



**ACADÉMIE
DE VERSAILLES**

*Liberté
Égalité
Fraternité*

Pépinière académique de mathématiques

Stage en ligne de mars à mai 2021 proposé aux élèves de seconde

Fiche numéro 3

Les propositions de solution de chaque exercice doivent être envoyées d'ici le vendredi 7 mai à l'adresse euler.pepinier@ac-versailles.fr, sous forme numérique (format .pdf ou image), en pièce jointe ou avec un système de dépôt pour les fichiers volumineux, par les professeurs et selon les modalités précisées dans le courrier envoyé dans les lycées (envoi des propositions d'au plus deux équipes).

Exercice S3. 1 Le partage selon Rackham le Rouge

Un butin de 10 000 pièces doit être partagé entre Rackham le Rouge et ses cinq principaux lieutenants :

- Le premier pirate prendra $\frac{1}{20}$ ème du magot ;
- Le second prendra $\frac{2}{20}$ èmes de ce qui reste, le troisième $\frac{3}{20}$ èmes de ce qui restera lorsque les deux premiers seront servis, le quatrième et le cinquième prendront respectivement 4 et 5 vingtièmes de ce qui restera à leur tour.
- Rackham gardera le reste.

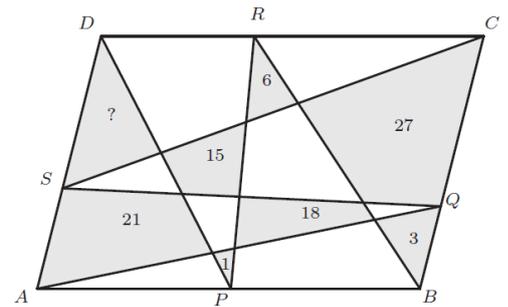
1. Rackham est-il généreux avec ses complices ?

2. Quel rang est le plus favorable pour les pirates ? À partir de combien de pirates, si le groupe comporte plus de 5 hommes, Rackham recevra-t-il une part du butin inférieure à celle reçue par un de ses lieutenants ?

Exercice S2. 2 Puzzle

Sur chacun des côtés du parallélogramme ABCD on a placé respectivement les points P, Q, R, S. Les segments [AQ], [QS], [SC], [BR], [RP] et [PD] déterminent 16 zones. Les aires de 7 zones grisées sont indiquées. Quelle est l'aire de la huitième (marquée d'un point d'interrogation) ?

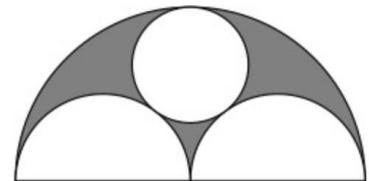
Remarque : Le schéma ci-contre n'est pas exact. Ne pas chercher de vraisemblance dans les rapports des aires indiquées.



Exercice S3. 3 Le bout du tunnel

Un tunnel, dont la coupe transversale est représentée ci-contre, comporte deux voies de circulation représentées par des demi-disques de même rayon et un conduit d'évacuation des gaz représenté par un disque plus petit. Les deux demi-disques et le petit disque sont tangents deux à deux et tangents intérieurement à un grand disque de diamètre égal à 12 m.

Quel est le diamètre du conduit d'évacuation des gaz ?



Exercice S3. 4 Avalanche de divisions euclidiennes

On considère l'algorithme suivant :

On choisit un entier naturel n tel que $1 \leq n \leq 499$;

On appelle r égal le reste de la **division euclidienne de 500 par n** ;

Si $r = 0$, on pose $s = 0$;

Si $r > 0$, on appelle s le reste de la **division euclidienne de n par r** ;

Si $s = 0$, on pose $t = 0$;

Si $s > 0$, appelle t le reste de la **division euclidienne de r par s** .

Pour combien de valeurs de l'entier n , l'algorithme ci-dessus donne-t-il $1 \leq r \leq 15$, $2 \leq s \leq 9$ et $t = 0$?

Exercice S3. 5 Un peu de français, maintenant

Notre professeur de lettres nous incite à réfléchir à l'usage de la ponctuation. Il nous est demandé de rédiger un paragraphe respectant les contraintes suivantes :

- la première et la dernière phrase écrites s'achèveront chacune sur un point d'interrogation, et il sera fait usage d'exactly six points d'interrogation ;
- chaque phrase contiendra exactement une virgule ;
- entre deux points d'interrogation consécutifs, il y aura exactement deux points ;
- le paragraphe écrit contiendra exactement un point d'exclamation ;
- il ne sera pas fait usage d'autres signes de ponctuation que les virgules, les points, les points d'interrogation et les points d'exclamation.

Combien le paragraphe rédigé contiendra-t-il de signes de ponctuation, au total ?

Exercice S3. 6 La factorielle sonne toujours deux fois

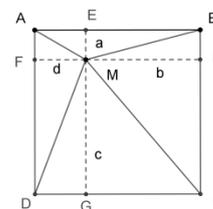
Pour tout entier n strictement positif, on appelle « factorielle n » et on note $n!$ le produit des entiers strictement positifs inférieurs ou égaux à n : $n! = n \times (n - 1) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$. Par exemple $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$.

Si x et y sont deux entiers, quelle est la valeur maximale de $x + y$ pour que $30!$ soit un multiple de $36^x \times 25^y$?

Exercice S3. 7 On joue aux quatre coins

Soit $ABCD$ un carré et M un point à l'intérieur du carré tel que $MA = 1$, $MB = 2$ et $MC = 3$. Calculer la distance MD .

On pourra considérer les projetés orthogonaux de M que les côtés du carré, comme sur le schéma ci-contre.



Exercice S3. 8 La médiane rencontre la hauteur

Soit PQR un triangle rectangle en P et tel que $PQ = 2$ et $QR = 4$.

On note M le milieu de $[PQ]$, L le pied de la hauteur issue de P et F le point d'intersection des segments $[PL]$ et $[RM]$. Déterminer la longueur PF .