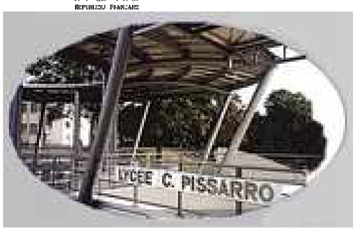
académie Versailles

RÉGION ACADÉMIQUE ÎLE-DE-FRANCE

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

UNIVERSITÉ DE VERSAILLES ST-QUENTIN-EN-YVELINES

Inria INVENTEURS DU MONDE NUMÉRIQUE



L'Académie norvégienne a attribué le prix Abel 2017 au mathématicien Yves Meyer, de l'ENS Paris Saclay. Sa théorie des ondelettes est à la base de la compression d'image.

Lycée Jean-Baptiste Corot

Stage proposé aux élèves de seconde talentueux et motivés, désignés par leurs établissements, les 3 et 4 avril 2017

« Tout doit s'organiser autour de ce dévoilement, de ce mystère résolu. Il faudrait absolument que la pédagogie soit centrée sur cet objectif : faire naître chez les enfants, les adolescents, et finalement chez tout le monde, le sentiment que ce qui est extraordinaire en mathématiques, c'est que, de façon parfois surprenante et imprévue, on résout des énigmes dont l'énoncé est tout à fait clair et précis, mais qui cependant sont de vraies énigmes. »

Alain Badiou, *Éloge des mathématiques,* Flammarion 2015

La Pépinière académique de mathématique organise, bénévolement, des regroupements d'élèves désignés par leurs établissements. Quatre niveaux sont concernés : les collégiens de troisième en octobre, les lycéens de première en décembre, les lycéens de terminale présentés au concours général en février et les lycéens de seconde en avril.

La Pépinière s'est assurée du concours de partenaires qui hébergent traditionnellement nos stages : l'université de Versailles Saint Quentin en Yvelines, INRIA siège à Rocquencourt, le lycée Camille Pissarro de Pontoise, le collège Paul Fort de Montlhéry, le lycée Jean-Baptiste Corot de Savigny sur Orge, le collège Jean-Philippe Rameau et le lycée La Bruyère à Versailles. Elle a reçu le soutien de l'Institut des hautes études scientifiques de Bures sur Yvette, qui accueillera le 13 mai des lycéennes et lycéens particulièrement talentueux.

Les élèves sont désignés et recensés par leurs établissements, parce que l'éducation nationale est responsable des élèves qui lui sont confiés, et donc des projets et des actions auxquels ils sont invités à participer. Nos stages se déroulent pendant les congés scolaires, mais ils ne sont pas des stages « de vacances ». Un répondant minimum est attendu des élèves, sur lesquels les établissements veillent.

Le secrétariat opérationnel : Frédérique CHAUVIN, rectorat de Versailles

Les inspecteurs : Anne ALLARD, Joëlle DEAT, Xavier GABILLY, Thierry ICHELMANN, Anne MENANT, Évelyne ROUDNEFF, Christine WEILL, Joffrey ZOLNET

Les responsables des établissements d'accueil : Didier GUILLEMOT (Président de l'Université de Versailles Saint Quentin en Yvelines), Florence GOEHRS (Responsable administrative de l'UVSQ, campus des sciences), Jean-Paul JOUAN (Proviseur du lycée Camille Pissarro), Éric BISET (Proviseur du lycée Jean-Baptiste Corot)

Les professeurs : Bruno BAUDIN, lycée Camille Pissarro, PONTOISE, Jérôme CERISIER, lycée Mansart, SAINT CYR L'ÉCOLE, Hélène COCHARD, lycée Blaise Pascal, ORSAY, Dominique CLENET, lycée François Villon, LES MUREAUX, Christophe DEGUIL, lycée Notre Dame, SAINT GERMAIN EN LAYE, CERGY, Annie DJENDEREDJIAN, lycée Paul Langevin, SURESNES, Nicolas FIXOT, lycée Vallée de Chevreuse, GIF SUR YVETTE, Catherine HOUARD, lycée Camille Pissarro, PONTOISE, Sylvie MANDART, lycée Viollet-le-Duc, VILLIERS SAINT FREDERIC, Sébastien MOULIN, lycée Jules Ferry, VERSAILLES, Laure PEROT, lycée Evariste Galois, SARTROUVILLE, Étienne PEYROUX, lycée Jean-Baptiste Corot, SAVIGNY SUR ORGE, Konrad RENARD, lycée René Cassin, GONESSE

Et les professeurs qui accompagnent leurs élèves : Olivier MONTY (lycée Blanche de Castille, LE CHESNAY) Radonandrasana RABDRIAMBOARISON (lycée Notre Dame Les Oiseaux, VERNEUIL SUR SEINE), Pascale SIMON (lycée Les Pierres Vives, CARRIERES SUR SEINE)

Emploi du temps

Lundi 3 avril 2017

	Pontoise 1	Pontoise 2	Savigny	Versailles 1	Versailles 2	Versailles 3
10	**Film : les mathématiques et la mode**		**Exposé : le théorème de Sylvester**	**Film : les mathématiques et la mode**		
10.45	**Statistique, dénombrement BB**	**Aires et volumes CH**	**Équations HC**	**Statistique, dénombrement LP CD**	**Aires et volumes DC**	**Équations AD**
12.30	**Repas**			**Repas**		
13.15	**Nombres KR**	**Statistique, dénombrement BB**	**Fonctions EP**	**Équations AD**	**Statistique, dénombrement LP CD**	**Aires et volumes DC**
				Exposé : le théorème de Sylvester		
15	**Aires et volumes CH**	**Nombres KR**	**Aires et volumes HC**	**Aires et volumes DC**	**Équations AD**	**Statistique, dénombrement LP CD**

Horaires pour Versailles : Première séance de 10.45 à 12.05, Repas de 12.10 à 12.45, deuxième séance de 12.50 à 14.15, Exposé de 14.20 à 15, troisième séance de 15.05 à 16.30

Mardi 4 avril 2017

	Pontoise 1	Pontoise 2	Savigny	Versailles 1	Versailles 2	Versailles 3
10	**Exposé : le théorème de Sylvester**		**Film : les mathématiques et la mode**	**Angles et distances SéM**	**Nombres JC**	**Fonctions SyM CD**
10.45	**Équations CH**	**Fonctions BB**	**Nombres NF**	**Repas**		
12.30	**Repas**			**Fonctions SyM CD**	**Angles et distances SéM**	**Nombres JC**
13.15	**Fonctions BB**	**Angles et distances KR**	**Statistiques, Dénombrement CW**			
15	**Angles et distances KR**	**Équations CH**	**Angles et distances NF**	**Nombres JC**	**Fonctions SyM CD**	**Angles et distances SéM**

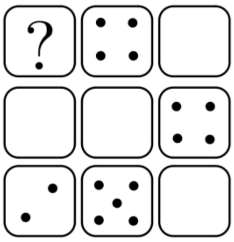
Horaires pour Versailles : première séance de 10 à 11.40, repas de 11.45 à 12.35, deuxième séance de 12.40 à 14.30, troisième séance de 14.35 à 16.30

Thème statistiques, dénombrement et stratégie

Exercice 1 Mise en examen

On utilise un grand hall pour faire passer un examen. Les tables sont disposées selon m lignes et n colonnes. Il n'y a pas d'absent. Les étudiants gardent les dehors de la courtoisie, malgré leurs appréhensions : chacun serre la main de ses voisins (on peut avoir un voisin devant, un derrière, un à droite, un à gauche, et jusqu'à 4 en diagonale, soit un maximum de 8). 1020 poignées de mains sont échangés. Combien le hall contient-il de candidats ?

Exercice 2 Dés collés



Sur un dé à jouer, le total des points marqués sur deux faces opposées est 7.
On a disposé neuf dés comme sur la figure ci-contre. Si deux faces sont en contact, elles portent le même nombre de points.
Le nombre de points figurant sur les faces laissées blanches sur la figure n'est pas une donnée du problème. On demande quel nombre de points représente le point d'interrogation.

Exercice 3 Bachotage

Un devoir est noté sur 40. La moyenne obtenue sur l'ensemble des copies est 16. La note 40 a été attribuée cinq fois. Combien de copies le professeur a-t-il corrigées, au minimum ?

Exercice 4 Tournoi

Lors d'un tournoi sportif opposant n équipes, chaque équipe dispute un match contre chacune des autres. Il n'y a pas de match nul. L'équipe victorieuse est créditée d'un point, l'équipe défaite ne marque aucun point. Pour établir le classement final, on compte les points.
Une seule équipe occupe la dernière place (elle est la seule à totaliser un nombre de points inférieur à celui des autres). On constate que toutes les autres équipes ont perdu exactement une fois contre une équipe ayant un total strictement inférieur.
1. Se peut-il qu'il y ait eu six équipes engagées dans le tournoi ?
2. Se peut-il qu'il y en ait eu sept ?

Exercice 5 Jeu de stratégie (Olympiades 2017)

Asmaa et Benjamin jouent à un jeu dont voici les règles :
Un nombre entier N supérieur ou égal à 3 est donné.
Chacun annonce à son tour un nombre entier compris entre 1 et N, 1 et N compris.
- *Règle 1* : Un joueur ne peut pas réutiliser un nombre entier qui a déjà été annoncé par lui-même ou par son adversaire ;
- *Règle 2* : Un joueur ne peut pas annoncer un nombre entier inférieur ou supérieur de 1 à un nombre qu'il a déjà annoncé lui-même lors de cette partie.
La partie s'arrête lorsque :
- Tous les nombres entiers compris entre 1 et N ont été annoncés et la partie est alors déclarée nulle ;
- Il reste des nombres entiers non annoncés mais le joueur qui a la main ne peut pas les annoncer à cause de la seconde règle. Ce joueur a alors perdu la partie.
C'est toujours Asmaa qui commence à jouer. On pourra noter *A* pour Asmaa et *B* pour Benjamin.

Par exemple : $N = 6$:

Un exemple de partie nulle :
A annonce 3 ;
B annonce 2 ;
A annonce 5 ;
B annonce 4 ;
A annonce 1 ;
B annonce 6 ; Égalité.

Un exemple de partie où *A* perd :
A annonce 3 ;
B annonce 1 ;
A annonce 6 ;
B annonce 5 ;
A ne peut annoncer ni 2, ni 4; *A* a perdu.

On étudie dans la suite quelques situations. On prendra garde au fait que, par exemple, « ne pas perdre » signifie gagner ou faire partie nulle. On rappelle que c'est toujours Asmaa qui commence.

1. Pour $N = 3$, donner un exemple de stratégie gagnante pour Benjamin (c'est-à-dire telle que Benjamin gagne quoi que joue Asmaa).

2. On s'intéresse au cas où $N = 4$.

a. Proposer un exemple de partie que Benjamin gagne.

b. Étude du jeu

(i) Asmaa dit : « Je joue 1 et, je ne peux pas perdre ». Pourquoi ?

(ii) Asmaa commence par 2, alors Benjamin dit : « Je vais gagner ! ». Quelle est la stratégie de Benjamin ?

(iii) Asmaa peut-elle, en jouant bien, être sûre de gagner ?

3. Donner un exemple de partie nulle pour un entier N quelconque supérieur ou égal à 3.

4. On s'intéresse au cas où $N = 5$.

a. Asmaa commence par annoncer 5. Montrer qu'en jouant 1, Benjamin gagne à coup sûr.

b. En déduire que, pour $N = 5$, quel que soit le nombre choisi par Asmaa au premier coup, il existe un nombre que Benjamin peut choisir au deuxième coup pour être certain de gagner.

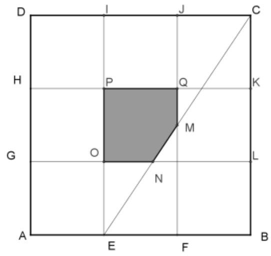
5. On s'intéresse au cas où $N = 7$, le jeu commence par *A* : 1 puis *B* : 7. Donner une stratégie gagnante pour Benjamin.

6. On suppose que N est impair, et on pose $N = 2p - 1$. Asmaa joue un entier m, différent de p. Benjamin joue $2p - m$. Il pense gagner en jouant systématiquement par la suite le complément à $2p$ du dernier choix d'Asmaa.

A-t-il raison ?

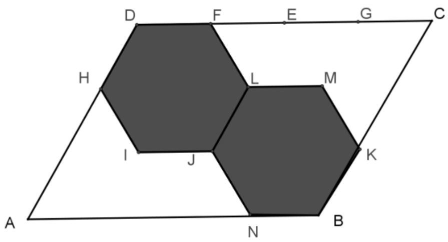
Thème aires et volumes

Exercice 1 Encore un carreau…



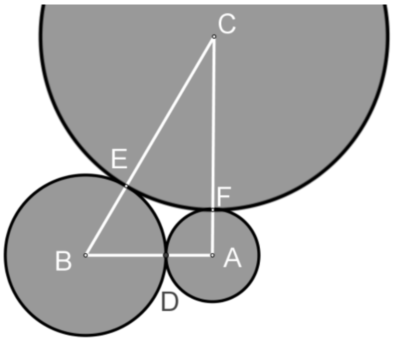
Le carré ABCD a pour côté 3 et il est découpé régulièrement en 9 carrés de côté 1. La droite (CE) détermine les points M et N sur (JF) et (GL).
Quelle est l'aire du pentagone MNOPQ ?

Exercice 2 Deux hexagones



Les deux hexagones réguliers identiques sont placés côte à côte dans le parallélogramme ABCD.
Quelle fraction de l'aire du parallélogramme représente l'aire de chacun des hexagones ?

Exercice 3 Interstice



Le triangle ABC, rectangle en A, possède un angle en B de mesure 60° et un angle en C de mesure 30° (heureusement !). Le côté [AB] a pour longueur 6. Trois cercles, de centres respectifs A, B et C, coupent les côtés du triangle en D, E et F, points en lesquels il sont (par deux) tangents.

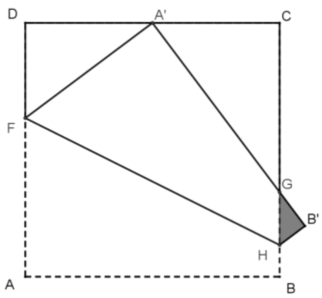
Quelle est l'aire de la partie du plan (laissée en blanc) située entre les trois disques gris ?

Exercice 4 Parqueterie

On souhaite découper un carré de côté 1 en rectangles de même périmètre (qui ne sont pas nécessairement de la même *forme*). Peut-on réaliser ce découpage avec :

1. 20 rectangles de périmètre 2,5 ?
2. 30 rectangles de périmètre 2 ?

Exercice 5 Origami pour débutants



La feuille carrée ABCD a été pliée selon la droite (FH) et le point A est arrivé en A', milieu de [CD]. Le côté du carré ABCD mesure 8 cm.
Quelle est l'aire du triangle GHB' ?

Thème équations

Exercice 1 Somme de deux carrés

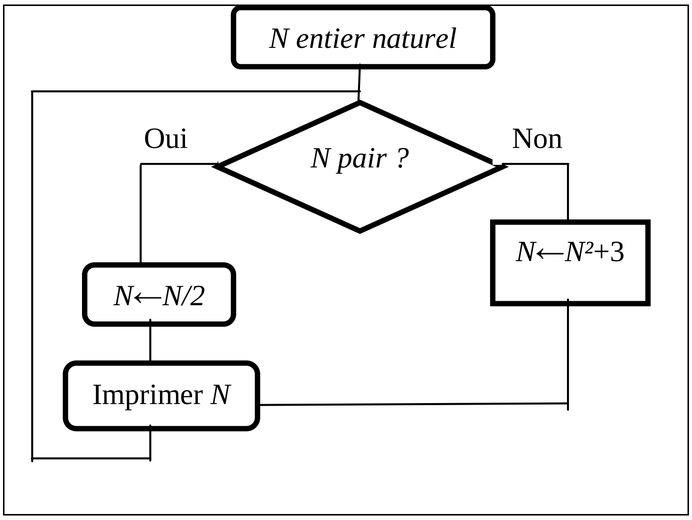
Les nombres réels x et y satisfont : $\frac{x+22}{y}+\frac{290}{xy}=\frac{26-y}{x}$. Quel est le produit xy ?

Exercice 2 Pour votre santé, évitez les aliments gras, sucrés, salés

Ali, Bela, Caro, Dora et Éva possèdent à eux cinq 100 bonbons. Simultanément, chacun donne à un autre une partie de ce qu'il possède : Ali donne $\frac{1}{3}$ de ce qu'il a à Bela, Bela $\frac{1}{4}$ de ce qu'il a à Caro, Caro $\frac{1}{5}$ de ce qu'elle possède à Dora, Dora $\frac{1}{6}$ de son capital à Éva et Éva $\frac{1}{7}$ du sien à Ali. À l'issue de ces transferts, chacun a retrouvé son effectif initial. Quelles étaient-ils ?

Exercice 3 Les petits dixièmes

On fait subir à un entier l'algorithme décrit ci-contre.
Pour quels entiers inférieurs à 1 000 le dixième nombre imprimé est-il inférieur à 10 ?



Exercice 4   Trois inconnues

Trouver les triplets (x, y, z) de nombres réels vérifiant :
$x+y-z=-1$, $x^2-y^2+z^2=1$,
$-x^3+y^3+z^3=-1$

Exercice 5 Recoller les morceaux

1. À partir de deux nombres réels x et y strictement compris entre et 1, on fabrique les nombres $a=x+3y$ et $b=3x+y$. Quels sont les couples (x, y)pour lesquels a et b sont des entiers ?
2. Pour quel entier m peut-on trouver exactement 119 couples (x, y) de réels tels que $x+my$ et $mx+y$ soient des entiers ?

Thème fonctions

Exercice 1 Ronde de valeurs absolues

Trois nombres a, b et c vérifient : $|a-b| \geq |c|$, $|b-c| \geq |a|$ et $|c-a| \geq |b|$. Montrer que l'un des trois est la somme des deux autres.

NB L'expression « valeur absolue » et la notation « $|.|$ » qui lui est associée désignent la fonction $x \mapsto \mathrm{Max}\{x, -x\}$. La terminologie est ancienne et maladroite, mais il vaut mieux savoir faire avec.

Exercice 2 Les randonneurs (Olympiades 2017)

Didon et son ami Énée participent à une randonnée. Le groupe a marché 4,5 heures et parcouru 28 km, arrêts déduits.

1. Quelle est la moyenne horaire réalisée pendant cette randonnée ?

Didon a observé que, pendant chaque heure de marche continue, le groupe a parcouru 6 km.

2. Comment est-ce possible ?

On pourra utiliser un graphique.

À l'issue de la randonnée, Énée et son amie Didon se retrouvent au bord d'une route empruntée par une ligne de bus. « On rentre en bus », dit Énée. Mais quel est l'arrêt le plus proche ? Les deux amis se séparent. Énée choisit l'arrêt situé en amont, et marche à la vitesse de 6 km/h. Didon marche vers l'arrêt aval, à la vitesse de 4 km/h. Le bus effectue le parcours à la vitesse moyenne de 60 km/h. Les deux amis arrivent chacun à son arrêt exactement en même temps que le bus.

3. Qui avait raison ?

Exercice 3 Conflit au centre

Étant donné une série statistique $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, on cherche la caractéristique de tendance centrale qui en serait la plus représentative. Deux propositions s'opposent pour ce « centre » :

1. On peut chercher les (on utilise le pluriel de politesse, en mathématiques) nombres m réalisant le minimum de la fonction : $x \mapsto \sum_{i=1}^{i=n} |x - x_i|$, fonction somme des écarts absolus.

2. On peut chercher les nombres m réalisant le minimum de la fonction $g : x \mapsto \sum_{i=1}^{i=n} (x - x_i)^2$, fonction somme des carrés des écarts.

À l'aide des exemples des séries $(1, 2, 3, 4, 5)$ et $(1, 2, 3, 4, 5, 6)$, dire comment sont définies ces caractéristiques de tendance centrale par rapport à la médiane et la moyenne.

Exercice 4 Hyperbole « équilatère »

Les sommets A, B et C d'un triangle équilatéral sont tous situés sur la courbe représentative de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$

Le centre de gravité de ce triangle se situe en un « sommet » de cette courbe (c'est-à-dire en un de ses points d'intersection avec la droite d'équation $y = x$). Quelle est l'aire d'un tel triangle ?

Exercice 5 Ne développez pas !

On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2 + 12x + 30$.

Quelle est la plus grande solution de l'équation $f\left(f\left(f(f(x))\right)\right) = 0$?

Thème angles et distances

Exercice 1 La pierre sous la roue

Sur la tangente en B au cercle de centre A et de rayon 1, on place le point C tel que BC = 2. Les points D et E appartiennent au segment [BC]. Un des autres sommets du carré construit sur [DE] appartient au segment [AC], l'autre au cercle. Quelle est la longueur DE ?

Exercice 2 Majorette

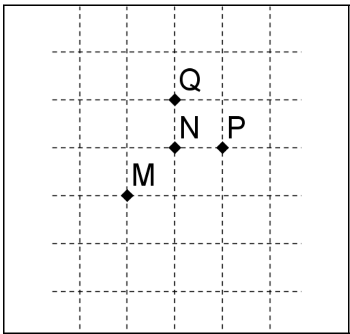
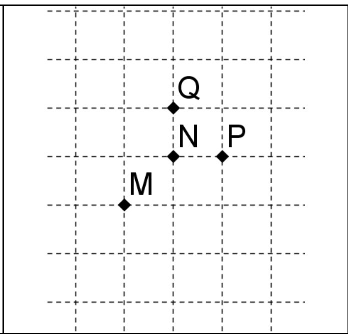
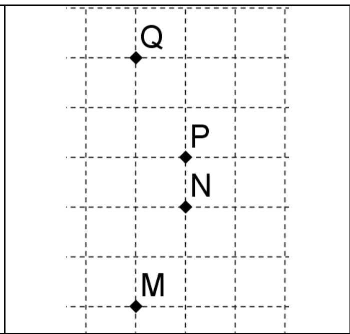
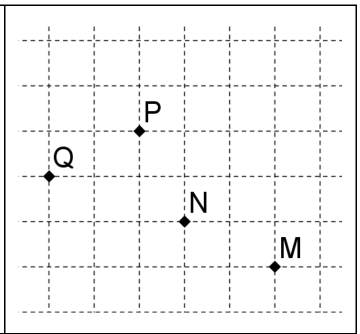
Autour d'un bâton cylindrique de rayon 2 cm, on enroule un ruban de tissu coloré. Ce ruban fait un angle de 30° avec l'axe du bâton. On ne laisse aucun pli. Le ruban forme une hélice de tissu et laisse vide une hélice (on voit la surface du bâton) de même largeur. Quelle est la largeur du ruban ?

Exercice 3 Les soixantièmes stridents

Les deux triangles équilatéraux ABD et BCE sont l'un et l'autre situés dans le même demi-plan de frontière (AC). Le point B appartient au segment [AC].
Les segments [AE] et [CD] ont pour point d'intersection F.
Montrer que $\widehat{\mathrm{AFD}} = 60°$

Exercice 4 Saute, saute, sauterelle… (Olympiades 2017)

Quatre sauterelles sont placées sur un plan. À chaque seconde, une (et une seule) quelconque d'entre elles saute au-dessus d'une autre selon la règle suivante : si la sauterelle placée en A saute au-dessus de la sauterelle placée en B, elle atterrit au point A', symétrique de A par rapport à B.
On représente la situation en utilisant un repère orthonormé $(O;\, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Au départ, les quatre sauterelles occupent les sommets – tous à coordonnées entières – d'un carré de côté 1.
1. Pour chacun des cas suivants, indiquer un exemple de configuration initiale possible en y associant une liste de sauts possibles (l'ordre alphabétique des lettres M, N, P, Q ne préjuge pas de leur disposition initiale).

			
a. *il y a eu deux sauts*	***b.*** *il y a eu quatre sauts*	***c.*** *il y a eu quatre sauts*	***d.*** *il y a eu quatre sauts*

2. *a.* Est-il possible que les quatre sauterelles soient, au bout d'un certain nombre de sauts, toutes sur le même point ?
b. Est-il possible qu'après un certain nombre de sauts les quatre sauterelles se trouvent sur quatre points alignés ?
c. Est-il possible que trois sauterelles soient, au bout d'un certain nombre de sauts, sur le même point ?
3. *a.* Est-il possible qu'après un certain nombre de sauts les sauterelles forment à nouveau un carré ? Donner un exemple.
b. Montrer qu'un tel carré a nécessairement pour côté 1.
4. On suppose que les positions de départ sont les points dont les couples de coordonnées sont $(0{,}0), (0{,}1), (1{,}0), (1{,}1)$. On dira qu'une sauterelle est *de type PP* si ses deux coordonnées sont des entiers pairs, *de type PI* si son abscisse est paire et son ordonnée impaire, *de type IP* si son abscisse est impaire et son ordonnée paire, et *de type II* si ses deux coordonnées sont impaires.
a. Prouver qu'à tout instant les sauterelles se trouvent sur des points à coordonnées entières, et que chacune a conservé son *type* initial.
b. Est-il possible que trois des sauterelles soient à une même distance de la quatrième ?
c. Prouver que l'on n'aura jamais trois sauterelles alignées.

Exercice 5 Sous le signe de l'hexagone

Un hexagone régulier a été découpé en sept morceaux, dont quatre sont des triangles équilatéraux : ABC, CDE, DGH et EJK.

On donne AB = 11, CD = 16, DG = 9, EK = 5.
Quelle est la longueur du côté de l'hexagone de départ ?

Thème nombres

Exercice 1 Avanie et framboise
Françoise a cueilli des framboises : 756 framboises exactement. Elle les partage en parts égales avec des amis. Trois des invités ne peuvent consommer toute leur part, et en restituent le quart. C'est Françoise qui mange les framboises restantes, en plus de sa part. Elle ne se souvient que d'une chose : elle a mangé plus de 150 framboises. Combien ?

Exercice 2 Du pareil au même
Un nombre entier n est dit *conformateur* s'il existe un entier k s'écrivant avec deux chiffres ou plus, tous identiques, tel que le produit $n \times k$ s'écrive lui aussi avec des chiffres tous identiques. Par exemple, 1, 2, 3, 4, etc. sont *conformateurs*, car $4 \times 11 = 44$, $3 \times 222 = 666$, etc.

1. Trouver un nombre *conformateur* s'écrivant avec 10 chiffres.
2. Pourquoi 11 n'est-il pas *conformateur* ?
3. Le nombre 143 est-il *conformateur* ?

Exercice 3 Interdiction de doubler
On désire partager en deux l'ensemble des entiers naturels 1, 2, 3 … 2 998, 2 999, 3 000. La première partie, A, contiendra 1 000 entiers, la seconde, B, 2 000. Dans aucune de ces deux parties on ne devra trouver simultanément un entier et son double. Comment faire ?

Exercice 4 Boîtes de canelés bordelais (Olympiades 2017)
C'est du gâteau
Une pâtisserie propose des boîtes de canelés bordelais de diverses contenances : des conditionnements par 6, par 9, par 12 et par 16 sont possibles.
1. Peut-on acheter 10 canelés, 20 canelés, 30 canelés ?
2. ***a.*** Établir la liste des quantités, inférieures à 30, qu'on ne peut pas réaliser en achetant plusieurs boîtes.
b. Montrer que, s'il existe un entier n tel que tout achat de $n, n+1, n+2, n+3, n+4, n+5$ canelés soit possible, alors il est possible d'acheter toute quantité de canelés supérieure ou égale à n.
c. Déterminer le plus petit entier n réalisant la condition précédente.
3. ***a.*** Pourrait-on commander 50 canelés si les conditionnements possibles étaient 6, 9, 12 et 15 ?
b. Y aurait-il dans ce cas un seuil au-delà duquel toute quantité soit réalisable ?

Un algorithme glouton mais peu performant
Pour conditionner une commande de n canelés, on peut appliquer un algorithme (qualifié de *glouton*) consistant à utiliser un maximum de boîtes de la plus grande taille, puis de placer ce qui reste dans des boîtes de taille immédiatement inférieure, etc.
4. ***a.*** Que donne cette méthode s'il s'agit de répartir 60 canelés dans des boîtes de 16, 12, 9 et 6 ?
b. Et pour répartir 75 canelés ?
c. Pourrait-on conditionner les 75 canelés en procédant autrement ?
5. On s'autorise à présent des emballages individuels, mais on souhaite limiter le nombre de boîtes utilisées.
a. Combien de boîtes de 12, 8, 6 et 1 faudrait-il utiliser pour conditionner 41 canelés en utilisant l'algorithme glouton ?
b. Le même total est-il réalisable avec moins de boîtes (évidemment, sans appliquer l'algorithme) ?
6. Quels conditionnements peut-on réaliser en utilisant une boîte de chaque sorte au maximum parmi 5 boîtes de capacités 1, 2, 4, 8, 16 ?

Exercice 5 Des chiffres sous les étoiles
Dans l'égalité : $\star\star\star\star\star - \star\star\star\star\star = 2\,017$, chaque étoile représente un chiffre. Les dix chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 sont représentés chacun par une étoile, chaque suite de cinq étoiles représentant un nombre entier écrit dans le système décimal. Le chiffre 0 n'apparaît pas en première position à gauche de ces nombres.
Rétablir l'égalité représentée.
Y aurait-il des solutions si on remplaçait 2 017 par 2 016 ?