



RÉGION ACADÉMIQUE  
ÎLE-DE-FRANCE

MINISTÈRE  
DE L'ÉDUCATION NATIONALE  
MINISTÈRE  
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR,  
DE LA RECHERCHE  
ET DE L'INNOVATION



# Olympiades académiques de mathématiques par équipe

**Mardi 26 mars 2019**

Durée de l'épreuve : 2 heures.  
Les calculatrices sont autorisées.

Chaque équipe remet ses propositions pour les trois exercices proposés.  
Un travail n'est collaboratif que lorsque les recherches et les démarches sont communes, partagées et mutualisées et lorsque les résultats sont collectivement contrôlés.

On peut remettre un travail inachevé, en indiquant en quoi il marque une étape dans la résolution du problème abordé.



Partenaires des Olympiades de mathématiques de l'académie de Versailles

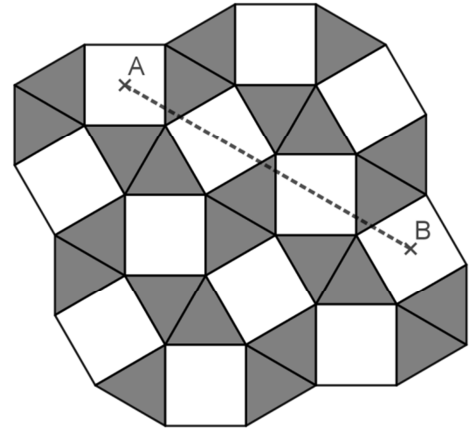
## Exercice 1

### Carrelage

Le sol de ma cuisine est couvert de céramiques carrées ou triangulaires de même côté 20 cm, comme l'illustre la figure ci-contre.

Les points A et B sont les milieux de deux tuiles carrées séparées par deux autres tuiles carrées.

Quelle est la distance AB ?



## Exercice 2

### Onze diviseurs

On rappelle que la notation  $|x|$  désigne le plus grand des nombres  $x$  et  $-x$ . Trouver le plus petit entier naturel  $a$  pour lequel il existe exactement ONZE valeurs de l'entier  $x$  pour lesquelles le nombre  $a$  est un multiple de  $n = 75 - |x|$ .

### Exercice 3

#### *Points de croix*

La croix  $\mathcal{C}$  ci-contre est un ensemble de points du plan constitué des bords et des intérieurs de cinq carrés identiques de côté 1.

1. Prouver l'affirmation suivante :

Il est possible de trouver des ensembles de 2, 3, 4, etc., 12 points de  $\mathcal{C}$  dont toutes les distances deux à deux soient supérieures ou égales à 1.

2. Prouver que, parmi 13 points distincts de  $\mathcal{C}$  il y en a au moins deux dont la distance est strictement inférieure à 1.

