Pépinière académique de mathématiques

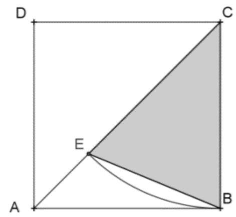
Année 2021-2022 **Stage « filé »**

Classe de troisième **Fiche numéro 1**

Parution mercredi 15 décembre **Retour attendu le mercredi 12 janvier**

Exercice 1 Encore un carreau cassé

Sur la diagonale [AC] du carré ABCD, de côté 5, on place le point E tel que CE = CB.
Quelle est l'aire du triangle CEB ?



Exercice 2 1, 2, 3, 4, 5

Dans le système décimal, combien de nombres à cinq chiffres peut-on écrire en utilisant une seule fois chacun des chiffres 1, 2, 3, 4, 5 ?
On range ces nombres en ordre croissant. Quelle place occupe le nombre 41 532 ?

Exercice 3 Contrôle continu

La moyenne des neuf notes (entières, sur 20) obtenues par un élève aux devoirs d'histoire est 10. Il classe ces notes en ordre croissant. Quel est le maximum observable pour la cinquième note ?

Exercice 4 Un peu d'algorithmique à l'envers

À tout couple de nombres entiers (x, y), on associe :
$f(x, y) = x$ si $x = y$
$f(x, y) = f(x - y, y)$ si $x \geq y$
$f(x, y) = f(y - x, x)$ si $x \leq y$
Calculer $f(28, 17)$.

Exercice 5

On appelle cercle inscrit dans un polygone un cercle tangent à chacun des côtés du polygone. On démontre qu'un polygone régulier admet un cercle inscrit et que ce cercle est concentrique au cercle circonscrit au polygone.
On considère un polygone régulier dont les côtés ont pour longueur 2. Calculer l'aire de la couronne délimitée par le cercle circonscrit au polygone et le cercle inscrit dans le polygone.

Exercice 6

L'objectif de cet exercice est de démontrer que les bissectrices intérieures d'un triangle sont concourantes et que leur point d'intersection est le centre d'un cercle inscrit dans le triangle.

a. Soit ABC un triangle. On note I le point d'intersection des bissectrices des angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABC}$ et H, K, L les projetés orthogonaux de I respectivement sur (AB), (BC) et (CA).
Montrer que IH = IK = IL et en déduire que (IC) est la bissectrice intérieure de l'angle $\widehat{ACB}$.
b. Application : on considère un triangle ABC isocèle en A et tel que AB = AC = 17 et BC = 16.
Déterminer le rayon du cercle inscrit dans le triangle ABC.

Exercice 7

En s'appuyant sur la figure ci-contre, montrer que si on considère un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent a et b et dont l'hypoténuse mesure c, alors le rayon r du cercle inscrit dans le triangle vérifie les égalités :

$$r = \frac{ab}{a+b+c} \quad \text{et} \quad r = \frac{a+b-c}{2}.$$