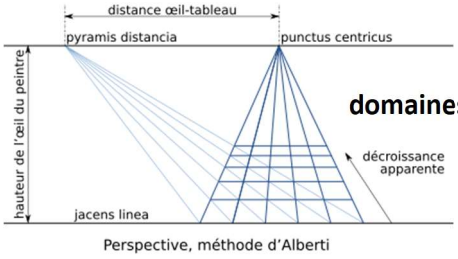
ACADÉMIE DE VERSAILLES
Liberté
Égalité
Fraternité

Inria
INVENTEURS DU MONDE NUMÉRIQUE

Versailles
Lycée Marie Curie

« RENAISSANCE MAN »

L'expression « Renaissance man » désigne un « homme de la Renaissance », c'est-à-dire un homme (la notion est datée, elle ne mentionne pas de femme…) capable de s'intéresser à quantité de sujets, domaines de connaissance ou arts, avec finesse et succès. L'article de l'Encyclopaedia Britannica donne comme premier exemple et modèle Leon Battista Alberti.



Perspective, méthode d'Alberti

Il nait en 1404 à Gênes et meurt en 1472 à Rome. Ses ouvrages : *de Pictura, de Statua, de Re Aedificatoria* font autorité dans leurs domaines, et sa compagnie est recherchée dès qu'il s'agit d'élever le niveau intellectuel de la conversation. Il conçoit un système de codification des mesures du corps humain, son activité d'architecte est à la fois théorique et pratique, il réalise des avancées significatives en cryptographie. Il utilise les mathématiques pour les représentations en perspective, s'opposant, dans la situation du carrelage, à ceux qui multipliaient la hauteur par 2/3 pour passer d'une ligne à la suivante. Une légende (reprise dans le film *Renaissance man*) veut qu'il ait été capable de sauter pieds joints par-dessus un homme debout devant lui…

Stage ouvert aux lycéennes et lycéens de seconde Désigné(es) par leurs établissements les 14 et 15 avril 2025

La Pépinière académique de mathématique organise depuis 2006, bénévolement, des regroupements d'élèves désignés par leurs établissements. Quatre niveaux sont concernés cette année : les collégiens de troisième en octobre, les lycéens de première en janvier, les lycéens de terminale présentés au concours général en février et les lycéens de seconde en avril.

La Pépinière s'est assurée du concours de partenaires qui hébergent traditionnellement nos stages : l'université de Versailles Saint Quentin en Yvelines, le siège INRIA de Rocquencourt, le lycée Camille Pissarro de Pontoise, le collège Paul Fort de Montlhéry, le collège François Furet d'Antony, le lycée La Bruyère de Versailles, le lycée Hoche de Versailles, le lycée Marie Curie de Versailles, le lycée Charles de Gaulle de Poissy. Elle a reçu le soutien de l'Institut de hautes études scientifiques de Bures sur Yvette, qui accueillera au troisième trimestre des lycéennes et lycéens pour une visite et des conférences.

Les élèves sont désignés et recensés par leurs établissements, parce que l'éducation nationale est responsable des élèves qui lui sont confiés, et donc des projets et des actions auxquels ils sont invités à participer. Nos stages se déroulent pendant les congés scolaires, mais ils ne sont pas des stages « de vacances ». Une appétence et un répondant minimum sont attendus des élèves. **Les établissements veillent à désigner des élèves aimant particulièrement les mathématiques, et souhaitant faire des mathématiques dans leurs études supérieures.**

Le secrétariat opérationnel : Frédérique CHAUVIN, rectorat de Versailles

Les inspecteurs : Luca AGOSTINO, Nicolas FIXOT, Xavier GABILLY, Catherine GUFFLET, Catherine HUET, Éric LARZILLIERE, Nicolas RAMBEAUD, Jean-François REMETTER, Charles SEVA, Christine WEILL et les inspecteurs retraités Anne ALLARD, Pierre MICHALAK et Évelyne ROUDNEFF.

Les intervenants professeurs : Michel ABADIE (Lycée Galilée, GENNEVILLIERS), Christophe DEGUIL (Lycée Notre Dame, SAINT GERMAIN EN LAYE), Sacha DHENIN (Lycée Franco-allemand, BUC), Pierre MONTPERRUS (Lycée Jeanne d'Albret, SAINT GERMAIN EN LAYE), Sébastien MOULIN (Lycée Jules Ferry, VERSAILLES), Rémi NIGUES (Collège Auguste Renoir, ASNIERES SUR SEINE)

Professeur accompagnant : Antonino FAMULARO (lycée International, SAINT GERMAIN EN LAYE)

Emploi du temps

Lundi 14 avril 2025

	Groupe 1 Vers	Groupe 2 Vers	Groupe 3 Vers
10 heures	**Accueil**		
10 h 10	**Géométrie RN**	**Arithmétique, nombres CD**	**Dénombrement, probabilités MA**
12 h 10	**Repas**		
13 heures	**Dénombrement, probabilités MA**	**Géométrie RN**	**Arithmétique, nombres CD**
15 h 10	**Exposé + Film**		

Mardi 15 avril 2025

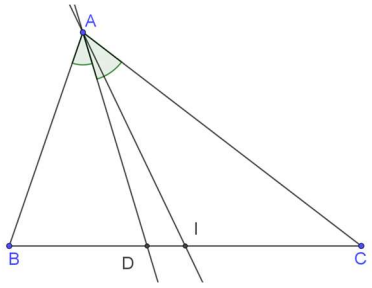
	Groupe 1 Vers	Groupe 2 Vers	Groupe 3 Vers
10 heures	**Calcul littéral, équations SM**	**Dénombrement, Probabilités MA**	**Géométrie PM**
12 heures	**Repas**		
12 h 50	**Arithmétique, nombres CD**	**Calcul littéral, équations SM**	**Calcul littéral, équations PM**
15 heures	**Quiz**		

Géométrie

Quelques définitions

Définition 1 : dans un triangle ABC, on appelle médiane issue du point A la droite passant par A et par le milieu I du segment [BC]

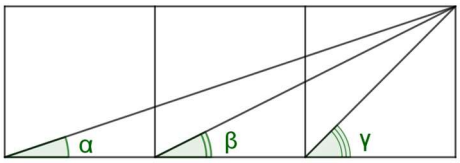
Définition 2 : on appelle bissectrice d'un angle $\widehat{BAC}$ une droite qui coupe l'angle $\widehat{BAC}$ en deux angles adjacents $\widehat{BAD}$ et $\widehat{DAC}$de même mesure.



Exercice 1

La figure ci-contre est constituée des trois carrés de même dimension et accolés.
Déterminer la valeur en degrés de la somme des mesures d'angles :

$$\alpha + \beta + \gamma$$



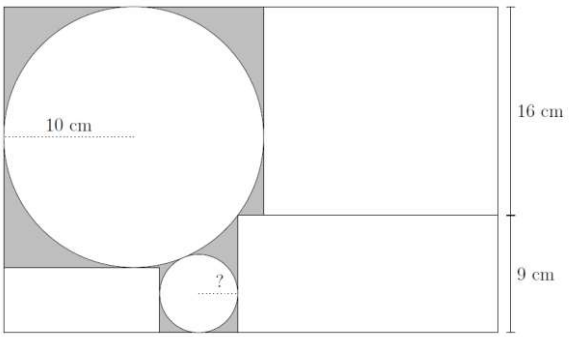
Exercice 2

L'objectif de cet exercice est de démontrer que les bissectrices intérieures d'un triangle sont concourantes et que leur point d'intersection est le centre d'un cercle inscrit dans le triangle.

1. Soit ABC un triangle. On note I le point d'intersection des bissectrices des angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABC}$ et H, K, L les projetés orthogonaux de I respectivement sur (AB), (BC) et (CA).
   Montrer que IH = IK = IL et en déduire que (IC) est la bissectrice intérieure de l'angle $\widehat{ACB}$.
2. Application : on considère un triangle ABC isocèle en A et tel que AB = AC = 17 et BC = 16.
   Déterminer le rayon du cercle inscrit dans le triangle ABC.

Exercice 3

La figure ci-contre représente une boîte à bento (pour contenir un repas complet) de forme rectangulaire.
Le grand contenant circulaire, dont le rayon mesure 10 cm, touche en exactement un point chacun des quatre autres contenants et les deux bordures de la boîte.
Sachant que le petit contenant circulaire touche également la bordure et les trois contenants qui lui sont adjacents, déterminer la mesure r de son rayon.



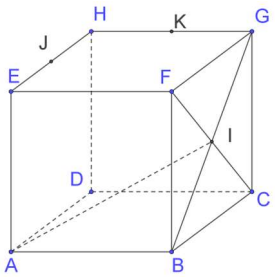
Exercice 4 – Médianes concourantes

1. Soit ABC un triangle. On note I le milieu du segment [BC], J le milieu du segment [CA]. Soit G le point d'intersection des deux médianes (AI) et (BJ) et soit K le point d'intersection des droites (CG) et (AB).
   a. Soit C' le symétrique du point C par rapport au point G. Montrer que le quadrilatère AC'BG est un parallélogramme.
   b. En déduire que les médianes du triangle ABC sont concourantes en G et exprimer $\overrightarrow{CG}$ en fonction de $\overrightarrow{CG}$.
2. Calculer l'aire d'un triangle NMI, rectangle en I sachant que, si D et E désignent les milieux respectifs des segments [MI] et [NI], les droites (MD) et (NE) se coupent en un point O de telle sorte que $OD = 3$ et $OE = 4$.

Exercice 5

Sur la figure ci-contre, ABCDEFGH est un cube dont les arêtes ont pour longueur $2x$, x étant un réel strictement positif.

Le point I est le centre de la face BCGF. Les points J et K sont les milieux respectifs des segments [HE] et [HG]



1. On suppose dans cette question que $x = 2$.
   Calculer la distance AI.
2. On ne connait pas la valeur de x dans cette question mais on sait que si P est le pied de la hauteur dans le triangle LBK, alors BP $= 17$.
   Calculer le volume du cube ABCDEFGH.

Exercice 6

Un cube dont les arêtes ont pour longueur 9 cm contient une certaine quantité d'eau. Lorsque ce cube repose sur une de ses faces la hauteur de l'eau est égale à 1 cm.

1. Calculer le volume de l'eau dans le cube.
2. On déplace le cube en le faisant reposer uniquement sur une de ses arêtes notée $[PQ]$, l'arête opposée se trouvant directement au-dessus de l'arête $[PQ]$. Déterminer la profondeur de l'eau dans le cube.

Arithmétique – Nombres

Exercice 1

Trouver un entier naturel N de quatre chiffres qui est le carré d'un entier naturel, dont les deux premiers chiffres sont égaux et donc les deux derniers chiffres sont égaux.

Exercice 2

Déterminer pour quelles valeurs de l'entier naturel n, le nombre $N = 3^n - 2n - 1$ est un multiple de 4.

Exercice 3

Trouver tous les triplets (p, q, r) de nombres premiers tels que $15p + 7pq + qr = pqr$.

Exercice 4

Si N est un entier naturel compris entre $1\ 000\ 000$ et $10\ 000\ 000$, quelle est la valeur maximale possible de la somme des chiffres de $25 \times N$?

Exercice 5

Déterminer tous les entiers naturels n tels que $20n + 2$ divise $2\ 025n + 208$.

Exercice 6

Démontrer que pour tout nombre entier naturel p premier tel que $p > 3$, il existe un entier naturel n tel que $p = \sqrt{24n + 1}$.

Calcul littéral – Équations – Inéquations

Exercice 1

Soit x, y, z trois nombres réels non nuls tels que $3x + 2y = z$ et $\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$.

Déterminer la valeur du nombre réel $5x^2 - 4y^2 - z^2$.

Exercice 2

1. Montrer que pour tous nombres réels a et b tels que $0 < a \leq b$, $a \leq \sqrt{ab} \leq b$.

2. Soit P_1 et P_2 les deux nombres définis par :

$$P_1 = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \ldots \times \frac{2\,023}{2\,024} \text{ et } P_2 = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} \times \ldots \times \frac{2\,024}{2\,025}.$$

Montrer que $P_1 < \frac{1}{45} < P_2$.

Exercice 3

Montrer que le nombre $S = \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2\,024}+\sqrt{2\,025}}$ est un nombre rationnel dont on donnera une expression plus simple.

Exercice 4

Soit a, b, c trois nombres réels deux à deux distincts tels que $a + b + c = 0$ et $a^2 - b = b^2 - c = c^2 - a$

Déterminer la valeur de la somme $ab + bc + ca$.

Exercice 5

Soit a, b, c trois entiers relatifs tels que $a + b + c = 1$ et $ab + bc + ca < abc$.

Montrer que $ab + bc + ca < 2abc$ (*)

Exercice 6

Soit x, y, z trois nombres réels tels que $\begin{cases} xy + 2xz + 4yz = 42 \\ 2xy + 5xz - yz = 16. \\ 3xy - xz + 2yz = 18 \end{cases}$

Déterminer toutes les valeurs possibles du produit xyz.

Dénombrement et probabilités

Exercice 1

Combien y a-t-il de nombres entiers naturels de quatre chiffres deux à deux distincts et pairs qui soient de plus multiples de 9 ?

Exercice 2

Jade fabrique des bracelets en utilisant cinq perles, qui peuvent être de trois couleurs différentes : rouges, vertes et bleues.
Elle peut utiliser la même couleur plusieurs fois et ne pas utiliser certaines couleurs si elle le souhaite.
Combien de bracelets **différents** Jade peut-elle fabriquer, si on considère que deux bracelets identiques à une rotation près comptent comme le même bracelet ?

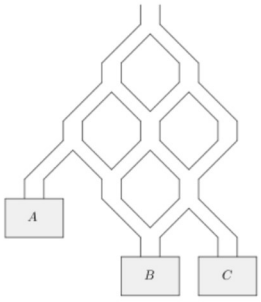
Exercice 3

Déterminer le nombre de rectangles possibles différents mesurant 12 centimètres sur 15 centimètres dans une grille rectangulaire de 50 centimètres sur 60 centimètres, formée de petits carrés égaux d'un centimètre de côté.
Le périmètre des rectangles obtenus doit coïncider avec les droites tracées et ceux-ci peuvent empiéter sur d'autres rectangles. Deux rectangles tracés sont donc différents si au moins un petit carré n'appartient pas aux deux.

Exercice 4

Dans la figure ci-contre, un réseau de chemins relie une ouverture à trois bacs, soit les bacs A, B et C. Si on lâche une balle dans l'ouverture, la balle suivra l'un des chemins et finira par tomber dans l'un des bacs.
À chaque bifurcation, la balle a autant de chances de suivre l'un ou l'autre chemin.
Hélène lâche deux balles dans l'ouverture, l'une après l'autre.

Quelle est la probabilité pour que les deux balles tombent dans des bacs différents ?



Exercice 5

Chacune des lettres a, b, c correspond à l'un des nombres $3^1, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6, 3^7, 3^8$.
Combien existe-t-il de triplets (a, b, c) tels que $a \leq b \leq c$ et les nombres $\frac{ab}{c}$, $\frac{bc}{a}$ et $\frac{ca}{b}$ sont des entiers ?

Exercice 6

On place sept boules noires numérotées 1, 2, 3, 4, 5, 6, et 7 dans un sac. On retire les boules du sac une par une et au hasard. Lorsqu'une boule est retirée du sac, elle n'est ni remplacée par une autre boule, ni remise dans le sac.

1. Quelle est la probabilité pour que la première boule retirée soit un nombre pair ?
2. Déterminer la probabilité pour que la somme des numéros sur les deux premières boules retirées soit supérieure ou égale à 6.
3. On ajoute une huitième boule au sac. Cette huitième boule est dorée et porte l'entier k $(1 \leq k \leq 7)$. La probabilité pour que la somme des numéros sur les deux premières boules retirées soit supérieure ou égale à 7 est égale à $\frac{3}{4}$. Déterminer la valeur de k.