

Éléments de solution pour O4-CRM 2020

Exercice 1 Confiserie

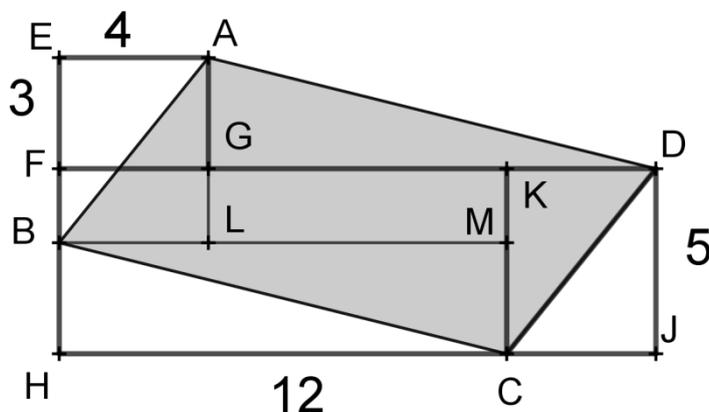
Dressons un tableau des achats possibles des 19 clients :

Client n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Caramels																			
Chocolats																			
Macarons																			

Ce tableau satisfait les hypothèses du problème : aucun client n'a acheté les trois produits, 17 ont acheté des caramels, 13 des chocolats et 8 des macarons (on remarque qu'ils ont tous acheté deux produits).

Une autre distribution est-elle possible ? Si, des deux clients qui n'ont pas acheté de caramels, un seul achète des macarons, il reste 17 cases sur deux lignes pour en colorier $13 + 6$ (ou $11 + 8$) ...

Exercice 2 Des aires



La parallèle à (CH) passant par B coupe la droite (AG) en L et la droite (CK) en M. Les triangles AEB et DKC sont rectangles, leurs côtés sont parallèles deux à deux et leurs hypoténuses ont la même longueur (par hypothèse, ABCD est un parallélogramme), donc ils ont tous leurs angles deux à deux de même mesure et leurs côtés deux à deux de même longueur.

Il s'ensuit que le parallélogramme peut être découpé en quatre triangles (CKD, BEA, AGD et CMB) et un rectangle (GLKM). L'aire \mathcal{A} du parallélogramme s'écrit donc :

$$\mathcal{A} = 4 \times 5 + 12 \times 3 + 2 \times 8 = 72$$

(dans ce dernier calcul, on a considéré la somme des aires de deux triangles identiques comme l'aire d'un rectangle).

Exercice 3 Dodécahaïne

- On vérifie que 348 est un multiple de 12 : $348 = 29 \times 12$. Mais 488 n'en est pas un : $488 = 40 \times 12 + 8$. La suite $3 - 2 - 8 - 8 - 8$ n'est donc pas une dodécahaïne.
- Le nombre $21a$ devant être un multiple de 12, il est multiple de 4, donc pair, son chiffre des unités est pair.
 - Le nombre $21a$ doit être un multiple de 3, la somme de ses chiffres doit aussi être un multiple de 3. Comme cette somme est $3 + a$, a doit aussi être un multiple de 3.
 - Ces deux conditions nécessaires conduisent aux possibilités $a = 0$ et $a = 6$, mais seul le nombre 216 est un multiple de 12. Donc $a = 6$.
 - On cherche donc le chiffre b tel que le nombre $16b$ soit un multiple de 12. Le seul multiple de 12 compris entre 160 et 169 est 168. Donc $b = 8$.
- Comme 360 est un multiple de 12, il n'y a aucun autre multiple de 12 compris entre 350 et 359.
- On cherche si une suite $a - b - 4 - c - d$ qui soit une dodécahaïne.
Observons le nombre $b4c$. Pour que ce soit un multiple de 12, il est nécessaire que le nombre $4c$ soit un multiple de 4. Cela laisse trois possibilités : $c = 0$, $c = 4$ et $c = 8$. Seuls 408 et 444 sont des multiples de 12.
Pour que le nombre $b40$ soit un multiple de 12, il est nécessaire que $b = 2$ ou $b = 5$ ou $b = 8$.
Pour que le nombre $b44$ soit un multiple de 12, il est nécessaire que $b = 1$ ou $b = 4$ ou $b = 7$.
Il nous reste à examiner les nombres $a24$, $a54$, $a84$, $a14$, $a44$ et $a74$. On élimine immédiatement $a54$, $a14$ et $a74$, car 54, 14 et 74 ne sont pas des multiples de 4.
On trouve que 024, 324, 624, 924, 084, 384, 684, 984, 144, 444 et 744 conviennent.

Voici finalement la liste des solutions (la question consistait à trouver une solution. Elles ne sont pas toutes demandées)

02408 32408 62408 92408

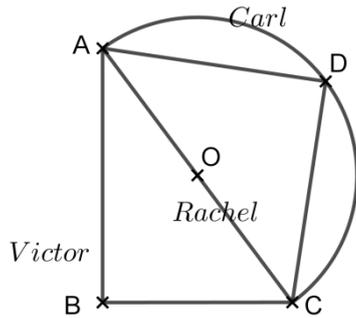
14444 44444 74444

26480 56480 86480

08408 38408 68408 98408

5. Après 888, la seule possibilité est 888, la suite ne contient que des 8.

Exercice 4 Une course entre amis



1. La longueur du trajet A – B – C est 350 m. Pour le parcourir à la vitesse moyenne de 15 km/h, Victor met $t = \frac{d}{v} = \frac{0,35}{15} = 0,02333 \dots h$.

Cette durée est exprimée en heures décimales.

Cela donne exactement 84 s.

La distance de A à C peut être calculée en appliquant le théorème de Pythagore au triangle ABC rectangle en A.

On a $AC^2 = AB^2 + BC^2$, ce qui donne $AC = 250$ m

Pour parcourir 250 m à la vitesse moyenne de 12 km/h, Rachel met :

$$t' = \frac{d'}{v'} = \frac{0,25}{12} = 0,0208333 \dots h$$

Cette durée est exprimée en heures décimales. Convertie en secondes, c'est 75 s.

Rachel parvient donc au but avant Victor.

2. Carl doit parcourir un demi-cercle de rayon 125 m. Son parcours mesure donc $L = 0,125 \times \pi$. Si Carl parvient en C avant Rachel, en courant à la vitesse v'' , son temps de parcours $t'' = \frac{0,125 \times \pi}{v''}$ est inférieur à $\frac{0,25}{12}$. Cette

condition s'écrit : $v'' \geq \frac{0,125 \times \pi \times 12}{0,25}$, ce qui donne $v'' \geq 18,85$ en arrondissant au centième.

3. Carl parcourt un quart du cercle. La durée de son parcours est : $T = \frac{0,125 \times \pi}{2 \times 17}$.

Victor parcourt le segment [AD], côté d'un triangle rectangle isocèle d'hypoténuse de longueur 0,250 km. La durée du parcours de Victor est donc $T' = \frac{0,25}{\sqrt{2} \times 15}$

Les durées des parcours, exprimées en seconde et arrondies au dixième sont 41,6 pour Carl et 42,4 pour Victor. Carl arrive le premier.