

Soit  $X$  un ensemble et  $f$  une application de  $X$  dans  $\mathcal{P}(X)$ , ensemble des parties de  $X$ .

Par exemple l'application de  $\mathbf{N}$  dans  $\mathcal{P}(\mathbf{N})$  qui à tout entier naturel  $n$  associe la paire  $\{n, n + 1\}$  est une telle application. Elle n'est évidemment pas surjective, les parties de  $\mathbf{N}$  qui n'ont pas deux éléments, entre autres, n'ont pas d'antécédent.

Est-il possible qu'une telle application soit surjective ?

Considérons l'ensemble  $E = \{x \in X; x \notin f(x)\}$

Existe-t-il un élément  $y$  de  $X$  dont l'image soit  $E$  ?

Si oui, alors ou bien  $y \notin E$  et par définition,  $y$  n'appartenant pas à son image appartient à  $E$ , ou bien  $y \in E$  ce qui signifie que  $y$  appartient à son image et donc n'appartient pas à  $E$ .

**C O N T R A D I C T I O N**

Dans la littérature, on trouve l'exemple du catalogue qui référence les catalogues qui ne se référencent pas eux-mêmes. Il n'existe pas...