

Niveau : 5^e

Thème : Introduction des nombres relatifs

Cette fiche n'a pas vocation à être un cours clé en main. Elle est un support à la réflexion pédagogique et didactique.

Questions à se poser avant de construire sa séquence (constituée de plusieurs séances) sur le thème :

- Quels énoncés mathématiques (définitions, propriétés, théorèmes) à faire écrire par les élèves ?
- Quels prérequis nécessaires y compris pour faciliter l'accès des élèves aux nouvelles notions ?
- Quelles traces dans le cahier de cours ?

Citation ou référence :

« La mathématique est la reine des sciences et la théorie des nombres est la reine des mathématiques ». Gauss

Éduscol : <https://eduscol.education.fr/document/17245/download>

La compréhension des nombres négatifs en tant qu'objets mathématiques sur lesquels on peut effectuer des opérations et des comparaisons, la perception de l'extension de l'ensemble des décimaux positifs à celui des décimaux relatifs, la compréhension de l'écriture des nombres négatifs et de leur représentation sur la droite graduée contribuent à l'acquisition du langage mathématique pour penser et communiquer.

Un peu d'histoire :

I^e siècle : les Chinois utilisaient les « négatifs » pour des problèmes de comptabilité.

XV^e siècle : apparition des « négatifs » en Occident avec Nicolas Chuquet, utilisés comme auxiliaires de calcul dans les résolutions d'équations.

Fin du XIX^e siècle : En Occident, les « négatifs » ont un statut de nombre.

CONTEXTE

Programme officiel : <https://euler.ac-versailles.fr/rubrique43.html>

En sixième, les élèves ont vu la notion d'abscisse sur une demi-droite graduée.

On introduit pour la première fois dans la séance les nombres négatifs.

« Les nombres relatifs (d'abord entiers, puis décimaux) sont construits pour rendre possibles toutes les soustractions. La notion d'opposé est introduite, l'addition et la soustraction sont étendues aux nombres décimaux (positifs ou négatifs). »

Prérequis

Au travers de questions flash, on fait un état des lieux et on réactive les savoirs et savoir-faire des élèves sur :

- le placement et le repérage de nombres sur une demi-droite graduée ;
- le calcul en ligne de sommes ;
- les propriétés de commutativité et d'associativité de l'addition.

Activité rapide : questions flash

QF 1 :

On trace une demi-droite graduée et les élèves doivent soit placer des points correspondant à des nombres donnés, soit repérer des nombres correspondant à des points placés.

Cette question permet de revoir le repérage de nombres sur une demi-droite graduée, l'objectif n'étant pas la précision du placement des points mais l'ordre de grandeur des nombres considérés et éventuellement leur comparaison.

QF 2 :

On donne quelques additions à trou en faisant le lien avec la soustraction.

Cette question permet de revoir la définition de la soustraction et de pratiquer au passage un peu de calcul mental.

Activité d'introduction

Une personne est au 5^e étage dans un ascenseur. Elle veut aller au 2^e. De combien d'étages va-t-elle descendre ?

On fait :

- une figure à l'appui avec un axe vertical gradué ;
- une traduction par une opération à trou $5 + \dots = 7$.

On recommence avec d'autres situations de déplacement de l'ascenseur en les représentant sur l'axe gradué tout en complétant des opérations à trous comme $6 + \dots = 2$ puis $\dots + 3 = 2$ avec un sous-sol et le lien avec la notation « $-\dots$ ».

L'objectif est de se détacher ensuite, momentanément au moins, de l'axe gradué pour travailler uniquement avec de nouveaux nombres créés pour rendre possible toutes les additions (résolution d'équation sans le dire).

Introduction ne s'appuyant pas sur du concret

On considère une suite d'opérations à trou à compléter :

$$5 + \dots = 12 \quad \dots + 6 = 11 \quad 9 + \dots = 11 \quad 17 + \dots = 17$$

Avec traduction en soustractions à savoir $5 + 7 = 12$ soit $7 = 12 - 5$

puis proposer la même démarche pour l'opération à trous suivante $8 + \dots = 3$

Discussion avec la classe : soustraction a priori impossible mais la force des mathématiques c'est de créer de nouveaux nombres pour rendre cette opération possible, ici le nombre $3 - 8$ découle $8 + 3 - 8 = 3$

Introduction de l'écriture $8 + (-5) = 3$.

Demande d'autres opérations à trou faisant intervenir le nombre (-5) .

On peut alors faire ressortir que $(-5) = 3 - 8 = 2 - 7 = \dots = 0 - 5$

C'est, sans le dire aux élèves, la construction des nombres relatifs comme classes d'équivalence de couples d'entiers (ici les couples $(3,8)$, $(2,7)$... $(0,5)$) qui est utilisée.

Il est indispensable de faire ressortir le plus vite possible la notion de nombre et donc se détacher des exemples concrets même si ceux-ci peuvent ensuite illustrer certaines propriétés sur l'addition.

Traces dans le cours

Pour rendre possibles toutes les soustractions, on introduit de nouveaux nombres appelés **nombres relatifs**.

Lorsque $a > b$, le nombre $a - b$ est dit **positif** ;

Lorsque $a < b$, le nombre $a - b$ est dit **négatif** ;

Lorsque $a = b$, on retrouve le nombre zéro qui est à la fois positif et négatif.

Remarque : au niveau du collège, on ne peut pas donner un énoncé mathématique ayant le statut de définition.

On illustre cependant l'énoncé précédent par de nouveaux exemples :

- de soustractions (donnant des nombres positifs ou des nombres négatifs) ;
- d'additions comme $6 + (-3)$; $(-13) + 20$; $9 - 7$; $9 - 11$; $-12 + 18$...

Nombres relatifs opposés

Définition :

Deux nombres sont dits **opposés** lorsque leur somme vaut zéro.

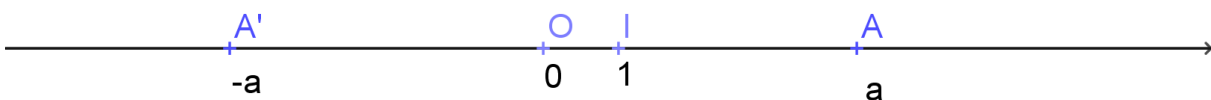
Notation : l'opposé du nombre a est noté $-a$. On a donc $a + (-a) = 0$.

Mise en garde : si $a = -5$, l'opposé de a est $-a = 5$. Il faut donc tout de suite éviter que les élèves pensent que $-a$ désigne toujours un nombre relatif négatif.

On revient à la représentation sur un axe gradué, en demandant de représenter des nombres relatifs ainsi que leur opposé.

Propriété :

Soit une droite graduée d'origine O ayant pour abscisse 0. Le symétrique A' par rapport à O d'un point A de la droite d'abscisse a a pour abscisse l'opposé de a .



Exemples : mise en pratique immédiate avec demande aux élèves de représenter sur un axe gradué des nombres relatifs (positifs ou négatifs) et leur opposé.

D'autres séances seront ensuite consacrées à l'addition et la soustraction de nombres décimaux relatifs.

Pour aller plus loin sur les nombres relatifs :

- Analyse de différentes introductions de nombres relatifs :

<http://educmath.ens->

[lyon.fr/Educmath/ressources/documents/cdamperes/enseigner les nombres negatifs au college.pdf](http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/ressources/documents/cdamperes/enseigner_les_nombres_negatifs_au_college.pdf)

- Éduscol « Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes : les nombres relatifs » :

<https://eduscol.education.fr/document/17245/download>