



ACADÉMIE
DE VERSAILLES

*Liberté
Égalité
Fraternité*

Olympiades académiques de mathématiques

Concours par équipe

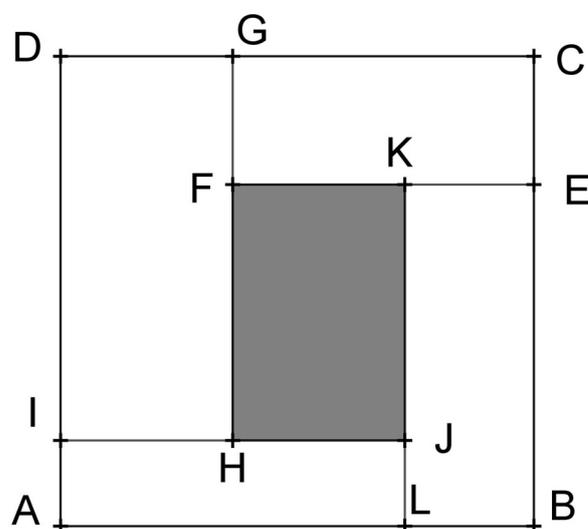
Mardi 23 mars 2021

L'épreuve dure deux heures. Les trois exercices sont à traiter. Chaque équipe remet une seule copie. Les candidats sont appelés à **relire leur travail**. Les équipes peuvent joindre à leur copie des brouillons témoignant des pistes de recherche suivies.

Les calculatrices et le matériel de géométrie sont autorisés, ainsi que la colle et les ciseaux.

Exercice numéro 1

Cinq rectangles dans un carré



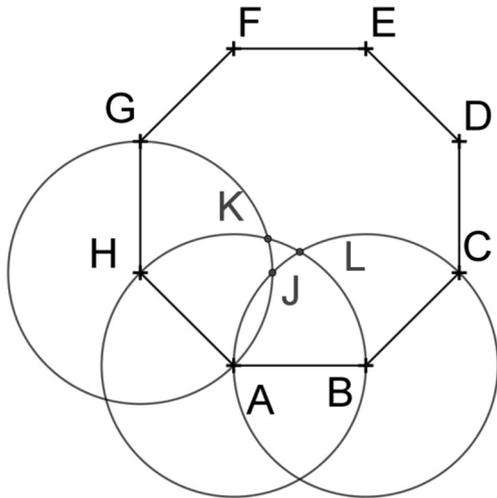
Dans le carré ABCD de côté 11 sont placés de manière jointive cinq rectangles. Quatre de ces rectangles (clairs) ont un sommet qui coïncide avec un sommet du carré, le cinquième (foncé) est tel que les points E, K et F d'une part, G, F et H d'autre part, soient alignés.

1. Est-il possible que les quatre rectangles clairs aient tous pour périmètre 20 ?
2. Est-il possible que quatre des cinq rectangles aient pour périmètre 20 ?

Exercice numéro 2

Histoires d'octogones

Les deux questions sont indépendantes.



1. On donne un octogone régulier ABCDEFGH de centre O.

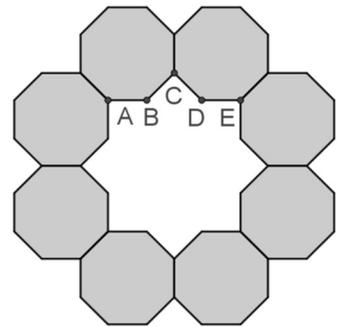
Le cercle de centre H passant par A et le cercle de centre B passant par A se recoupent en J.

Le cercle de centre H passant par A et le cercle de centre A passant par H se coupent en deux points dont un situé à l'intérieur de l'octogone ; on l'appelle K.

Le cercle de centre A passant par B et le cercle de centre B passant par A se coupent en deux points dont un situé à l'intérieur de l'octogone ; on l'appelle L.

Montrer que le triangle JKL est équilatéral.

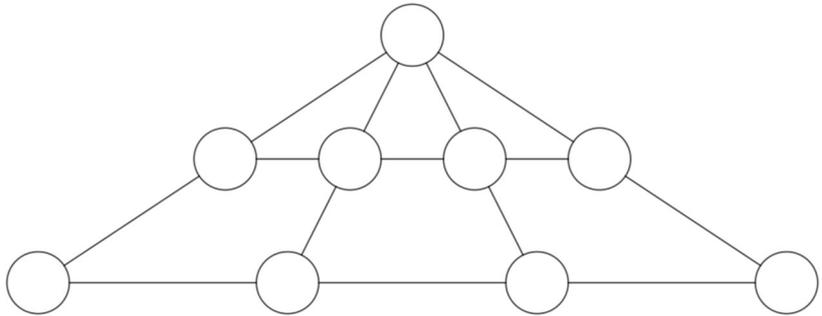
2. Huit octogones réguliers identiques de côté 1 sont juxtaposés façon bracelet pour définir une étoile centrale. Quelle est l'aire de cette étoile ?



Exercice numéro 3

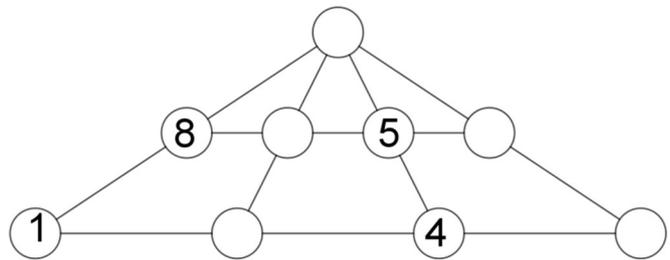
Chiffres en réseau

Chaque bulle du réseau ci-contre doit contenir un chiffre 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9. Tous les chiffres doivent être utilisés, et les sommes obtenues en suivant les lignes horizontales (à quatre chiffres) ou obliques (à trois chiffres) doivent toutes les six être identiques.



1. Étude d'un exemple

Compléter le réseau ci-contre.



2. Montrer que dans tous les remplissages admissibles, la bulle supérieure contient le même chiffre.

3. Combien y a-t-il de remplissages admissibles ?