

Annexe 2 : un énoncé classique

On considère la suite u définie pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = 0,1u_n + 8$ et $u_0 = 8$.

- 1) On a calculé les dix premiers termes sur tableur.

	A
1	8
2	8,8
3	8,88
4	8,888
5	8,8888
6	8,88888
7	8,888888
8	8,8888888
9	8,88888888
10	8,888888888

- Quelles formules peuvent être saisies dans les cellules A1 et A2, afin de calculer les termes suivants par recopie vers le bas ?
 - En observant les valeurs affichées, formuler une conjecture sur le comportement de la suite u .
- 2) Démontrer que $0 \leq u_n \leq 9$ pour tout entier naturel n .
- 3) Soit f la fonction définie sur $[0; 9]$ par $f(x) = 0,1x + 8$.
- Donner le sens de variation de la fonction f sur $[0; 9]$.
 - Déterminer le sens de variation de la suite u .
- 4) Que peut-on déduire des questions 2 et 3b ?
- 5) Déterminer la valeur de la limite de la suite u .
- 6) On définit la suite v par $v_n = u_n - \frac{80}{9}$, pour tout entier naturel n .
- Montrer que la suite v est géométrique. On précisera les valeurs de v_0 et de la raison de cette suite.
 - Exprimer v_n en fonction de n , pour tout entier naturel n .
 - En déduire une expression de u_n , pour tout entier naturel n .
 - À partir de cette expression, retrouver la limite calculée dans la question 5.