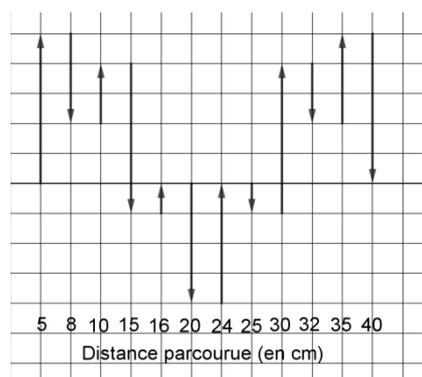


Exercice 4

Deux pilotes pour un robot

1. **a.** Le robot fait demi-tour après avoir parcouru 5, 8, 10, 15 et 16 cm.



Il part, disons, vers la droite et parcourt 5 cm, fait demi-tour jusqu'à avoir parcouru 8 cm, repart vers la droite pour 2 cm, puis vers la gauche pour atteindre un total de 15 cm, puis fait demi-tour pour un dernier cm. Remarquons que le sens de déplacement n'est pas lié à a ou b .

b. Le dessin ci-contre illustre ces déplacements. Après 40 cm, le robot reçoit deux instructions qui s'annulent et continue dans la direction dans laquelle il allait. Celle-ci est contraire à celle qu'il avait au départ.

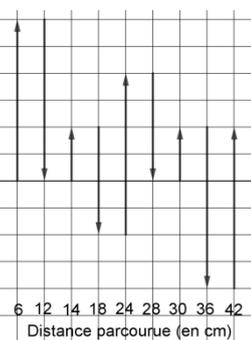
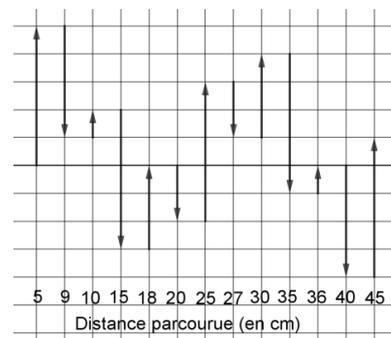
c. Après avoir parcouru 40 cm, le robot est revenu à son point de départ, dont il ne s'est pas éloigné de plus de 5 cm. Les mouvements à venir seront identiques aux premiers, quoique dans le sens contraire. Le robot ne peut

tomber de la table.

2. **a.** Les instructions contraires s'annulant, le robot poursuit dans la direction de son dernier mouvement. Le nombre de multiples de 5 ou 9 entre 5 et 45 (45 compté une seule fois) étant impair, il continue dans la direction de son premier mouvement et parvient à 1 cm de son point de départ.

b. Lors de ses déplacements suivants, il s'écarte du centre de la table d'1cm tous les 13 mouvements, plus 5 cm pour le premier mouvement d'une nouvelle série.

Si l'expérience se poursuit, le robot finit par tomber de la table.



3. Pour $a = 6$ et $b = 14$, des mouvements identiques aux 9 précédents se produisent (le robot a parcouru 42 cm, les instructions contraires s'annulent, le robot continue). On part cette fois d'un point situé à 2 cm du centre de la table. Après 48 séries de 9 mouvements, il s'en est écarté de 96 cm et repart dans la même direction pour 6 cm... et chute.

4. Soit m le plus petit multiple commun à a et b et Δ leur plus grand diviseur commun. Posons $a = a'\Delta$ et $b = b'\Delta$. Le nombre de multiples non nuls de a inférieurs ou égaux à m est b' . Le nombre de multiples non nuls de b inférieurs ou égaux à m est a' . Le nombre de mouvements du robot pour parcourir m cm est donc $a' + b' - 1$.

Si le robot a effectué un nombre pair de mouvements pour parcourir m cm, le dernier étant effectué dans le sens contraire du premier, les $a' + b' - 1$ mouvements à venir sont identiques aux premiers

Si le robot a effectué un nombre impair de mouvements, le dernier est effectué dans le même sens que le premier, et les mouvements à suivre sont effectués dans le sens contraire à leurs homologues.

Dans le premier cas, si le robot s'est écarté du centre de la table d'une distance d après la première série de mouvements, chaque nouvelle série ajoute d à cet écart. Le robot peut tomber, sauf si $d = 0$.

Dans le second cas, il s'écarte de son nouveau point de départ d'une distance d et revient donc au centre de la table.

Reste évidemment la possibilité d'une chute lors des premiers mouvements (exemple $a = 51$ et $b = 52$)...