Annexe 1 : un même problème, dans les manuels

Symbole, maths Term S, programme 2012

84 **1. a.** (S_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{10^k}$.

Démontrer que $S_n = \frac{1}{9}\left(1 - \frac{1}{10^n}\right)$.

b. (u_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $u_n = 2{,}6666666\ldots$ (n chiffres 6).

Ainsi $u_1 = 2{,}6$; $u_2 = 2{,}66$; $u_3 = 2{,}666\ldots$

Exprimer u_n en fonction de S_n puis en déduire que la limite de la suite (u_n) est un nombre rationnel (c'est-à-dire le quotient de 2 entiers).

2. Avec un raisonnement analogue, déterminer la limite de la suite (u_n), définie sur $\mathbb{N}^*$ par $u_n = 0{,}23232323\ldots$ (n nombres 23).

Math'x, enseignement spécifique Term S, programme 2012

105 **Développement décimal illimité**

1. a. Effectuer à la main la division de 106 par 33 jusqu'à la sixième décimale.

b. La division a-t-elle des chances de « s'arrêter » ?

Que peut-on en déduire pour le nombre $\frac{106}{33}$?

2. Inversement, on se demande s'il existe un nombre rationnel x admettant pour écriture : $2{,}4545\,\underline{45}\ldots$ où la séquence « 45 » se répète indéfiniment.

a. Expliquer pourquoi x peut être considéré comme la limite de la suite $(x_n)_{n\geqslant 1}$ où :

$$x_n = 2 + \frac{45}{100} + \frac{45}{100^2} + \ldots + \frac{45}{100^n}.$$

b. Montrer que $x_n = 2 + \frac{5}{11}\left[1 - \frac{1}{100^n}\right]$.

c. En déduire que (x_n) tend vers un nombre rationnel x, lorsque n tend vers $+\infty$.

d. Quelle vérification peut-on faire ?

3. En reprenant la même démarche, écrire sous une autre forme les nombres réels suivants :

a. $5{,}676\,7\underline{67}\ldots$ **b.** $1{,}99\underline{9}\ldots$

Barbazo, Term spécialité mathématiques, programme 2020

Écriture décimale

On considère le nombre X, dont l'écriture décimale est 4,969696... On admettra que ce nombre appartient à l'ensemble des nombres rationnels. Les points de suspension après le 6 indiquent que la séquence des chiffres « 96 » se répète à l'infini dans cette même écriture décimale.

L'objectif de cet exercice est de déterminer l'écriture de X sous la forme d'une fraction irréductible.

On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_n = 4 + \frac{96}{100} + \frac{96}{100^2} + \ldots + \frac{96}{100^n}.$$

1. Quel est le lien entre X et la suite (u_n) ?

2. Exprimer la somme suivante en fonction de n.

$$S_n = \frac{1}{100} + \frac{1}{100^2} + \ldots + \frac{1}{100^n}$$

3. En déduire l'expression de u_n en fonction de n, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

4. a. Calculer la limite de la suite (u_n).

b. En déduire l'écriture fractionnaire et irréductible du nombre X.