



MINISTÈRE DE  
L'ÉDUCATION NATIONALE

MINISTÈRE DE  
L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR  
ET DE LA RECHERCHE



# Olympiades académiques de mathématiques par équipe

**Jeudi 3 avril 2014**

Durée de l'épreuve : 2 heures.

Les calculatrices sont autorisées. De la colle et des ciseaux peuvent être utiles.

Il est possible d'obtenir plusieurs exemplaires des dessins et schémas figurant dans le sujet.

Chaque équipe remet ses propositions pour les quatre exercices proposés. On peut proposer des résultats partiels ou des brouillons.



Partenaire de l'académie de Versailles

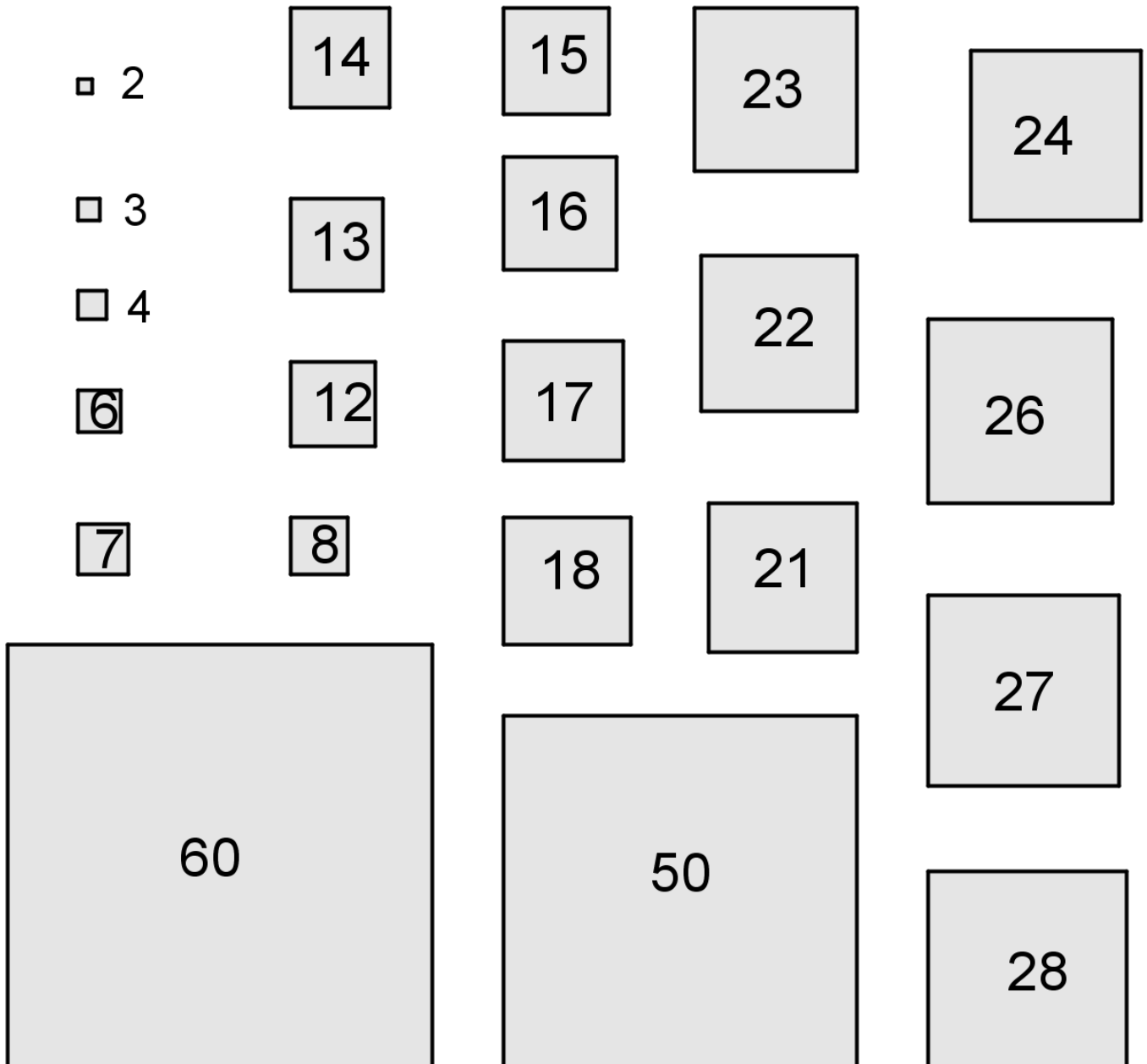


Partenaire des Olympiades  
académiques de mathématiques

### Exercice 1 *Puzzle 22 pièces*

On donne 22 carrés dont les côtés ont des longueurs entières (indiquées à l'intérieur des pièces, sauf pour les carrés de côté 2, 3 et 4). On demande de les assembler pour former exactement un grand carré.

Des feuilles supplémentaires sont remises aux candidats, qui peuvent découper et coller les pièces sur leur copie. Ils peuvent aussi faire un schéma bien explicite.



## Exercice 2 *Nombre saucisson*

Avec les chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, chacun utilisé une fois et une seule, on forme un nombre de dix chiffres. Ce nombre est noté  $N$ .

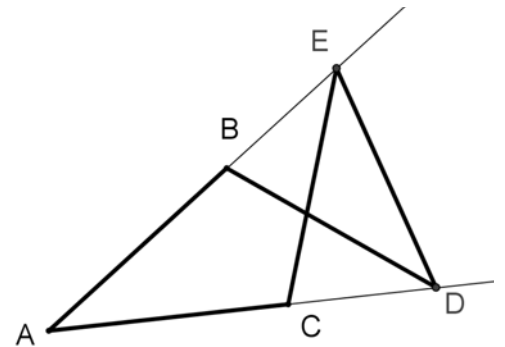
Le nombre formé par les deux premiers chiffres de  $N$  est un multiple de 2, le nombre formé par les trois premiers chiffres de  $N$  est un multiple de 3, le nombre formé par les quatre premiers chiffres de  $N$ , et ainsi de suite, le nombre formé par les neuf premiers chiffres de  $N$  est un multiple de 9 et  $N$  lui-même est un multiple de 10.

Quelles sont les valeurs possibles de  $N$  ?

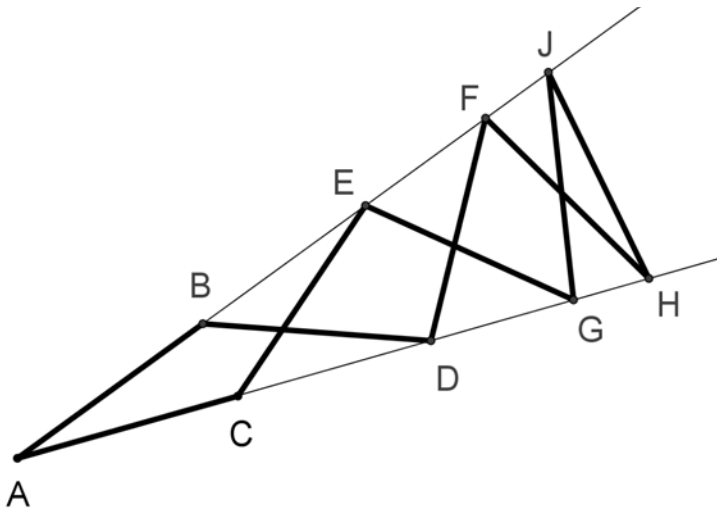
## Exercice 3 *Des angles en allumettes*

En *géométrie des allumettes*, on dispose d'une règle (non graduée) et d'une unique ouverture de compas.

Par exemple, la figure ci-contre fait apparaître cinq « allumettes », les segments  $[AB]$ ,  $[AC]$ ,  $[BD]$ ,  $[CE]$  et  $[DE]$ , qui ont tous la même longueur. Les points  $A, B$  et  $E$  d'une part,  $A, C$  et  $D$  d'autre part, sont alignés.



1. Quelle est la mesure de l'angle  $\widehat{BAC}$  ?
2. Avec neuf allumettes, on réalise la figure ci-dessous.



Dans cette figure, les segments  $[AB]$ ,  $[AC]$ ,  $[BD]$ ,  $[CE]$ ,  $[DF]$ ,  $[EG]$ ,  $[FH]$ ,  $[GJ]$  et  $[HJ]$  ont tous la même longueur. Les points  $A, B, E, F, J$  d'une part,  $A, C, D, G, H$  d'autre part, sont alignés.

Montrer que la mesure de l'angle  $\widehat{BAC}$  est  $20^\circ$ .

3. Est-il possible de représenter un angle de  $20^\circ$  en utilisant seulement 7 allumettes ?

### Exercice 4 *L'automate*

Un automate utilisé pour l'animation d'une vitrine fonctionne grâce à trois moteurs dont les axes sont disposés aux sommets O, P et Q d'un triangle équilatéral.

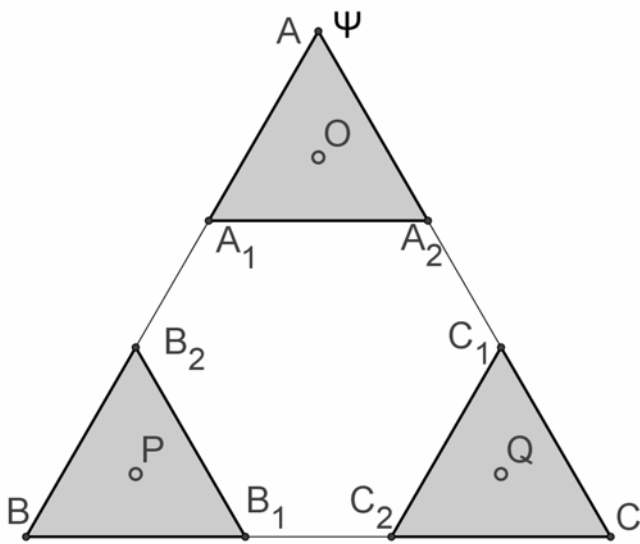
Les moteurs assurent la rotation simultanée de trois triangles équilatéraux ( $AA_1A_2$ ,  $BB_1B_2$  et  $CC_1C_2$ ) de côté 18 cm.

Au repos, les points A, B et C sont les sommets d'un triangle équilatéral de côté 48 cm.

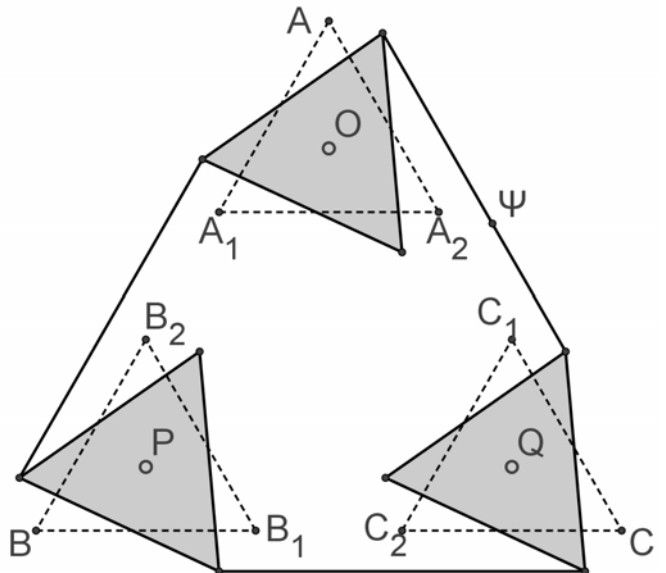
Une courroie épouse, au repos, le périmètre du triangle ABC. Elle est entraînée par le mouvement sans glisser ni se détendre.

Un personnage fixé à la courroie, et repéré sur les schémas par le symbole  $\Psi$ , est en A au repos.

Quelle est la longueur du chemin qu'il parcourt entre deux passages par sa position initiale ?



Automate au repos



Automate en mouvement (les triangles ont tourné de  $145^\circ$ )