



RÉGION ACADÉMIQUE
ÎLE-DE-FRANCE

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE,
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE



Olympiades académiques de mathématiques

Classes de quatrième

Concours René Merckhoffer

Concours organisé en commun par les académies d'Amiens, Besançon, Caen, la Corse, Grenoble, Lyon, Reims, Rouen et Versailles

Mardi 28 mars 2017

Durée de l'épreuve : 2 heures.
Les calculatrices sont autorisées.

Les quatre exercices sont à traiter. Les candidats sont invités à faire figurer sur les copies les résultats, même partiels, auxquels ils sont parvenus, et les idées qui leur sont venues.

CASIO

Crédit Mutuel
Enseignant
Versailles – 0820 09 99 78
06492@creditmutuel.fr

 **TEXAS INSTRUMENTS**

EYROLLES

Inria
INVENTEURS DU MONDE NUMÉRIQUE

UNIVERSITÉ DE
VERSAILLES
ST-QUENTIN-EN-YVELINES

UNIVERSITÉ PARIS-SACLAY

Exercice 1

La frise

Une frise est réalisée en recopiant vers la droite le motif constitué par les douze colonnes représentées ci-dessous.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■

Chaque colonne de la frise est codée par trois symboles, 000 si les trois cases (de la colonne) sont blanches, 001 si les deux cases supérieures sont blanches et la troisième noire... et enfin 111 si les trois cases sont noires.

1. Comment est codée la colonne 10 de la frise ? Même question pour la colonne 14.
2. Dans le **motif** ci-dessus, quelles sont les colonnes codées 100 ?
3. On se donne un entier n . Comment la colonne $12n + 5$ est-elle codée ?
4. Comment la colonne 2 017 est-elle codée ?

Exercice 2

Covoiturage

Monsieur A doit effectuer en voiture un voyage de 350 km (sans péage). Il doit prendre en route quatre autres personnes, madame B, monsieur C, madame D et monsieur E, qui se rendent au même endroit que lui. Il récupère madame B après 60 km de route puis roule encore pendant 60 km avant de prendre en charge monsieur C et madame D. Il prend en charge monsieur E à 200 km de l'arrivée.

La dépense en carburant est estimée à 36,40 €.

On envisage différents modes de partage pour la répartition des frais entre tous les occupants de la voiture.

1. **Premier mode** : chacun paie la même somme. Quelle est cette somme ?
2. **Deuxième mode** : la part de chacun est proportionnelle à la distance qu'il a parcourue dans la voiture. Quelle est la part de chacun ?
3. **Troisième mode** : la part de chacun se calcule en prenant en compte, sur chacun des tronçons, le nombre de personnes présentes dans la voiture. Quelle est la part de chacun ?

Exercice 3

Loto nouveau

Lors d'une partie de Loto, chaque joueur reçoit des cartes sur lesquelles sont inscrits des nombres entiers. Des jetons numérotés sont tirés au sort et le numéro porté par chacun est annoncé à haute voix. On gagne lorsque tous les nombres d'une ligne de sa carte ont été annoncés.

3	4	5
12	13	14
28	29	30

Ce soir, les règles ont un peu varié.

L'organisateur distribue des cartes sur lesquelles figurent neuf nombres répartis en trois lignes de trois nombres consécutifs (le tableau ci-dessus est un exemple d'une telle carte).

1. L'organisateur annonce : « un lot est offert à qui complète une ligne de nombres dont la somme est 41 ». Peut-on gagner ?
2. L'organisateur annonce : « un lot est offert à qui complète une ligne de nombres dont la somme est 57 ». Quels sont les nombres inscrits sur une ligne gagnante ?
3. À partir de maintenant : « un lot de consolation est offert à qui présente une ligne de nombres dont le produit est multiple de 6 ». Qui gagne ?

Dans la question suivante, les cartes comportent trois lignes de quatre nombres consécutifs.

4. L'organisateur annonce : « si en ajoutant 1 au produit des quatre nombres d'une même ligne vous obtenez un carré parfait*, alors vous gagnez un lot ». Qui gagne ?

**On rappelle qu'un carré parfait est le carré d'un entier.*

Exercice 4

Savez-vous planter des clous ?

Madame Briqueau souhaite accrocher un cadre dans son salon. Ce cadre est rectangulaire et mesure 84 cm de longueur et 56 cm de hauteur. Son système d'accrochage est constitué d'une ficelle de 60 cm de long, attachée au dos du cadre en deux points situés tous deux à 21 cm du bord supérieur du cadre et chacun à 20 cm d'un des bords latéraux.

Le mur destiné à l'accrochage est rectangulaire et mesure 2,68 m de haut sur 3,78 m de large.

Madame Briqueau voudrait que son cadre, une fois posé, soit centré en largeur (même espace à gauche et à droite du cadre) et que son bord inférieur soit horizontal et à 1,42 m du sol.

1. À quelle distance du bord gauche du mur madame Briqueau doit-elle planter le crochet ?
2. Quelle forme prendra la ficelle quand le cadre sera en place ?
3. À quelle distance du haut du mur madame Briqueau devra-t-elle planter le crochet (arrondir au millimètre) ?