

Soit X un ensemble et f une application de X dans $\mathcal{P}(X)$, ensemble des parties de X .

Par exemple l'application de \mathbf{N} dans $\mathcal{P}(\mathbf{N})$ qui à tout entier naturel n associe la paire $\{n, n + 1\}$ est une telle application. Elle n'est évidemment pas surjective, les parties de \mathbf{N} qui n'ont pas deux éléments, entre autres, n'ont pas d'antécédent.

Est-il possible qu'une telle application soit surjective ?

Considérons l'ensemble $E = \{x \in X; x \notin f(x)\}$

Existe-t-il un élément y de X dont l'image soit E ?

Si oui, alors ou bien $y \notin E$ et par définition, y n'appartenant pas à son image appartient à E , ou bien $y \in E$ ce qui signifie que y appartient à son image et donc n'appartient pas à E .

C O N T R A D I C T I O N

Dans la littérature, on trouve l'exemple du catalogue qui référence les catalogues qui ne se référencent pas eux-mêmes. Il n'existe pas...