



Les propositions de solution de chaque exercice doivent être envoyées d'ici le mardi 27 avril à l'adresse euler.pepiniere@ac-versailles.fr, sous forme numérique (format .pdf ou image), en pièce jointe ou avec un système de dépôt pour les fichiers volumineux, par les professeurs et selon les modalités précisées dans le courrier envoyé dans les lycées (envoi des propositions d'au plus deux équipes).

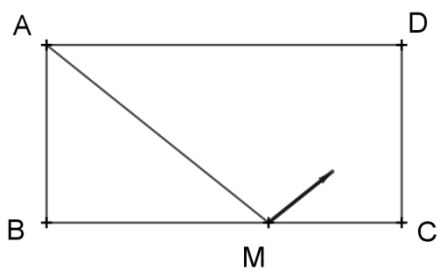
Exercice S2. 1 Faire bonne impression

Le service reprographie d'une entreprise dispose de deux imprimantes identiques. Une fois lancées, elles enchaînent sans délai les documents et vont à la même vitesse (le temps d'impression de chaque page est considéré être le même). Préciser comment faire en sorte que les durées de service soient égales ou les plus voisines possibles dans chacune des situations suivantes :

1. On doit imprimer quatre documents comportant 1, 3, 5 et 7 pages.
2. On doit imprimer cinq documents comportant 1, 3, 5, 7 et 9 pages.
3. On doit imprimer cinquante documents dont les nombres de pages sont tous les nombres impairs compris entre 1 et 99.
4. n étant un entier donné, on doit imprimer n documents dont les nombres de pages sont tous les nombres impairs compris entre 1 et $2n - 1$.

Exercice S2. 2 C'est du billard ! (Hommage à Maryam Mirzakhani)

Dans cet exercice, la boule de billard a la dimension d'un point et n'est jamais freinée.



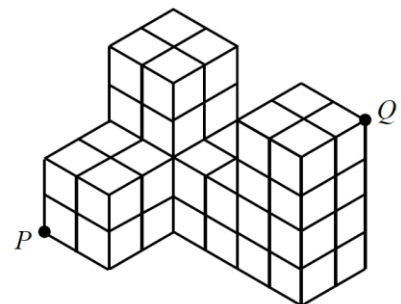
Les dimensions de ce billard rectangulaire sont 3 et 6. Une boule part du point A et touche successivement et dans cet ordre les bandes [BC], [CD] et [AD] en les points M, N et P distincts des sommets du rectangle. Elle rebondit en formant à chaque rebond deux angles égaux avec la bande touchée. La boule croise sa trajectoire en un point Q du segment [AM].

1. Pour quelles valeurs de BM les trois bandes sont-elles bien touchées dans cet ordre ?
2. Quelle est, en fonction de BM, l'aire du quadrilatère MNPQ ?

3. Le quadrilatère MNPQ peut-il être un losange ?

Exercice S2. 3 À la crèche

Des enfants ont empilé des cubes tous identiques pour réaliser la construction ci-contre. Ils ont utilisé 48 cubes identiques dont les arêtes mesurent x . On suppose que les faces des cubes sont collées les unes aux autres. Quelle est la plus petite valeur de x pour laquelle la distance PQ est un entier ?



Exercice S2. 4 À la fin, reste 1

Montrer que si trois nombres sont tels que le produit de ces trois nombres vaut 1 et la somme de ces trois nombres est égale à la somme de leurs inverses, alors l'un au moins des trois nombres est égal à 1.

Exercice S2. 5 C'est la foule, au club de math

Au lycée Leonhard Euler, le club de mathématiques comporte n élèves. L'animatrice du club, Madame Sophie Germain, fait travailler les élèves en équipe. Elle fait les observations suivantes :

1. Lorsque Mme Germain tente de répartir les n élèves en groupes de 4 et qu'elle a formé le maximum de groupes complets, il lui reste un groupe de moins de 4 élèves.
 2. Lorsque Mme Germain tente de répartir les n élèves en groupes de 3, elle réussit à former 3 groupes complets de plus que le nombre de groupes complets de 4 élèves mais il lui reste encore un groupe incomplet.
 3. Lorsque Mme Germain tente de répartir les n élèves en groupes de 2, elle réussit à former 5 groupes complets de plus que le nombre de groupes complets de 3 élèves mais il lui reste encore un groupe incomplet.
- Quelle est la somme des chiffres de l'entier $n^2 - n$?

Exercice S2. 6 Différences de deux carrés

On voudrait savoir combien, parmi les nombres entiers compris entre 1 et 999, peuvent être écrits comme différences de deux carrés. Par exemple $17 = 81 - 64$, $62 = 121 - 49$, etc.

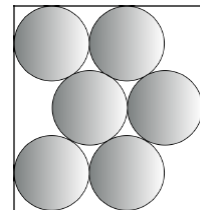
1. Montrer que tous les nombres impairs possèdent cette propriété.
2. Montrer que tous les multiples de 4 possèdent cette propriété.
3. Qu'en est-il des nombres qui sont produits de 2 par les nombres impairs ?
4. Conclure.

Exercice S2. 7 Phil sans téléphone

Quand elle est entièrement déchargée, il faut deux heures pour recharger la batterie du téléphone de Phil. Quand Phil utilise son appareil alors qu'il est en charge, 40% de l'énergie fournie est immédiatement dissipée. Aujourd'hui, Phil rentre chez lui à 18 heures, son appareil entièrement déchargé. Il le met en charge et, simultanément, se met à téléphoner. Combien de temps pourra-t-il téléphoner, espérant ressortir à 20 h 30 avec un appareil entièrement chargé ?

Exercice S2. 8 Tri sélectif

Après le réveillon du nouvel an (avec modération), le père de Justin lui a demandé d'aller déposer des bouteilles vides dans le conteneur idoine de la déchèterie. Afin de faciliter le transport, Justin a placé six de ces bouteilles dans une boîte de fond rectangulaire qu'il a trouvée et dans laquelle elles entrent tout juste, avec la configuration illustrée ci-contre (vue de haut).



Sachant que chaque bouteille a un diamètre de 10 centimètres, quelles sont les dimensions exactes du fond de la boîte ?