

L'enseignement des mathématiques de l'école au collège :

continuités et ruptures

La bataille des mathématiques est une grande ambition : celle de la réussite. Cette ambition est nécessaire ; elle doit commencer tôt – dès l'école primaire – et se poursuivre tout au long des études secondaires, en particulier jusqu'à la classe de seconde générale et technologique, classe de détermination et d'orientation.

Les mathématiques, comme les langues vivantes, constituent une discipline qui procède par accumulation. Il est impératif de maîtriser les outils, les savoirs et les savoir faire qui correspondent à une étape donnée avant de passer à l'étape suivante. C'est ce qui rend crucial l'apprentissage des mathématiques à tous les niveaux : chaque niveau est indispensable à la progression globale. Si un élève manque une marche, il ne peut plus monter.

I. L'apprentissage du calcul

Calcul numérique, calcul littéral sous forme de calcul mental de calcul posé ou de calcul automatisé.¹

1) L'apprentissage du calcul est un objectif majeur : on entend dire par exemple en classe de seconde, mais aussi en classe préparatoire aux grandes écoles, que « les élèves ne savent plus calculer ».

Il est impératif que les élèves, dès l'école primaire, maîtrisent les bases du calcul. Cela signifie en particulier pour eux :

- connaître les mécanismes et les résultats élémentaires sur l'addition, la soustraction et la multiplication et en particulier les tables d'addition et de multiplication ;
- être entraîné au calcul mental qui doit permettre, en utilisant les tables et les propriétés élémentaires des opérations, de mener à bien des calculs moins élémentaires ; par exemple, en fin de cycle 2, un élève devrait être capable d'additionner 37 et 45 de tête, avec un raisonnement du genre :

3 dizaines + 4 dizaines, ça fait 7 dizaines ;
7+5, ça fait 12 unités, donc 2 unités et une dizaine ;
le nombre de dizaines est donc 7+1=8, le nombre d'unités est 2 ;
le résultat est 82.

- être capable, face à un problème, de mettre en place une stratégie de résolution. En un mot, savoir modéliser une situation élémentaire.

2) Il est indispensable que les mathématiques servent à résoudre des problèmes, y compris des problèmes issus des autres disciplines (sciences physiques, SVT, géographie, par exemple) ou de la « vie courante » et qu'elles prennent ainsi un sens pour les élèves. Dans l'apprentissage du calcul comme dans d'autres, certes il est obligatoire de passer par « les gammes », exercices techniques visant à installer des réflexes et des automatismes, mais *dans le même temps*, il faut que ces réflexes et ces automatismes en cours d'installation soient utilisés dans le cadre de la résolution de problèmes.

3) Une rupture essentielle : le passage de la fraction au quotient.

Au cycle 3, $\frac{2}{3}$ est une *fraction* et correspond à 2 parts d'une entité partagée en 3 parties égales. Au collège, dès

la classe de 6^e, $\frac{2}{3}$ désigne un *nombre*, le nombre qui, multiplié par 3, donne 2, soit encore le quotient de 2 par 3, donc le résultat de la division de 2 par 3 *qui n'est pas un nombre décimal*.

Le passage de la fraction au quotient est un enjeu essentiel de la classe de 6^e. Il ne s'agit pas de faire table rase de ce qui a pu être installé avant, mais au contraire d'accompagner ce changement de point de vue qui a des conséquences essentielles :

- prendre les $\frac{2}{3}$ d'un nombre c'est faire une multiplication ;
- du coup, une multiplication n'est plus une addition répétée ;
- multiplier un nombre par un autre peut donner un résultat plus petit.

¹ Se reporter au texte de l'inspection générale de mathématiques « Le calcul au collège »

II. L'apprentissage de la logique et du raisonnement

Un des objectifs essentiels de l'enseignement des mathématiques, dès l'école primaire, est le développement des qualités de logique et d'aptitude au raisonnement. Pour qu'il puisse construire ses schémas logiques, il est indispensable :

- de mettre l'élève en situation de recherche, personnelle ou en groupe, dans le cadre d'une activité de résolution de problèmes ;
- d'instaurer le débat mathématique dans la classe de telle sorte que les méthodes trouvées puissent être examinées et confrontées. La vérité ne doit pas descendre de la bouche de l'enseignant mais s'imposer logiquement à tous.

En didactique des mathématiques, on distingue, dans la résolution de problèmes, les procédures personnelles et les procédures expertes. Prenons un exemple :

« Un kilogramme de mandarines coûte 1 €40 et j'achète deux kilogrammes et demi de mandarines ; combien vais-je payer ? »

Au cycle 3, un élève ignore la multiplication d'un décimal par un décimal et ne peut résoudre ce problème par une procédure experte, en l'occurrence la multiplication $1,4 \times 2,5$. Il doit avoir recours à une procédure personnelle qui l'oblige à mettre en place un raisonnement du genre :

2 kg de mandarines coûtent 2,8 € ;

pour le demi-kilo restant, comme 1kg coûte 1,4 €, donc 140 centimes, la moitié coûte 70 centimes, donc 0,7 €.

Au total j'ai donc dépensé $2,8+0,7=3,5$ €.

III. La géométrie

La géométrie constitue aussi un domaine où va se mettre en place progressivement une rupture de l'école au collège. On va passer progressivement d'une géométrie de description et de mesure à une géométrie déductive.

De ce point de vue, en plus du changement progressif de la panoplie des instruments de mesure et de comparaison, une différence essentielle concerne le statut du dessin ou de la figure. À l'école, il s'agit clairement d'un dessin qui est l'objet même du travail, comme support de tracés ou de mesures : ce travail concerne la situation créée par le dessin.

Progressivement, au collège, il va s'agir d'une figure, représentation imparfaite d'une situation générale et abstraite. Son rôle est une aide à la compréhension, à l'analyse et au raisonnement. Les constructions sur la figure ont alors valeur d'exemple. Ce passage de la représentation dessinée du dessin à la figure accompagne le passage de la géométrie de l'équerre, du rapporteur et de la règle graduée à la géométrie de la règle et du compas.

IV. Continuités et ruptures

1) Il est *impératif* que les professeurs de 6^e connaissent les programmes du cycle 3 de l'école primaire. Ces programmes ont changé et on ne peut plus attendre les mêmes choses des élèves. Par exemple, comme il a été dit auparavant, la multiplication des décimaux n'est pas connue des élèves. Au-delà même du programme, il est impératif que les professeurs de collège sachent quelles sont les connaissances de base correspondant aux savoirs et savoir faire installés depuis plusieurs années et devant être acquis à la fin de l'école. Pour cela, le document d'application des programmes de mathématiques du cycle 3 est un document de travail indispensable qui doit être connu des professeurs de collège.

Il est important aussi que les professeurs d'école prennent connaissance des nouveaux programmes de collège qui sont mis en application à partir de la rentrée prochaine, non pour chercher à anticiper dans leur propre enseignement – ce ne serait pas une bonne chose – mais pour savoir à quoi et comment servira ce qu'ils enseignent.

Dans les deux cas, cette connaissance des programmes de l'autre niveau devrait être collective dans les écoles et les collèges et, pourquoi pas, dans le cadre de réunions de liaison cycle 3-6^e.

2) Je voudrais mettre en avant deux ruptures essentielles entre l'école et le collège :

- Le passage progressif des procédures personnelles aux procédures expertes, dont il a déjà été parlé, sera poursuivi tout au long du collège. Les professeurs de collège ne doivent *surtout pas détruire* les procédures personnelles mises en place à l'école. Il faut au contraire s'appuyer sur elles et faire sentir à l'élève l'avantage pour lui d'une procédure experte. Cela montre une fois encore l'importance du débat mathématique dans la

classe. Notons d'ailleurs qu'au collège aussi il est indispensable d'avoir recours à des procédures personnelles qui seront remplacées plus tard par des procédures expertes : c'est le cas par exemple pour la résolution des équations linéaires.²

• L'importance du travail des élèves « à la maison » (c'est-à-dire, en dehors du cours de mathématiques), à deux niveaux :

- L'apprentissage des leçons ; à l'école, les définitions ou les propriétés données sont toujours des définitions ou des propriétés fonctionnelles. Au collège, on donne de véritables énoncés. L'élève doit apprendre ces énoncés ; il doit, par exemple, être capable de dire : « un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés égaux » et non : « un triangle isocèle c'est quand il y a deux côtés et deux angles égaux ». Comprenons-nous, il ne s'agit pas de formalisme mais d'une exigence de maîtrise de la langue. Pour être capable de mettre en forme ses propres raisonnements, l'élève doit être capable de maîtriser de tels énoncés.
- Les travaux écrits à la maison³ qui comprennent d'une part les exercices donnés d'une fois pour l'autre, d'autre part les devoirs à la maison, fréquents mais courts, permettant la mise en œuvre et la rédaction de raisonnements ; rédigés sur copie, ils font l'objet d'une correction individuelle du professeur.

Conclusion

J'ai rappelé quelques enjeux de l'enseignement des mathématiques de l'école au collège. Vous pouvez constater vous-mêmes – et ce n'est pas un hasard – qu'on retrouve ainsi les grands objectifs de la « bataille des maths » en Guadeloupe. Michel Zénon qui a été désigné comme le maître d'œuvre de cette action fait en effet partie de l'inspection de mathématiques au nom de laquelle j'ai parlé aujourd'hui.

L'effort que vous avez entrepris en Guadeloupe, sous l'impulsion de M. le Recteur et sous la direction de M. Zénon rejoint mes préoccupations. Le but est en effet une plus grande efficacité de l'enseignement des mathématiques pour tous les élèves qui doit contribuer d'une part à développer et conforter les vocations pour les études scientifiques, d'autre part à donner une culture mathématique permettant à chacun de comprendre le monde du XXI^e siècle et d'exercer sa responsabilité de citoyen.

Petit-Bourg le 3 décembre 2004,

Jacques Moisan,
doyen du groupe des mathématiques
de l'inspection générale de l'Éducation nationale

² Voir « Le calcul au collège », cité plus haut.

³ Pour plus de précisions, se reporter au texte de l'inspection générale de mathématiques « Les travaux écrits des élèves en mathématiques au collège et au lycée »