = np = 3$
X suit $P(3)$.

D'après la table,

b) $\mathrm{P}(X = 1) \simeq 0,1494 \; \left(= e^{-3}\dfrac{3^1}{1!} \right)$

c) $\mathrm{P}(X \geq 1) = 1 - \mathrm{P}(X = 0) \simeq 1 - 0,0498$
$\mathrm{P}(X \geq 1) \simeq 0,95$
Remarque : on retrouve des valeurs très proches de celles trouvées avec la loi binomiale (questions 1), ce qui confirme la validité de l'approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson dans les conditions évoquées dans le cours.